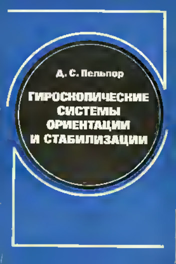
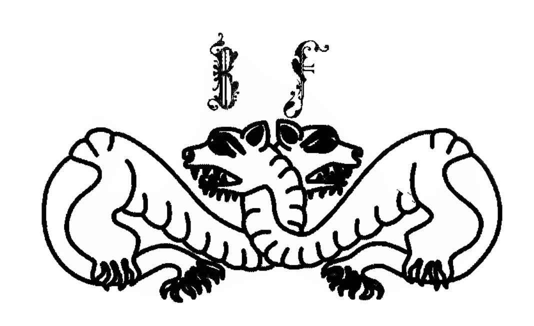

Д. С. Пельпор
ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ
СИСТЕМЫ
ОРИЕНТАЦИИ
И СТАБИЛИЗАЦИИ

Д. С. ПЕЛЬПОР

ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ОРИЕНТАЦИИ И СТАБИЛИЗАЦИИ

Москва
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»
1982

ББК 39.56
П25
УДК 629.7.062.21/23-629.7.017.21/23

Рецензент д-р техн. наук проф. **А. С. Шаталов**

Пельпор Д. С.
П25 Гироскопические системы ориентации и стабилизации. Справ. пособие. — М.: Машиностроение, 1982. 165 с., ил.

50 к

Книга «Гироскопические системы ориентации и стабилизации» является продолжением монографии «Гироскопические приборы систем ориентации и стабилизации», изданной в издательстве «Машиностроение» в 1977 г В книге изложены основные принципы построения гиростабилизаторов различного назначения и гироскопических систем ориентации и дан анализ их динамических погрешностей Рассматривается физическая сущность происходящих при этом явлений

Книга предназначена для инженеров, занимающихся разработкой гироскопических приборов и систем ориентации и стабилизации

П $\frac{3606030000\text{-}242}{038(01)\text{-}82}$ 242-82

ББК 39.56
6Т5.1

ВВЕДЕНИЕ

В авиации, ракетной и космической технике, а также в морском флоте находят широкое применение сложные комплексные системы автоматического управления движением.

На рис. В.1 представлена обобщенная структурная схема системы автоматического управления летательным аппаратом (ЛА), включающая в себя в качестве чувствительных элементов системы ориентации, навигации и бортовые гироскопические устройства, предназначенные для управления радиолокационными, телеметрическими, оптическими и тепловыми приборами наведения; эти приборы и устройства в процессе наведения также формируют сигналы для автоматического управления ЛА. При этом базовыми элементами являются гироскопические стабилизаторы и приборы.

Среди различных силовых приводов, управляющих движением ЛА с помощью аэродинамических рулей, жидкостно-реактивных двигателей и маховиков для управления движением КЛА вокруг центра его масс находит применение и гироскопический инерционный привод.

В книге уделяется большое внимание анализу физической сущности механических явлений, возникающих в процессе гироскопической стабилизации и управления различными объектами.

Простейшим гироскопическим стабилизатором является астатический гироскоп, нашедший применение в различных приборах систем ориентации, а также при стабилизации спутников в орбитальной системе координат. Книга начинается с рассмотрения принци-

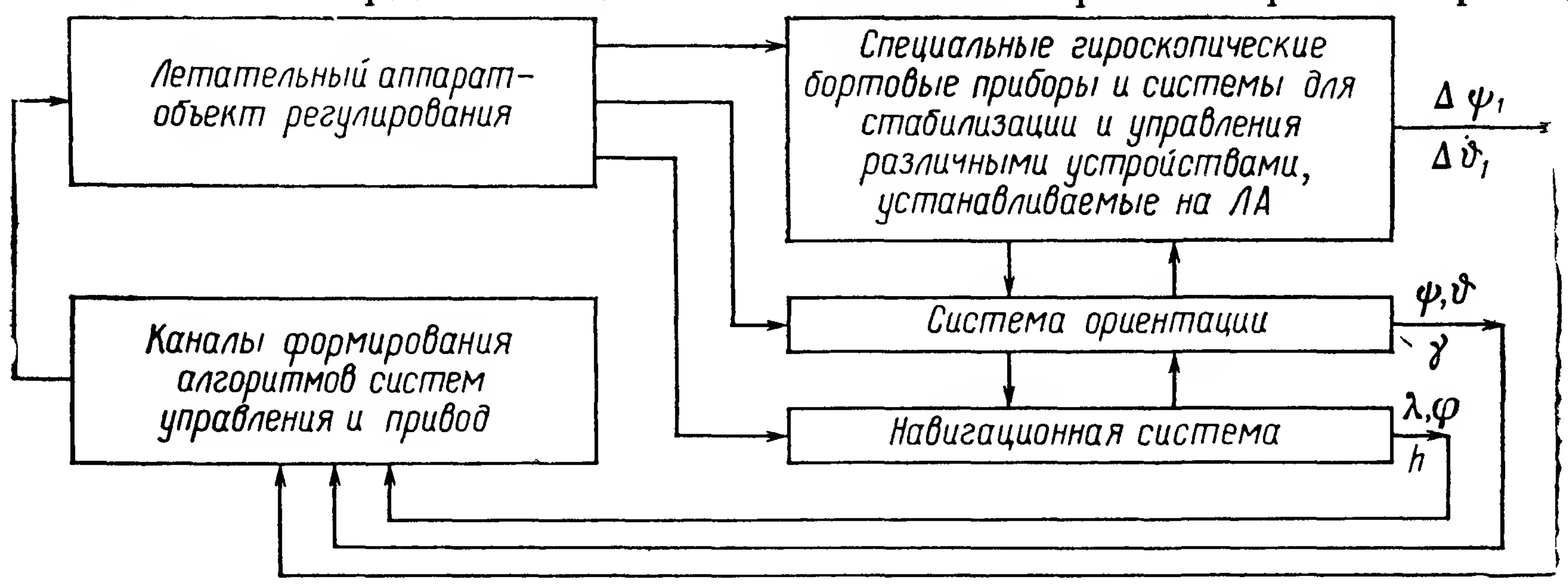


Рис. В.1. Структурная схема системы автоматического управления ЛА

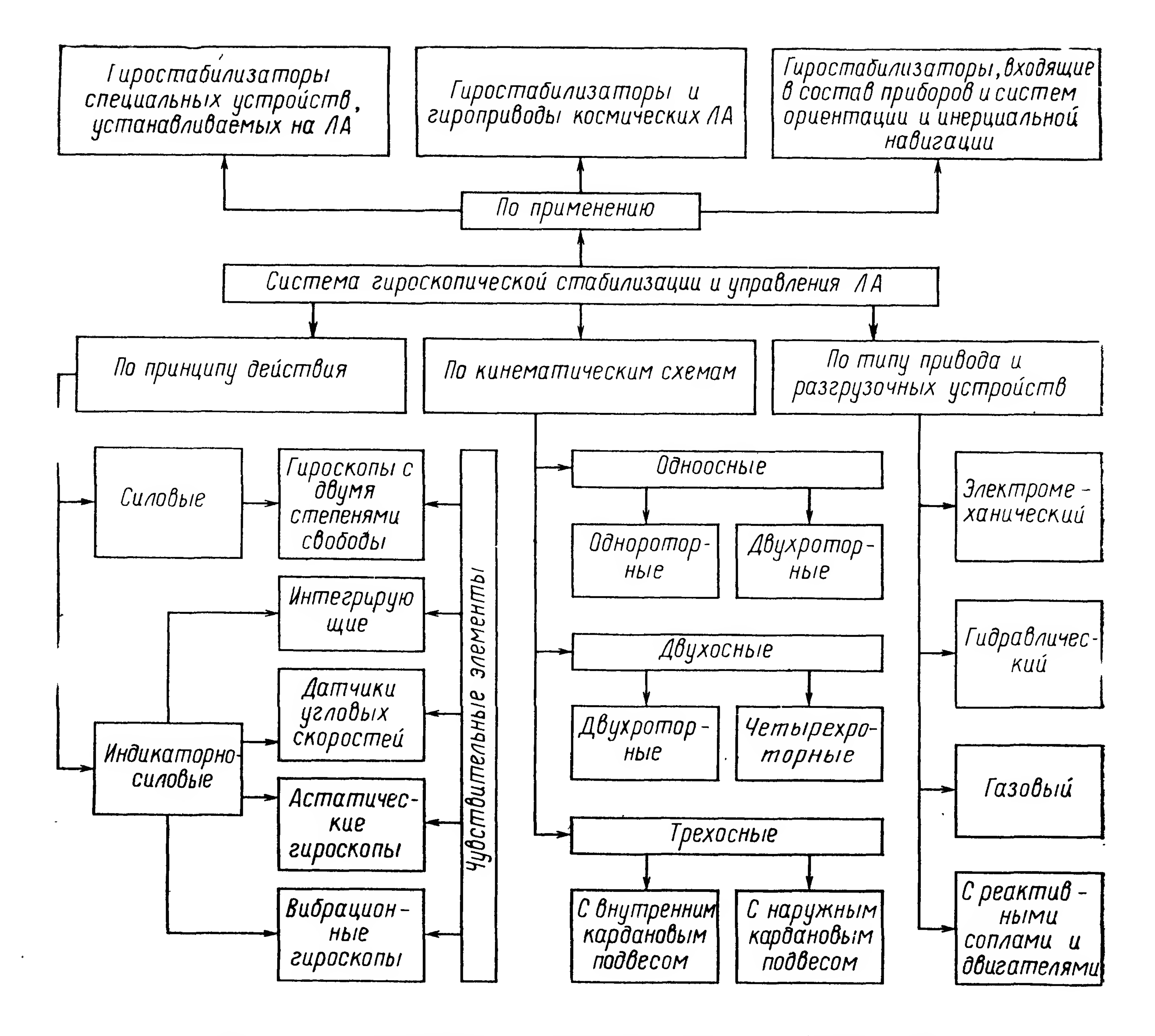


Рис. В.2. Классификация гироскопических стабилизаторов

пов стабилизации вращающегося спутника, представляющего собой практически идеальный астатический гироскоп.

В книге рассматриваются принципы построения различных гиростабилизаторов, вариант возможной классификации которых приведен на рис. В.2.

Классификация дает наглядное представление о многообразии различных видов гироскопических стабилизаторов, отличающихся по принципу действия, виду чувствительных элементов, приводов разгрузочного устройства и по применению.

В части I книги излагаются принципы построения различных одноосных гиростабилизаторов, представляющих в своей основе одинаковые одномерные каналы как двухосных, так и трехосных гиростабилизаторов. При изложении принципов построения двухосных и трехосных гиростабилизторов рассматриваются только те их особенности, которые органически присущи лишь этим системам и не характерны для одноосных гиростабилизаторов. Кроме того, здесь важное место занимают системы гироскопической стабилизации и управления КЛА.

На КЛА для создания моментов, управляющих его движением вокруг центра масс, применяются малогабаритные жидкостно-реактивные двигатели, или реактивные сопла, выбрасывающие струи сжатого газа. Кроме того, для стабилизации используются моменты, образуемые гравитационным полем тяготения и магнитным полем Земли, а также моменты, создаваемые электромеханическим инерционным гироскопическим приводом и приводом с маховиками.

Принципы стабилизации КЛА с помощью гироскопов в случае «пассивной» стабилизации и при превращении КЛА в астатический гироскоп путем принудительного его вращения вокруг одной из главных осей инерции во многом подобны принципам действия гироскопических стабилизаторов бортовых устройств. В случае применения «активной» гироскопической стабилизации, как, например, при стабилизации и управлении антеннами, а также в системах непосредственного управления КЛА с помощью гироскопов последний сам становится инерционным силовым приводом.

При «пассивной» гироскопической стабилизации гироскопы одновременно служат и чувствительными элементами, определяющими отклонение КЛА от заданного направления в пространстве. При «активной» гироскопической стабилизации ориентация КЛА осуществляется с помощью приборов системы ориентации (гироорбитант, ИКВ, ДУС и др.), устанавливаемых на его борту, а для целей стабилизации и управления движением КЛА используется гиропривод. Особое место занимает «активная» стабилизация и управление КЛА с помощью маховиков, которую нельзя называть гироскопической стабилизацией, так как здесь гироскопические моменты, развиваемые маховиками, не только не являются стабилизирующими, но в процессе управления КЛА становятся возмущающими моментами, подавление которых производится с помощью тех же маховиков.

Часть I заканчивается рассмотрением динамики «пассивной» системы типа «V-крен», активных систем с маховичными приводами и коническим приводом для стабилизации и управления КЛА.

Во II части излагаются принципы построения гироскопических систем ориентации ЛА. Формирование структурных схем систем ориентации, применяемых на ЛА, в соответствии с классифакацией, представленной на рис. В.3, развивается в трех основных направлениях.

1. Системы, основанные на совместном применении различных самостоятельных курсовых приборов и систем и гировертикалей.

2. Системы, основным элементом которых является пространственный гироскопический стабилизатор.

3. Бесплатформенные системы ориентации, чувствительными элементами которых являются приборы, измеряющие углы или угловые скорости поворота ЛА и линейные ускорения; эти приборы устанавливаются непосредственно на борту ЛА и используются совместно с цифровой или аналоговой вычислительной машиной

Как видно из рис. В.3, не все курсовые системы находят широкое применение на ЛА. Например, классические однороторные и

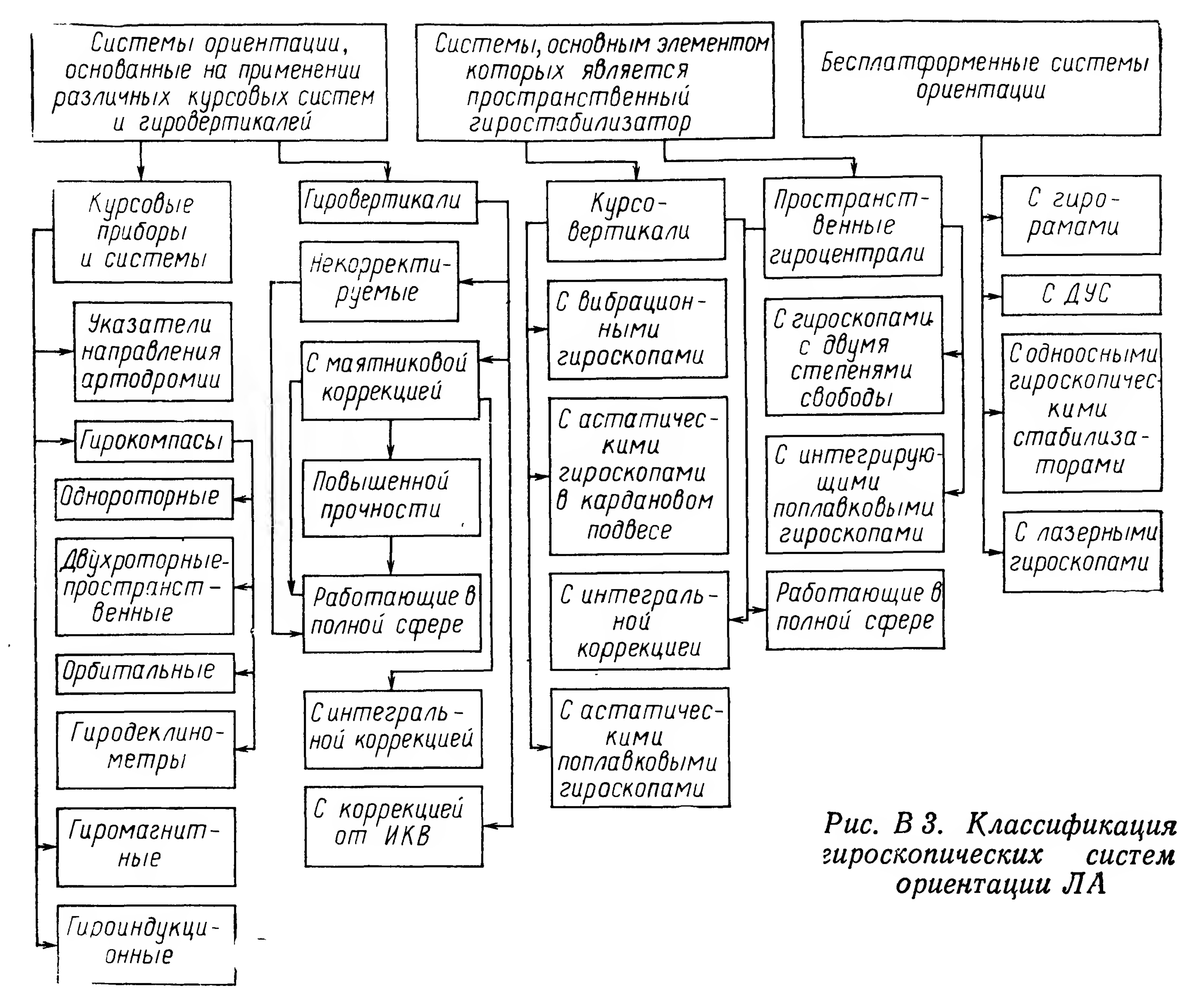


Рис. В 3. Классификация гироскопических систем ориентации ЛА

пространственные гирокомпасы вообще не применяются на скоростных летательных аппаратах (за исключением наземных гирокомпасов, в том числе и гиродеклинометров, используемых для начальной предстартовой выставки систем ориентации).

Наиболее широкое распространение на ЛА получили гироскопические указатели направления ортодромии, гиромагнитные и гироиндукционные компасы.

Из рассмотрения структурной схемы, представленной на рис. В.3, также следует, что существует большое количество различных вариантов схем систем ориентации, отличающихся видом приборов и элементов.

В книге излагаются принципы формирования систем ориентации и построения курсовых систем и гировертикалей; определяются их динамические погрешности. Также уделяется внимание методам уменьшения динамических погрешностей этих систем в неустановившемся режиме полета.

Рассматриваются принципы построения прецизионных гироскопических вертикалей с интегральной коррекцией, невозмущаемых в неустановившемся режиме полета.

Достаточно полно рассматривается механика гироскопических приборов и систем, применяемых на современных самолетах, ракетах и космических летательных аппаратах.

Часть I

ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

Глава 1

СТАБИЛИЗАЦИЯ СПУТНИКА В ОРБИТАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

1.1. ПРИНУДИТЕЛЬНОЕ ВРАЩЕНИЕ СПУТНИКА ВОКРУГ ОДНОЙ ИЗ ГЛАВНЫХ ЕГО ОСЕЙ

На рис. 1 1. изображен спутник, представляющий собой симметричный гироскоп, стабилизация которого в плоскости орбиты осуществляется его вращением вокруг оси Oz с угловой скоростью $\dot{\varphi}=\dot{\varphi}_0=\text{const}$ собственного вращения.

Дифференциальные уравнения движения спутника в квазикоординатах составим относительно осей xyz (рис. 1.2) Резаля, подвижных как по отношению к спутнику, так и к абсолютному пространству.

Полагаем, что осевые моменты инерции спутника относительно осей Ox, Oy, Oz соответственно равны

$$J_x=J_y=A;\ J_z=J_Z=C;\ J_z\dot{\varphi}_0=C\dot{\varphi}_0=H',$$

$$J_z\Omega_z=C(\dot{\varphi}_0+\omega_z)=H,$$

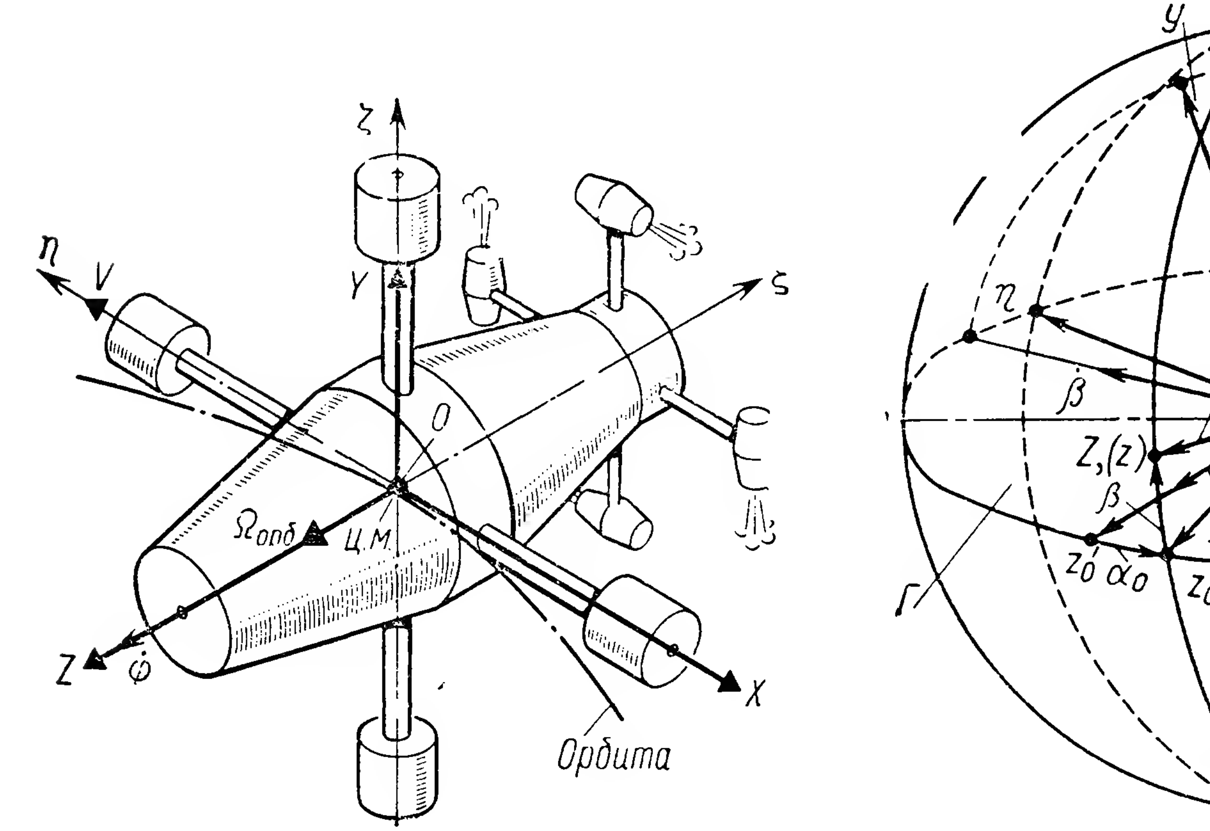


Рис. 1.1. Спутник, стабилизируемый в орбитальной системе координат путем принудительного его вращения вокруг оси OZ

Рис. 1.2. Оси и углы Резаля

где $H'(H)$ — собственный кинетический момент симметричного гироскопа (спутника).

Ориентацию спутника определяем углами α, β и φ поворота связанной $Oxyz$ системы координат относительно опорной $O\xi\eta\zeta$ (рис. 1.2) системы координат. В качестве опорной выбираем орбитальную систему координат. Ось $O\zeta$ орбитальной системы координат совпадает с направлением истинной вертикали и направлена от центра Земли, ось $O\eta$ находится на линии пересечения плоскостей орбиты Ор и горизонта Г, а ось $O\xi$ направлена перпендикулярно плоскости $O\zeta\eta$ так, чтобы трехгранник $O\xi\eta\zeta$ был правым.

Согласно обобщенным уравнениям Эйлера для симметричного твердого тела получаем

$$\begin{gathered} A(\dot{\Omega}_x - \Omega_y\omega_z) + H\Omega_y = M_x; \\ A(\dot{\Omega}_y - \Omega_x\omega_z) - H\Omega_x = M_y;\ \dot{H} = M_z, \end{gathered} \qquad (1.1)$$

где Ox, Oy, Oz — главные оси инерции спутника; $\Omega_x\Omega_y\Omega_z$ — проекции абсолютной угловой скорости вращения спутника на оси $Oxyz$ Резаля.

Для определения положения спутника относительно орбитальной опорной $O\xi\eta\zeta$ системы координат воспользуемся углами α, β, φ Резаля. Согласно рис. 1.2 имеем:

$$\begin{gathered} \Omega_x = -\dot{\beta} + \omega_x; \\ \Omega_y = \dot{\alpha}\cos\beta + \omega_y; \\ \Omega_z = \dot{\varphi} + \dot{\alpha}\sin\beta + \omega_z; \\ \omega'_z = \dot{\alpha}\sin\beta + \omega_z, \end{gathered} \qquad (1.2)$$

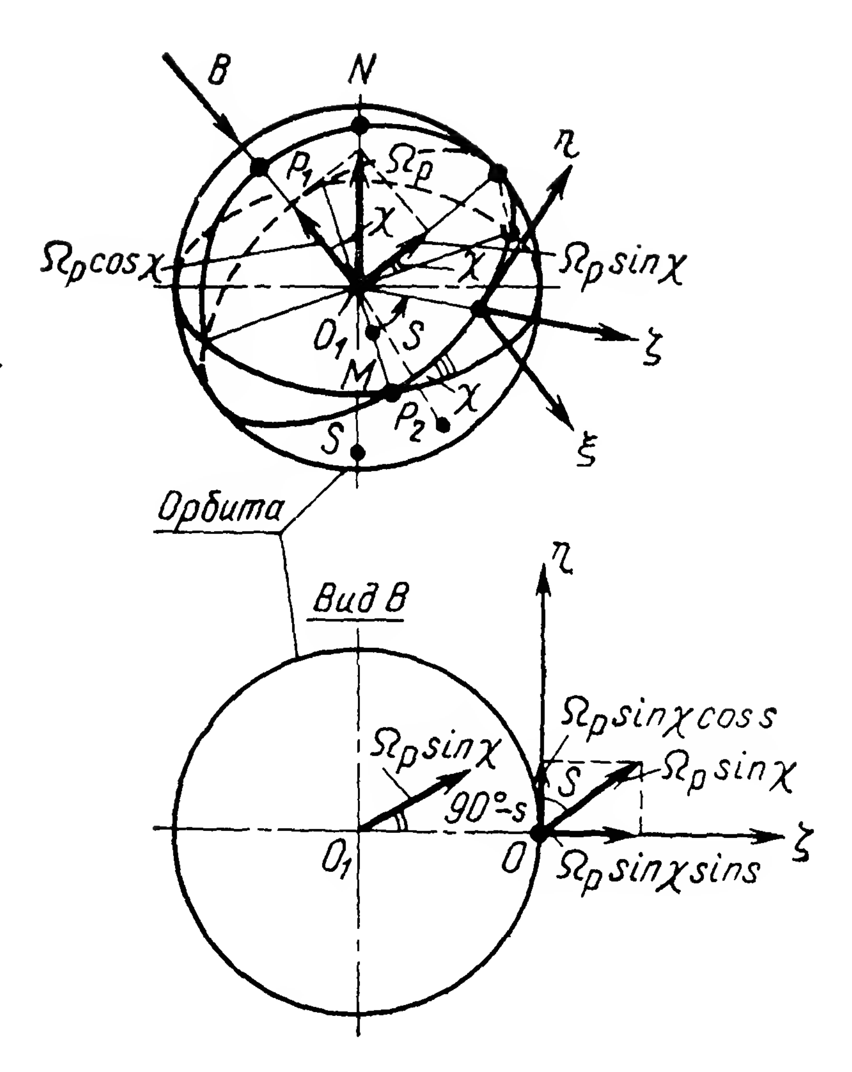
где $\omega_x\omega_y\omega_z$ — проекции переносной угловой скорости вращения трехгранника $Oxyz$ на его ребра.

Подставляя значения угловых скоростей $\Omega_x\Omega_y\Omega_z$ в дифференциальные уравнения (1.1), получаем:

$$\begin{gathered} -A\ddot{\beta} + (C-A)\dot{\alpha}^2\sin\beta\cos\beta + C\dot{\varphi}\dot{\alpha}\cos\beta = -A\dot{\omega}_x - (C-A)\times \\ \times\dot{\alpha}\omega_z\cos\beta - (C-A)\dot{\alpha}\omega_y\sin\beta - (C-A)\omega_y\omega'_z - C\dot{\varphi}\omega_y + M_x; \\ A\ddot{\alpha}\cos\beta + (C-2A)\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin\beta + C\dot{\varphi}\dot{\beta} = -A\dot{\omega}_y + (C-A)\dot{\alpha}\omega_x\sin\beta - \\ -(C-A)\dot{\beta}\omega_z + (C-A)\omega_x\omega'_z + C\dot{\varphi}\omega_x + M_y; \\ C\ddot{\varphi} + C\ddot{\alpha}\sin\beta + C\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\beta = -C\dot{\omega}'_z + M_z. \end{gathered} \qquad (1.3)$$

Моменты M_x, M_y и M_z включают в себя возмущающие моменты, действующие на спутник: гравитационные, аэродинамические, магнитные и другие моменты, а также диссипативные моменты — $D_\alpha\dot{\alpha}$ и $D_\beta\dot{\beta}$ естественного происхождения (аэродинамические, магнитные моменты с гистерезисной характеристикой) и моменты, создаваемые с помощью специальных устройств, устанавливаемых на

Рис. 1.3. Определение составляющих угловых скоростей $\Omega_{орб}$ и $\Omega_р$ на ребра орбитального трехгранника $O\xi\eta\zeta$



борту спутника (жидкостные демпферы, магнитные гистерезисные демпферы и др.). D_α и D_β — соответствующие коэффициенты демпфирования.

Определим проекции $\omega_\xi \omega_\eta \omega_\zeta$ угловой скорости вращения трехгранника $O\xi\eta\zeta$ на оси $Oxyz$, полагая, что орбитальный трехгранник $O\xi\eta\zeta$ вращается вокруг оси $O\xi$ с угловой скоростью $-\Omega_{орб}$, а также вокруг оси Мира (NS) с угловой скоростью $\Omega_р$ регрессии орбиты. При этом, раскладывая угловую скорость $\Omega_р$ на составляющие $\Omega_р \sin\chi$ и $\Omega_р \cos\chi$, а затем составляющую $\Omega_р \sin\chi$ на оси $O\zeta$ и $O\eta$ трехгранника $O\xi\eta\gamma$, согласно рис. 1.3 получаем

$$\omega_\xi = -\Omega_р \cos\chi - \Omega_{орб};$$
$$\omega_\eta = \Omega_р \sin\chi \cos S; \qquad (1.4)$$
$$\omega_\zeta = \Omega_р \sin\chi \sin S,$$

где χ — угол наклона орбиты к плоскости экватора; $S = \Omega_{орб} t$ — угол поворота направления истинной вертикали при движении спутника по орбите, отсчитываемой от точки M пересечения орбиты с плоскостью экватора.

В соответствии с рис. 1.2 определяем значения $\omega_x \omega_y \omega_z$:

$$\omega_x = -\omega_\eta \cos\alpha + \omega_\xi \sin\alpha;$$
$$\omega_y = \omega_\zeta \cos\beta + (\omega_\xi \cos\alpha + \omega_\eta \sin\alpha)\sin\beta; \qquad (1.5)$$
$$\omega_z = \omega_\zeta \sin\beta - (\omega_\xi \cos\alpha + \omega_\eta \sin\alpha)\cos\beta.$$

Подставляя значения $\omega_\xi \omega_\eta \omega_\eta$ из (1.4) в (1.5), окончательно имеем:

$$\omega_x = -\Omega_{орб} \sin\alpha - \Omega_р \sin\chi \cos S \cos\alpha - \Omega_р \cos\chi \sin\alpha;$$
$$\omega_y = -\Omega_{орб} \cos\alpha \sin\beta + \Omega_р \sin\chi \sin S \cos\beta - \Omega_р \cos\chi \cos\alpha \sin\beta +$$
$$+ \Omega_р \sin\chi \cos S \sin\alpha \sin\beta; \qquad (1.6)$$
$$\omega_z = \Omega_{орб} \cos\alpha \cos\beta + \Omega_р \cos\chi \cos\alpha \cos\beta - \Omega_р \sin\chi \cos S \sin\alpha \cos\beta +$$
$$+ \Omega_р \sin\chi \sin S \sin\beta.$$

В результате получаем систему нелинейных дифференциальных уравнений (1.3), которые вместе с уравнениями (1.6) позволяют определять вынужденное движение симметричного спутника в заданных условиях полета.

Для заданных конкретных условий полета $\omega_x(t)$, $\omega_y(t)$, $\omega_z(t)$ и возмущающих моментов $M_x^{\text{в.с}}$, $M_y^{\text{в.с}}$, $M_z^{\text{в.с}}$ движение спутника $\alpha(t)$, $\beta(t)$ относительно орбитальной системы координат может быть вычислено на ЭВМ.

Рассмотрим стабилизацию спутника путем относительно быстрого его вращения вокруг оси Oz с постоянной угловой скоростью $\dot\varphi_0$. При этом следует иметь в виду, что практически угловая скорость $\dot\varphi_0$ в тысячи раз превышает орбитальную угловую скорость $\Omega_{\text{орб}}$. Например, для спутника «Синком» [17] $\dot\varphi_0=17{,}3$ 1/с и, следовательно, отношение $\dot\varphi_0/\Omega_{\text{орб}}=17{,}3/10^{-3}=17\,300$.

Полагая углы α и β малыми, уравнения (1.3) движения спутника в первом приближении представим в виде

$$\begin{aligned} &A\ddot\alpha+H\dot\beta=-A\omega_x\omega_z-A\dot\omega_y+A\omega_z\dot\beta+H\omega_x+M_y;\\ &A\ddot\beta-H\dot\alpha=-A\omega_y\omega_z+A\dot\omega_x-A\omega_z\dot\alpha+H\omega_y-M_x. \end{aligned}\tag{1.7}$$

Пренебрегая в (1.7) инерционными возмущающими моментами, содержащими момент инерции A, малыми по сравнению с гироскопическим моментом ($H\omega_x$, $H\omega_y$), при $\chi=\chi^*=\text{const}$ и подставляя согласно (1.6) значения $\omega_x\omega_y$ и ω_z в (1.7), получаем

$$\begin{aligned} &A\ddot\alpha+H\dot\beta+H\Omega_{\text{орб}}\alpha=-H\Omega_{\text{р}}\sin\chi^*\cos\Omega_{\text{орб}}t+M_y;\\ &A\ddot\beta-H\dot\alpha+H\Omega_{\text{орб}}\beta=H\Omega_{\text{р}}\sin\chi^*\sin\Omega_{\text{орб}}t-M_x. \end{aligned}\tag{1.8}$$

Свободное движение спутника определим, пренебрегая регрессией $\Omega_{\text{р}}$ орбиты, т. е. полагая правые части дифференциальных уравнений (1.8) равными нулю. Записывая уравнения (1.8) в символической форме, имеем

$$\begin{aligned} &(As^2+H\Omega_{\text{орб}})\,\alpha+Hs\beta=0;\\ &(As^2+H\Omega_{\text{орб}})\,\beta-Hs\alpha=0. \end{aligned}\tag{1.9}$$

Умножая первое равенство (1 9) на $j=\sqrt{-1}$ и складывая его со вторым, получаем

$$(As^2+H\Omega_{\text{орб}})(\beta+j\alpha)+Hs(-\alpha+j\beta)=0.$$

Обозначаем $\beta+j\alpha=w$, тогда $j\beta-\alpha=jw$ и, следовательно,

$$A\ddot w+Hj\dot w+H\Omega_{\text{орб}}w=0.\tag{1.10}$$

Разыскивая частное решение (1 10) в форме $w=e^{j\mu t}$, получаем характеристическое уравнение

$$A\mu^2+H\mu-H\Omega_{\text{орб}}=0.\tag{1.11}$$

и определяем корни характеристического уравнения (1.11):

$$\mu_{12}=-\frac{H}{2A}\left[1\mp\sqrt{1+\frac{4A}{H}\Omega_{\text{орб}}}\right].\tag{1.12}$$

Полагая, что член $\frac{4A}{H}\Omega_{орб}$ мал по сравнению с единицей, выражение $\sqrt{1+\frac{4A}{H}\Omega_{орб}}$ раскладываем в степенной ряд

$$\sqrt{1+\frac{4A}{H}\Omega_{орб}}=1+2\frac{A}{H}\Omega_{орб}-2\frac{A^2}{H^2}\Omega^2_{орб}+\ldots, \tag{1.13}$$

удерживаем лишь два первых члена разложения и получаем приближенные значения корней μ_1 и μ_2:

$$\mu_1=-\frac{H}{A};\ \mu_2=-\Omega_{орб}. \tag{1.14}$$

При условии, что $\frac{4A}{H}\Omega_{орб}<1$, ряд (1.13) сходящийся. Корням μ_1 и μ_2 соответствует общее решение дифференциального уравнения (1.10):

$$w=s_1 e^{j\mu_1 t}+s_2 e^{j\mu_2 t}, \tag{1.15}$$

где s_1 и s_2 — постоянные, определяемые по начальным значениям w и $\dot{w}$ при $t=0$.

Общее решение (1.15) определяет сложное движение оси OZ спутника, представляющее собой суперпозицию двух конических движений. Движение спутника с частотой $\Omega_{орб}$ возникает вследствие переносного вращения орбитальной системы координат с частотой $\Omega_{орб}$ вокруг оси $-\xi$ и колебания с частотой нутационных колебаний H/A. Если под действием каких-либо диссипативных моментов $-D_\alpha\dot{\alpha}$ и $D_\beta\dot{\beta}$ нутационные колебания эффективно затухают, то в первом приближении рассматриваем прецессионные уравнения движения спутника (инерционными моментами $A\ddot{\alpha}$ и $A\ddot{\beta}$ и диссипативными моментами пренебрегаем); тогда получаем

$$\begin{aligned}\dot{\beta}+\Omega_{орб}\alpha&=-\Omega_р\sin\chi^*\cos\Omega_{орб}t+m_y;\\ \dot{\alpha}-\Omega_{орб}\beta&=-\Omega_р\sin\chi^*\sin\Omega_{орб}t+m_x,\end{aligned} \tag{1.16}$$

где $m_x=M_x/H$, $m_y=M_y/H$.

Для идеального гироскопа, полагая $m_x=m_y=0$ и исключая из (1.16) координату β, а затем координату α, имеем

$$\begin{aligned}\ddot{\alpha}+\Omega^2_{орб}\alpha&=-2\Omega_р\Omega_{орб}\sin\chi^*\cos\Omega_{орб}t;\\ \ddot{\beta}+\Omega^2_{орб}\beta&=2\Omega_р\Omega_{орб}\sin\chi^*\sin\Omega_{орб}t.\end{aligned} \tag{1.17}$$

Общими решениями дифференциальных уравнений (1.17) будут

$$\alpha=\alpha_0\sin\Omega_{орб}t+\frac{\dot{\alpha}_0}{\Omega_{орб}}\cos\Omega_{орб}t-\frac{\Omega_р}{\Omega_{орб}}\sin\chi^*\sin\Omega_{орб}t+$$
$$+\Omega_р\sin\chi^* t\cos\Omega_{орб}t; \tag{1.18}$$

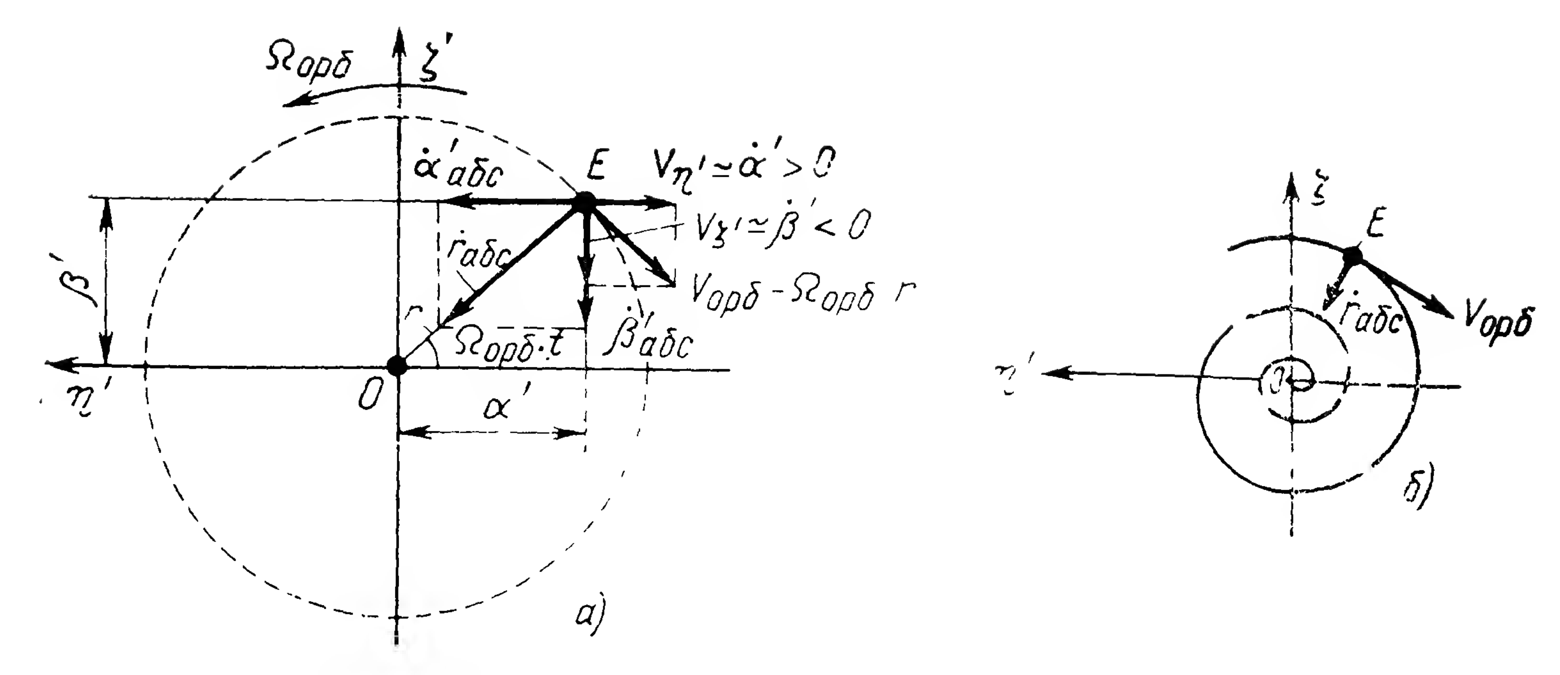


Рис. 1 4 Траектория движения апекса гироскопа на изображающую плоскость

$$\beta = \beta_0 \cos \Omega_{орб} t + \frac{\dot{\beta}_0}{\Omega_{орб}} \sin \Omega_{орб} t + \frac{\Omega_р}{\Omega_{орб}} \sin \chi^* \sin \Omega_{орб} t -$$

$$- \Omega_р \sin \chi^* t \cos \Omega_{орб} t.$$

и, следовательно, амплитуда (α^A, β^A) прецессионных колебаний спутника с течением времени возрастет. Причиной нарастания амплитуды $\alpha^A \beta^A$ колебаний спутника (представляющего собой идеальный гироскоп), ось Oz собственного вращения которого сохраняет неизменное направление в пространстве, является переносное движение орбитального трехгранника $O\xi\eta\zeta$, участвующего во вращении $(\Omega_{орб})$ спутника на орбите и регрессии орбиты $(\Omega_р)$.

Если собственная угловая скорость $\dot{\varphi}_0$ вращения гироскопа (спутника) постоянна и на спутник действуют какие-либо диссипативные $-D\dot{\alpha}$, $D\dot{\beta}$, например, аэродинамические моменты или моменты, создаваемые специальными демпфирующими устройствами, то, как известно, нутационные колебания гироскопа с течением времени затухают. Рассмотрим прецессионное движение спутника в орбитальной системе координат, порождаемое диссипативными моментами $-D\dot{\alpha}$ и $D\dot{\beta}$, но без учета регрессии орбиты.

Представим, что на изображающей плоскости $O\eta'\zeta'$ (рис. 1.4, *а*) апекс E гироскопа расположен так, как это показано на рисунке, а также в начале, в первом приближении, положим, что ось Oz сохраняет неизменное направление в абсолютном пространстве.

В этом случае апекс E гироскопа приобретает линейную скорость $V_{орб} = r\Omega_{орб}$, составляющие которой на оси $O\zeta'$, $O\eta'$ будут $V_{\zeta'} = \dot{\beta}' = V_{орб} \sin \Omega_{орб} t < 0, v_{\eta'} = \dot{\alpha}' = v_{орб} \cos \Omega_{орб}\, t > 0$, а следовательно и угловые скорости $\dot{\alpha} > 0$, $\dot{\beta} < 0$. Диссипативные моменты $M_{\zeta}^{д} = -D\dot{\alpha}$ и $M_x^{д} = D\dot{\beta}$ порождают прецессию гироскопа (спутника) с абсолютными угловыми скоростями $\dot{\alpha}_{абс} \simeq -\frac{D}{H} \dot{\beta} < 0$, $\dot{\beta}_{абс} = -\frac{D}{H} \dot{\alpha} < 0$, и апекс E гироскопа под влиянием диссипативных моментов приобретает линейные скорости $\dot{\alpha}'_{абс} < 0$ и $\dot{\beta}' < 0$. Апекс E

гироскопа под действием диссипативного момента $(-D\dot{\alpha}, D\dot{\beta})$ приближается к началу O координат $O\eta'\zeta'$ изображающей плоскости с линейной скоростью $\dot{r}_{\text{абс}} = -\frac{D}{H}\Omega_{\text{орб}}r$, и следовательно, вектор H собственного кинетического момента гироскопа под действием диссипативного момента $D\Omega_{\text{орб}}$ (рис. 1.4, *б*) сближается с вектором $\overline{\Omega}_{\text{орб}}$ (начало координат $O\zeta'\eta'$). При этом в результате действия диссипативного момента $(-D\dot{\alpha}, D\dot{\beta})$ ось Oz спутника приобретает свойство избирательности по отношению к направлению вектора $\overline{\Omega}_{\text{орб}}$ вращения орбитальной системы координат $O\xi\eta\zeta$.

В положении устойчивого равновесия векторы $\overline{H}$ и $\overline{\Omega}_{\text{орб}}$ лежат на одной прямой и имеют одинаковое направление. Положение равновесия гироскопа (спутника), при котором векторы $\overline{H}$ и $\overline{\Omega}_{\text{орб}}$ лежат на одной прямой, но направлены в противоположные стороны, является неустойчивым. Однако вследствие регрессии плоскости орбиты с угловой скоростью $\Omega_{\text{р}}$ ось Oz собственного вращения спутника несколько отклоняется от направления вектора $\Omega_{\text{орб}}$.

В установившемся режиме вынужденного прецессионного движения спутника погрешности, вносимые регрессией орбиты, представляют собой частные решения дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} &\dot{\beta} + d\dot{\alpha} + \Omega_{\text{орб}}\alpha = -\Omega_{\text{р}} \sin\chi^* \cos\Omega_{\text{орб}}t + m_y; \\ &\dot{\alpha} + d\dot{\beta} - \Omega_{\text{орб}}\beta = -\Omega_{\text{р}} \sin\chi^* \sin\Omega_{\text{орб}}t + m_x, \end{aligned} \qquad (1.19)$$

где $d = D/H$.

После преобразований (1.19) получаем

$$\begin{aligned} &(1+d^2)\ddot{\alpha} + 2d\Omega_{\text{орб}}\dot{\alpha} + \Omega^2_{\text{орб}}\alpha = -2\Omega_{\text{р}}\Omega_{\text{орб}} \sin\chi^* \cos\Omega_{\text{орб}}t + \\ &+ \Omega_{\text{р}}\Omega_{\text{орб}} \sin\chi^* d \sin\Omega_{\text{орб}}t + d\dot{m}_y + \Omega_{\text{орб}}m_y + \dot{m}_x; \\ &(1+d^2)\ddot{\beta} + 2\alpha\Omega_{\text{орб}}\dot{\beta} + \Omega^2_{\text{орб}}\beta = 2\Omega_{\text{р}}\Omega_{\text{орб}} - \sin\chi^* \sin\Omega_{\text{орб}}t - \\ &- \Omega_{\text{р}}\Omega_{\text{орб}} \sin\chi^* d \cos\Omega_{\text{орб}}t - d\dot{m}_x - \Omega_{\text{орб}}m_x + \dot{m}_y, \end{aligned} \qquad (1.20)$$

или в первом приближении, пренебрегая малыми членами, содержащими величину $d = D/H$, имеем

$$\begin{aligned} &\ddot{\alpha} + 2d\Omega_{\text{орб}}\dot{\alpha} + \Omega^2_{\text{орб}}\alpha = -2\Omega_{\text{р}}\Omega_{\text{орб}} \sin\chi^* \cos\Omega_{\text{орб}}t + \Omega_{\text{орб}}m_y + \dot{m}_x; \\ &\ddot{\beta} + 2d\Omega_{\text{орб}}\dot{\beta} + \Omega^2_{\text{орб}}\beta = 2\Omega_{\text{р}}\Omega_{\text{орб}} \sin\chi^* \sin\Omega_{\text{орб}}t - \Omega_{\text{орб}}m_x + \dot{m}_y. \end{aligned} \qquad (1.21)$$

Частными решениями дифференциальных уравнений (1.21) при $m_x = m_y = 0$ будут

$$\begin{aligned} &\alpha = -2\lambda_y \frac{\Omega_{\text{р}}}{\Omega_{\text{орб}}} \sin\chi^* \cos\Omega_{\text{орб}}t; \\ &\beta = 2\lambda_x \frac{\Omega_{\text{р}}}{\Omega_{\text{орб}}} \sin\chi^* \sin\Omega_{\text{орб}}t, \end{aligned} \qquad (1.22)$$

где λ_x, λ_y — коэффициенты динамичности системы.

В последнем случае при возмущениях, вносимых регрессией орбиты, так же как в (1.18), возникают резонансные колебания. При этом амплитуда вынужденных колебаний спутника, зависящая от величин коэффициентов динамичности λ_x, λ_y, может быть снижена путем уменьшения λ_x и λ^y, коэффициенты же динамичности λ_x^{max} и λ_y^{max} могут быть уменьшены только введением эффективного демпфирования $(-D_{\dot\alpha}, D_{\dot\beta})$ его колебаний. Если, например, $\Omega_р = 2\cdot 10^{-6}$ 1/с, $\Omega_{орб} = 10^{-3}$ 1/с, то, принимая $\lambda_y = 1$, получаем

$$\alpha = 2\cdot 1\cdot\frac{2\cdot 10^{-6}}{10^{-3}}\cos\Omega_{орб}t = 13{,}36'\cos\Omega_{орб}t;$$

$$\alpha_A = 13{,}36'.$$

Определим статические погрешности, порождаемые постоянными моментами внешних сил, например, при $M_x = M_x{}^0 = \mathrm{const}$, $M_y = M_y{}^0 = \mathrm{const}$. Согласно (1.21) получаем

$$\alpha_{ст} = \frac{M_y^0}{H\Omega_{орб}};\ \beta_{ст} = -\frac{M_x^0}{H\Omega_{орб}}. \qquad (1.23)$$

Для момента внешних сил при $M_y{}^0 = 100$ гс·см$=10^{-2}$ Н·м, $\Omega_{орб} = 10^{-3}$ 1/с и $\dot\varphi_0 = 17{,}3$ 1/с (спутник «Синком») [17], $C = 2\cdot 10^{10}$ гс·см·с$^2 = 2\cdot 10^6$ Н·м·с^2, получаем

$$H = C\dot\varphi_0 = 2\cdot 10^{10}\cdot 17{,}3 = 34{,}6\cdot 10^{10}\ гс\cdot см\cdot с = 34{,}6\cdot 10^6\ Н\cdot м\cdot с,$$

и, следовательно,

$$\alpha_{ст} = \frac{100}{34{,}6\cdot 10^{10}\cdot 10^{-3}} = 0{,}06''.$$

1.2. ПРИНУДИТЕЛЬНОЕ ВРАЩЕНИЕ СПУТНИКА С УГЛОВОЙ СКОРОСТЬЮ, РАВНОЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ $\Omega_{орб}$ ВРАЩЕНИЯ ОРБИТАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Если величина угловой скорости $\dot\varphi_0$ собственного вращения спутника сравнима с величиной угловой скорости $\Omega_{орб}$, а углы α и β малые, то в первом приближении из (1.3) и в соответствии с (1.8) получаем

$$A\ddot\alpha + D_\alpha\dot\alpha - [(2A - C)\,\Omega_{орб} - C\dot\varphi]\,\dot\beta + [(C - A)\,\Omega_{орб} + C\dot\varphi]\,\Omega_{орб}\alpha =$$

$$= -C\dot\varphi\Omega_р\sin\chi^*\cos S + M_y^{в.с};$$

$$A\ddot\beta + D_{\dot\beta}\dot\beta + [(2A - C)\,\Omega_{орб} - C\dot\varphi]\,\dot\alpha + [(C - A)\,\Omega_{орб} + C\dot\varphi]\,\Omega_{орб}\beta =$$

$$= C\dot\varphi\Omega_р\sin\chi^*\sin S - M_x^{в.с}. \qquad (1.24)$$

Если ось Oy примерно направлена по оси $O\zeta$, то собственный кинематический момент спутника $H' = C\dot\varphi \simeq 0$. При этом дифференциальные уравнения (1.24) принимают вид

$$A\ddot\alpha + D_\alpha\dot\alpha - (2A - C)\,\Omega_{орб}\dot\beta + (C - A)\,\Omega_{орб}^2\alpha =$$

$$= -(C - A)\,\Omega_р\Omega_{орб}\sin\chi^*\cos^2\alpha\cos\beta\cos\Omega_{орб}t + M_y^{в.с}; \qquad (1.25)$$

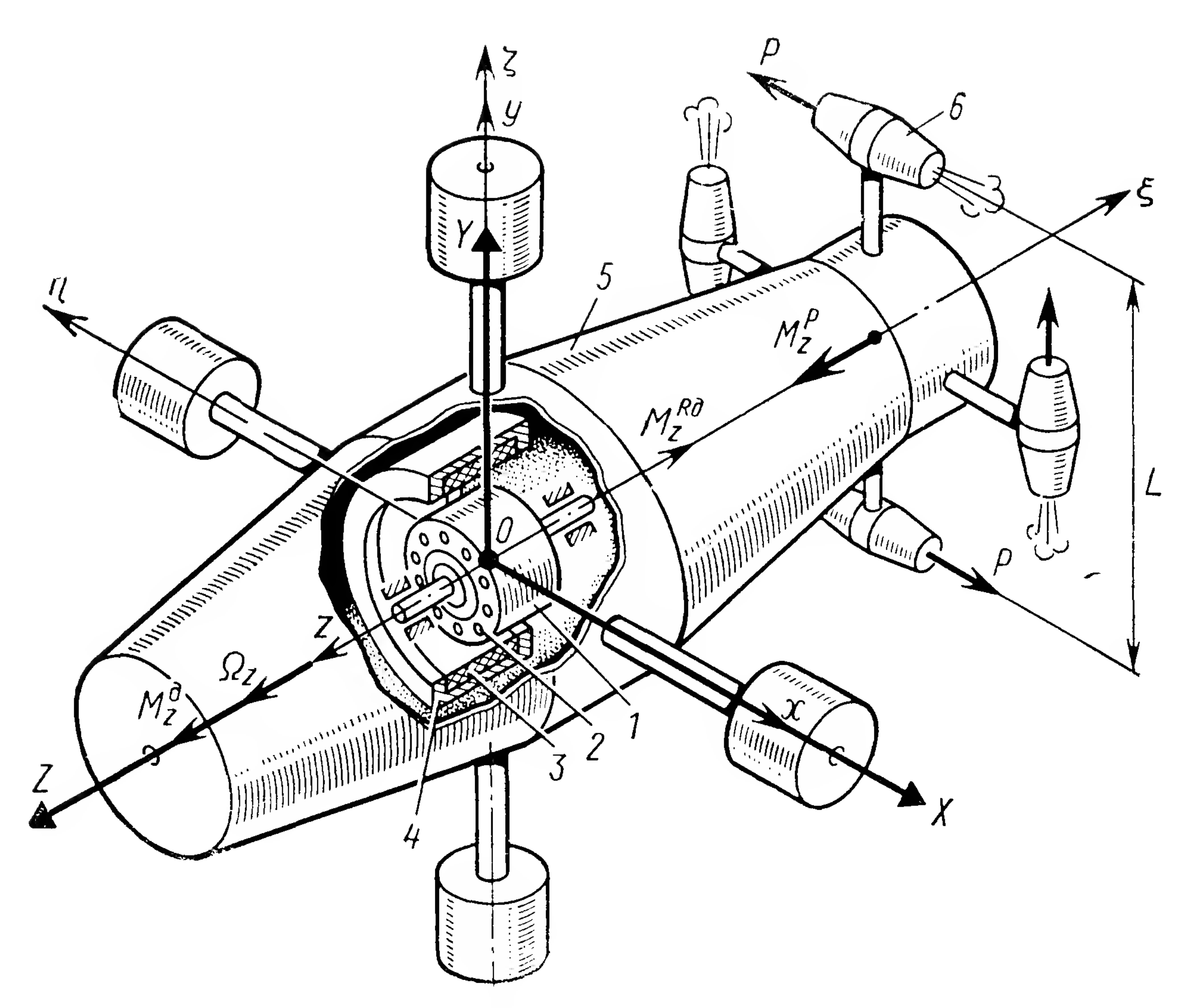


Рис. 1.5. Спутник, стабилизируемый гироскопом, установленным непосредственно в его корпусе

$$A\ddot{\beta} + D_\beta\dot{\beta} + (2A - C)\,\Omega_{\text{орб}}\dot{\alpha} + (C - A)\,\Omega^2_{\text{орб}}\beta = (C - A)\,\Omega_{\text{р}}\Omega_{\text{орб}}\sin\chi^* \times$$
$$\times\cos\alpha\cos^2\beta\sin\Omega_{\text{орб}}t - M_x^{\text{в.с}}.$$

Дифференциальные уравнения (1.25) движения соответствуют случаю, когда спутник принудительно вращается вокруг оси $O\xi$ вместе с орбитальной системой координат с угловой скоростью $\Omega_{\text{орб}}$. При этом, например, оптическая ось какого-либо устройства (фотоаппарата, телевизионной головки, кинокамеры и др.) в плоскости $O\eta\zeta$ удерживается на направлении истинной вертикали (ось $O\zeta$). Отклонения спутника по тангажу $\varphi\neq 0$ определяются, например, с помощью инфракрасной вертикали (ИКВ) и могут быть устранены «активным» способом стабилизации, например, путем включения газовых сопел. Если моменты внешних сил, действующих вокруг оси Oz, малы, то такое включение газовых сопел может быть кратковременным [18] (в настоящей монографии стабилизация спутника с помощью газовых сопел не рассматривается). Вместе с тем такая стабилизация идеального спутника в орбитальной системе координат по тангажу является «пассивной», так как при отсутствии возмущающих моментов на круговой орбите ось OY спутника может следить за направлением оси $O\zeta$ при его вращении вокруг оси Oz по инерции и не требует затраты энергии. Однако через какой-то промежуток времени любая «пассивная» система гироскопической стабилизации требует затраты энергии (например режим «насыщения» маховиков и гироскопов, см. гл. 6).

Структура дифференциальных уравнений (1.25) движения ($\dot{\varphi}=0$) не отличается от структуры дифференциальных уравнений (1.8) движения спутника, вращающегося вокруг оси OZ с угловой скоростью $\dot{\varphi}_0$. Однако такой метод ($\dot{\varphi}=0$) стабилизации по сравнению с вращающимся спутником ($\dot{\varphi}=\dot{\varphi}_0=\text{const}$) обладает значительными погрешностями при действии на него моментов внешних сил.

Для удержания оси OY спутника на направлении истинной вертикали практически широко используется метод гравитационной стабилизации. Метод такой стабилизации спутника близок к эффекту либрации Луны. При всех рассмотренных методах стабилизации спутников важнейшей остается задача демпфирования колебаний, возникающих в процессе его движения.

Для исследования стабилизации спутника ($\dot{\varphi}=0$) в уравнения движения (1.25) следует добавить моменты (см гл. 5), создаваемые гравитационным полем, а также дифференциальные уравнения (1.25) представить в несколько более общем виде с учетом несимметрии эллипсоида инерции спутника. Исследование подобной гравитационной системы в комбинации с гироскопической системой стабилизации дается в гл. 5. Гравитационные методы стабилизации спутников без гироскопических устройств в настоящей монографии не рассматриваются.

1.3. СТАБИЛИЗАЦИЯ СПУТНИКА С ПОМОЩЬЮ ГИРОСКОПА, УСТАНОВЛЕННОГО В ЕГО КОРПУСЕ

Спутник, стабилизируемый на орбите с помощью гироскопа, подшипники оси ротора которого установлены непосредственно в его корпусе, показан на рис. 1.5. Ротор *1* гироскопа относительно корпуса *5* имеет одну степень свободы — вращение вокруг оси с угловой скоростью Ω_z. Ротор *1* гироскопа приводится во вращение вокруг оси Oz с помощью электродвигателя *2, 3*, установленного в кожухе *4* гироскопа. Гироскоп вместе со спутником имеет три степени свободы. При разгоне ротора гироскопа корпус спутника необходимо удерживать от вращения вокруг оси OZ, например, с помощью жидкостно-реактивных двигателей *6*, развивающих силу тяги P, действующую на плече L, и образующую пару сил PL и момент M_z^P , вектор которого направлен по оси Oz. В процессе разгона ротора *1* гироскопа момент реакции электродвигателя $M_Z^{\text{р.д}}$, действующий на корпус *5*, уравновешивается моментом M_z^P , развиваемым жидкостно-реактивными двигателями.

В установившемся режиме вращения ротора гироскопа вокруг оси OZ с угловой скоростью $\Omega_Z{}^0=\text{const}$ момент $M_Z^{\text{р.д}}$ реакций электродвигателя уравновешивается моментом $M_Z{}^c$ сопротивления, возникающим в опорах вращения ротора гироскопа и электродвигателя. В этом случае при вращении ротора с постоянной установившейся угловой скоростью $\Omega_z{}^0$ и после выключения жидкостно-реактивных двигателей *6* вращения корпуса *5* спутника вокруг оси OZ (при соответствующих начальных условиях) уже не происходит.

В общем случае направление оси O_1Z вращения ротора *1* гироскопа может не совпадать с направлением оси Oz спутника; при этом осью, стабилизируемой гироскопом, конечно является ось Oz вращения его ротора. Вращение спутника вокруг оси Oz здесь не стабилизировано. Если, например, в корпусе спутника установить три гироскопа и пренебречь моментом количества движения спутника, то стабилизируемой осью будет направление вектора, представляющего собой геометрическую сумму векторов $\overline{H}_1$, $\overline{H}_2$ и $\overline{H}_3$ собственных кинетических моментов гироскопов. Здесь, как и в случае одного гироскопа (рис. 1.5), вращение корпуса спутника вокруг направления вектора $\overline{\theta}$, представляющего собой геометрическую сумму векторов $\overline{H}_1$, $\overline{H}_2$ и $\overline{H}_3$, также не стабилизовано.

Пространственная стабилизация спутника не может быть осуществлена путем увеличения числа гироскопов, имеющих относительно корпуса спутника одну степень свободы и вращающихся с постоянными угловыми скоростями вокруг осей их роторов. В то же время пространственная стабилизация спутника достигается применением одного гироскопа (рис. 1.5), если угловая скорость $\Omega_z(\dot{\varphi})$ вращения его ротора не постоянна и стабилизация вращения КЛА спутника вокруг оси $O_1Z(z)$ осуществляется с помощью двигателя *2, 3* гироскопа подобно тому, как это делается при стабилизации спутника с помощью маховиков. Метод управления спутником с помощью маховиков рассматривается в гл. 6. Составим приближенные дифференциальные уравнения движения спутника, стабилизируемого гироскопом (рис. 1.5), при условии, что угловая скорость $\dot{\varphi}$ вращения ротора поддерживается постоянной ($\dot{\varphi}=\dot{\varphi}_0=\text{const}$, $H'=C_p\dot{\varphi}_0=\text{const}$, где C_p — осевой момент инерции ротора гироскопа).

По-прежнему полагаем, что O_1X, O_1Y, O_1Z — главные оси инерции спутника. Обозначим: A_0, B_0 и C_0 — моменты инерции спутника вместе с гироскопом отно-

сительно осей O_1X, O_1Y и O_1Z, Ω_X, Ω_Y — проекции абсолютной угловой скорости вращения спутника на оси O_1X и O_1Y, $M_X^{\text{в.с}}$, $M_Y^{\text{в.с}}$ — моменты внешних сил, действующие вокруг осей O_1X и O_1Y спутника.

Следуя принципу Д'Аламбера, в первом приближении при $\Omega_y \ll \Omega_z \gg \Omega_x$ получаем:

$$\sum M_x = A_0\dot{\Omega}_x - H'\Omega_y + M_x^{\text{в.с}} = 0; \qquad (1.26)$$

$$\sum M_y = -B_0\dot{\Omega}_y - H'\Omega_x + M_y^{\text{в.с}} = 0.$$

В случае стабилизации спутника гироскопом, установленным в корпусе спутника (рис. 1.5), согласно (1.26) устойчивость его движения, в отличие от спутника (см. рис. 1.1), вращающегося вокруг одной из главных осей его инерции, достигается независимо от соотношения моментов инерции относительно главных его осей [$C_0 > A_0(B_0)$] или $C_0 < A_0(B_0)$ или $A_0 < C_0 < B_0$].

Для стабилизации и управления движением спутников и КЛА применяют более сложные гироскопические системы, анализ исследования которых в ряде случаев можно проводить хорошо разработанными методами анализа гироскопических стабилизаторов. При этом вначале целесообразно рассмотреть общие принципы построения и методы анализа гиростабилизаторов платформ инерциальных навигационных систем, аэрофотоаппаратов и других устройств, начиная с простейших одноосных гиростабилизаторов.

Глава 2
ОДНООСНЫЕ ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СТАБИЛИЗАТОРЫ

Гироскоп в кардановом подвесе, ось ротора которого с помощью разгрузочного устройства удерживается на направлении (ось z_0), перпендикулярном плоскости, заключающей оси внутренней и наружной рамок карданова подвеса, называется одноосным гироскопическим стабилизатором (рис. 2.1).

Применение разгрузочного устройства в гироскопическом стабилизаторе превращает его в замкнутую авторегулируемую систему, следящую за величиной и направлением момента $M_{y_1}^{\text{в.с}}$ внешних сил, действующего вокруг оси Oy_1 его стабилизации.

Разгрузочное устройство удерживает ось Oz ротора гироскопа вблизи направления оси Oz_0 и предохраняет ее от совмещения с осью Oy_1 стабилизации.

Вместе с тем при угловых колебаниях ЛА (на котором установлен ГС) вокруг центра его масс и при эволюциях (вираж, бочка, петли и др.) разгрузочное устройство порождает собственную скорость прецессии оси Oz ротора гироскопа, т. е. является источником его погрешностей.

Причина возникновения таких погрешностей у одноосного гиростабилизатора с идеальным разгрузочным устройством (угол $\beta = 0$ момент внешних сил, действующих вокруг оси прецессии $M_x^{\text{в.с}} = 0$) заключается в том, что ось Oz ротора гироскопа практически имеет одну степень свободы относительно ЛА — вращение вокруг оси Oy_1 его стабилизации. Направление же оси Oy_1 наружной рамки карданова подвеса гиростабилизатора при поворотах ЛА изменяется и, следовательно, у гиростабилизатора возникает погрешность

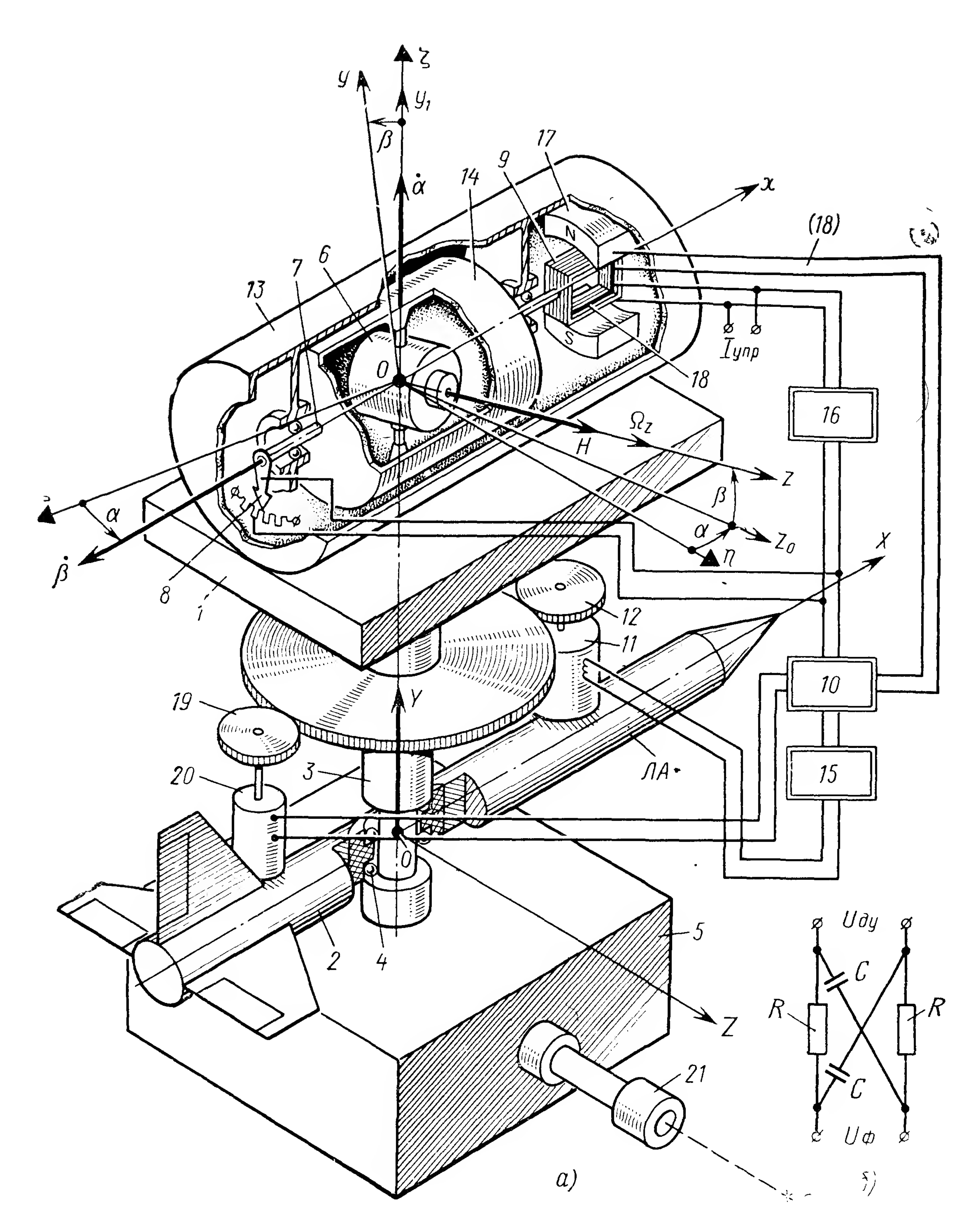


Рис. 2.1. Схема одноосного гироскопического стабилизатора:

1 — платформа; *2* — ПА; *3* — ось платформы; *4* — подшипники оси платформы; *5* — стабилизируемый объект; *6* — гиромотор; *7* — полуоси поплавка; *8* — потенциометрический датчик угла; *9* — обмотка моментного датчика; *10—15—16* — усилители; *11* — двигатель разгрузки; *12, 19* — редукторы; *13* — корпус гироскопа; *14* — поплавок; *17* — магнит; *18* — проводник; *20* — тахогенератор; *21* — оптический датчик

(поворот платформы вокруг оси Oy_1 стабилизации), пораждаемая эффектом некоммутативности конечных поворотов (см. разд. 6).

Схема одноосного гироскопического стабилизатора представлена на рис. 2.1, *а*. Платформа *1* гироскопического стабилизатора установлена на оси *3*. Ось *3* вместе с платформой *1* в подшипниках *4* поворачивается относительно корпуса *2* гиростабилизатора, закрепленного на ЛА. На оси *3* также установлен стабилизируемый объект *5* (например, оптическое прицельное устройство *21*). На платформе *1* закреплен корпус *13* гироскопа, имеющего относительно платформы *1* две степени свободы — вращение ротора (на рис. 2.1 ротор не показан) вокруг оси Oz с угловой скоростью Ω_z и вра-

щение ротора вокруг оси Ox прецессии гироскопа вместе с гиромотором *6* и поплавком *14*. На оси *7* установлен датчик *8* угла поворота гироскопа вокруг оси Ox и магнитоэлектрический моментный датчик *9*, *17*.

Разгрузочное устройство гиростабилизатора включает в себя, датчик угла *8*, усилительно-преобразующее устройство *10*, *15*, разгрузочный двигатель *11* и редуктор *12*.

При поворотах гироскопа вокруг оси Ox на угол β на вход разгрузочного устройства поступает сигнал $U_{д.у}$ с датчика *8* угла, пропорциональный углу β:

$$U_{д.у}=k_1\beta\,(I_{д.у}=k_1'\beta), \tag{2.1}$$

где $k_1\,(k_1')$ — коэффициент усиления датчика угла.

Сигнал $U_{д.у}$, $I_{д.у}$ — снимаемый с датчика *8* угла, поступает на вход преобразующего устройства *10*, например, представляющего собой пассивный четырехполюсник.

На рис. 2.1, *б* показан пассивный четырехполюсник, представляющий собой фазовращающую ячейку, передаточная функция $w_ф(s)$ которой имеет вид

$$W_ф(s)=\frac{U_ф s}{U_{д.у} s}=k_2\frac{1-T_2 s}{1+T_2 s}. \tag{2.2}$$

где $U_{д.у}(s)$ — изображение входного сигнала, поступающего с датчика угла; $U_ф(s)$ — изображение выходного сигнала, снимаемого с фазовращающей ячейки и поступающего на вход усилительного устройства 15; k_2 — коэффициент усиления пассивного четырехполюсника; T_2 — постоянная времени; s — оператор Лапласа.

Уравнение баланса электродвижущих сил усилителя *15* с постоянной времени T_3:

$$T_3 sU+U=k_3U_ф. \tag{2.3}$$

Здесь U — напряжение, подводимое к обмотке якоря двигателя *11*.

Уравнение баланса электродвижущих сил в цепи якоря разгрузочного двигателя можно представить в виде

$$L_я sI+R_я I=U-iC_я s\alpha, \tag{2.4}$$

$L_я$ — индуктивное сопротивление цепи якоря двигателя; $R_я$ — омическое сопротивление цепи якоря; I — сила тока, протекающего в якоре двигателя; i — передаточное число редуктора двигателя; $C_я$ — коэффициент противоэлектродвижущей силы якоря двигателя.

Момент, развиваемый двигателем вокруг оси Oy_1 стабилизации в заторможенном режиме, равен

$$M^р_{y_1}=-iC_м I, \tag{2.5}$$

где $C_м=C_я/g$ — коэффициент момента двигателя; g — ускорение силы тяжести.

После преобразования системы уравнений (2.1), (2.2), (2.3), (2.4), (2.5) получаем

$$M_{y_1}^{р}=-k_1k_2k_3i\frac{C_я}{gR_я}\frac{1-T_2s}{1+T_2s}\frac{1}{(T_3s+1)(T_4s+1)}\beta-i^2\frac{C_я^2}{gR_я}\frac{1}{T_4s+1}\alpha \tag{2.6}$$

или $M_{y_1}^{р}=-k_{y_1}\frac{1-T_2s}{1+T_2s}\frac{1}{(T_3s+1)(T_4s+1)}\beta-k_\alpha\frac{s}{T_4s+1}\alpha,$

$$k_{y_1}=k_1k_2k_3i\frac{C_я}{gR_я},\quad k_\alpha=i^2\frac{C_я^2}{gR_я},$$

$$T_4=L_я/R_я,$$

а также

$$\dot\alpha=\dot\alpha_{абс}-\dot\alpha_{пер}=\dot\alpha_{абс}-\omega_{y_1}^{пер}. \tag{2.7}$$

Последний член в формуле (2.6) в значительной мере определяет жесткость характеристики двигателя разгрузочного устройства.

В общем случае при любом виде формирования корректирующих ячеек преобразующего устройства и при любой структурной схеме канала разгрузочного устройства (при $\alpha=0$) получаем

$$M_{y_1}^{р}=-k_{y_1}w_{к.у_1}(s)W_{р.у_1}(s)\beta, \tag{2.8}$$

$W_{к.у}(s)$ — передаточная функция корректирующих звеньев канала разгрузочного устройства; $W_{р.у_1}(s)$ — передаточная функция разгрузочного устройства без корректирующих звеньев (при $W_{к.у}(s)=1$).

Кроме момента $M_{y_1}^{р}$, развиваемого разгрузочным двигателем вокруг оси Oy_1 стабилизации, действуют следующие моменты: момент $M_{y_1}^{тр}$ сил сухого и вязкого трения в опорах, моменты тяжения токоподводов $M_{y_1}^{тп}$, статической несбалансированности $M_{y_1}^{н.б}$, инерционные моменты $M_{y_1}^{ин.р}$ рам карданова подвеса, моменты $M_{y_1}^{нр}$ от неравножесткости элементов карданова подвеса, возмущающие моменты $M_{y_1}^{дв}$, порождаемые двигателем разгрузочного устройства, а также моменты $M_x^{тр}$, $M_x^{тп}$, $M_x^{нб}$, $M_x^{нр}$, действующие вокруг оси Ox.

2.1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА

С кожухом гироскопа (рис. 2.1) связываем трехгранник xyz Резаля так, что ось Oz направлена по оси собственного вращения ротора, ось Ox — по оси его прецессии, а ось Oy, перпендикулярная плоскости Oxz, образует с осями xz правый трехгранник Резаля.

Для симметричного ротора гироскопа оси Ox, Oy и Oz являются главными осями его инерции; моменты инерции ротора относительно осей Oz и Ox (Oy) обозначаем через C и A соответственно. Оси $Oxyz$ внутренней рамки (кожуха) карданова подвеса полагаем главными осями инерции и моменты ее инерции относительно этих осей обозначаем через A_1, B_1 и C_1 соответственно, оси y_1x и z_0, свя-

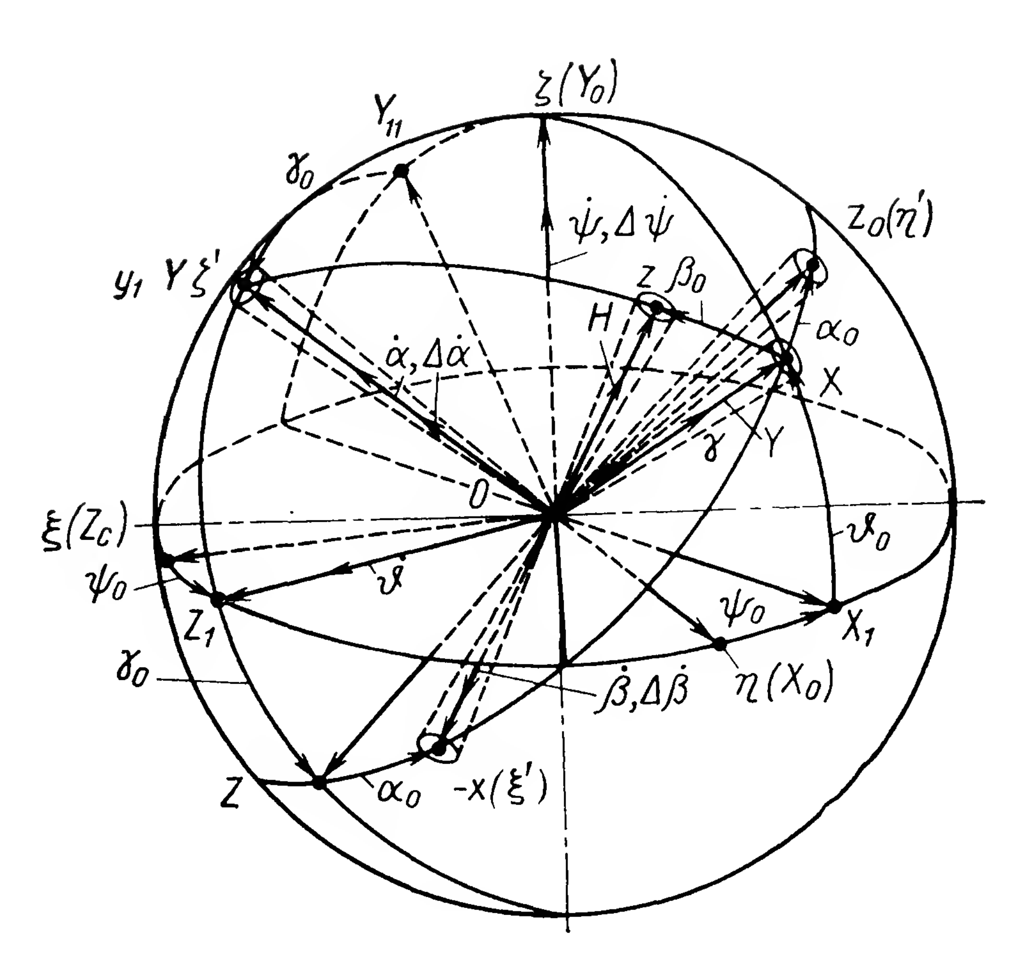


Рис. 2.2. Расположение координатных осей одноосного гироскопического стабилизатора

занные с платформой и стабилизируемым объектом, также считаем главными осями их инерции и обозначаем через A_2, B_2 и C_2 соответственно. Собственный кинетический момент гироскопа равен $H=C\Omega_z$, где Ω_z — проекция абсолютной угловой скорости вращения ротора гироскопа на ось Oz.

Для составления уравнений движения гиростабилизатора определяем положение связанного с ЛА трехгранника $OXYZ$ относительно абсолютной системы координат $O\xi\eta\zeta$ углами ψ, ϑ и γ. При этом полагаем, что $\psi=\psi_0+\Delta\psi$, $\vartheta=\vartheta_0+\Delta\vartheta$, $\gamma=\gamma_0+\Delta\gamma$, где ψ_0, ϑ_0 и γ_0 — постоянные значения углов ψ, ϑ и γ, а $\Delta\psi$, $\Delta\vartheta$ и $\Delta\gamma$ — малые их изменения, не превосходящие малых величин $\Delta\psi_0$, $\Delta\vartheta_0$ и $\Delta\gamma_0$.

На рис. 2.2 показано произвольное расположение осей OX, OY и OZ ЛА, соответствующее значениям углов ψ_0, ϑ_0 и γ_0, а также указаны области, за пределы которых не выходят изменения $\Delta\psi$, $\Delta\vartheta$ и $\Delta\gamma$ углов ψ, ϑ и γ. Положение гироскопа определяем относительно опорного трехгранника $OXYZ$, с которым в начале совмещаем оси $Oxyz$ Резаля. Вначале вокруг оси OY поворачиваем гиростабилизатор на угол α и новое направление оси Oz. обозначаем через Oz_0. Затем ось Oz при поворотах гироскопа вокруг оси Ox его прецессии поворачивается на угол β. Отклонения оси Oz от направления, задаваемого постоянными углами α_0 и β_0, на углы $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ считаем малыми и занимающими любое направление внутри конуса, показанного на рис. 2.2.

При этом полагаем, что

$$\alpha=\alpha_0+\Delta\alpha;\quad \beta=\beta_0+\Delta\beta,$$

где α_0 и β_0 — величины постоянные, а малые углы $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ — отклонения гироскопа, которые не выходят за пределы малых величин $\Delta\alpha_0$ и $\Delta\beta_0$.

Приближенные уравнения движения гиростабилизатора, представляющие собой уравнения моментов, действующих вокруг осей Oy_1 и Ox гиростабилизатора, отклоняющихся относительно абсолютных осей $O\xi'$, $O\zeta'$ на малые углы $\Delta\alpha_{абс}$ и $\Delta\beta_{абс}$, будут

$$[A_2+(A+B_1)\cos^2\beta_0+C_1\sin^2\beta_0]\,\Delta\ddot{\alpha}_{абс}+H\cos\beta_0\Delta\dot{\beta}_{абс}+$$

$$+2(C_1-B_1-A)\sin\beta_0\cos\beta_0\Delta\dot{\alpha}_{абс}\Delta\dot{\beta}_{абс}=\sum M_{y_1};\qquad(2.9)$$

$$(A+A_1)\,\Delta\ddot{\beta}_{абс}-H\cos\beta_0\Delta\dot{\alpha}_{абс}-(C_1-B_1-A)\sin\beta_0\cos\beta_0\Delta\dot{\alpha}^2_{абс}=$$
$$=-\sum M_x.$$

При изучении движения одноосных гиростабилизаторов с достаточным для технических приложений допущением в дифференциальных уравнениях (2.9) моментами центробежных сил пренебрегаем и в дальнейшем пользуемся приближенными уравнениями движения гироскопа гиростабилизатора:

$$\begin{aligned} &J_0\Delta\ddot{\alpha}_{абс}+H\cos\beta_0\Delta\dot{\beta}_{абс}=\sum M_{y_1};\\ &A_0\Delta\ddot{\beta}_{абс}-H\cos\beta_0\Delta\dot{\alpha}_{абс}=-\sum M_x.\\ &J_0=A_2+(A+B_1)\cos^2\beta_0+C_1\sin^2\beta_0,\\ &A_0=A+A_1. \end{aligned} \tag{2.10}$$

2.2. ВОЗМУЩАЮЩИЕ МОМЕНТЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ ВОКРУГ ОСЕЙ Ox И Oy_1 ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА

Выражения $\sum M_x$ и $\sum M_{y_1}$, стоящие в правых частях дифференциальных уравнений (2.10), представляют собой суммы моментов, действующих вокруг осей прецессии и стабилизации:

$$\sum M_x=M_x^{упр}+M_x^{тр}+M_x^{тп}+M_x^{нб}+M_x^{нр}. \tag{2.11}$$

Здесь $M_x^{упр}$ —управляющий момент, развиваемый моментными датчиками *9, 17* (рис. 2.1).

$$\sum M_{y_1}=M_{y_1}^{р}+M_{y_1}^{тр}+M_{y_1}^{тп}+M_{y_1}^{нб}+M_{y_1}^{ин.р}+M_{y_1}^{нр}+M_{y_1}^{дв}. \tag{2.12}$$

Управляющий момент

$$M_x^{упр}=E_{упр}(I,\ B) \tag{2.13}$$

определяется величиной тока I, протекающего в обмотке *9* моментного датчика, а также зависит от величины магнитной индукции B в зазорах постоянного магнита *17*.

Моментный датчик *9, 17* служит, например, для управления антенной координатора цели или оптического прицельного устройства *21*, установленного на платформе *1* гироскопа. Моментный датчик *9, 17* также используется для уменьшения систематических составляющих собственной скорости $\Delta\dot{\alpha}^{соб}_{абс}$ прецессии гироскопа, при контрольных проверках исправности и определении погрешностей гиростабилизатора.

Принимаем, что моменты трения $M_x^{тр}$ и $M_{y_1}^{тр}$, возникающие в опорах осей карданова подвеса, могут быть представлены в виде моментов сил «сухого» и «вязкого» трения. Моменты сил «сухого»

трения $\mp M_{\dot\alpha}$ и $\pm M_{\dot\beta}$ в первом приближении зависят только от знаков относительных угловых скоростей $\Delta\dot\alpha$ и $\Delta\dot\beta$, а именно:

$$M_x^{\text{тр}} = \pm M_{\dot\beta}, \quad M_{y_1}^{\text{тр}} = \mp M_{\dot\alpha}. \tag{2.14}$$

Верхний знак берется при $\dot\alpha > 0$ или $\dot\beta > 0$, нижний — при $\dot\alpha < 0$, $\dot\beta < 0$. Моменты сил «вязкого» трения принимаем равными

$$M_x^{\text{тр.в}} = D_\beta \dot\beta, \quad M_{y_1}^{\text{тр.в}} = -D_\alpha \dot\alpha, \tag{2.15}$$

где D_α и D_β — постоянные коэффициенты пропорциональности или удельные демпфирующие моменты.

Относительные угловые скорости $\dot\alpha$ и $\dot\beta$ поворота рам карданова подвеса в нашем случае определяются из кинематических соотношений

$$\begin{aligned} \dot\alpha_{\text{абс}} &= \dot\alpha + \dot\alpha_{\text{к}} + \omega_{y_1}^{\text{пер}}; \\ \dot\beta_{\text{абс}} &= \dot\beta - \omega_x^{\text{пер}}, \end{aligned} \tag{2.16}$$

в которых вначале в первом приближении полагаем

$$\dot\alpha_{\text{абс}} = \dot\beta_{\text{абс}} = 0.$$

При этом имеем

$$\dot\alpha = \dot\alpha_{\text{к}} - \omega_{y_1}^{\text{пер}}; \quad \dot\beta = \omega_x^{\text{пер}}, \tag{2.17}$$

где $\dot\alpha_{\text{к}}$ — угловая скорость поворота наружной рамки, порождаемая кинематическими связями карданова подвеса.

Определим проекции $\dot\psi$, $\dot\vartheta$ и $\dot\gamma$ переносной угловой скорости вращения ЛА на его связанные оси $OXYZ$ координат. В первом приближении при условии, что $\psi = \psi_0 + \Delta\psi$, $\vartheta = \vartheta_0 + \Delta\vartheta$, $\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma$, ($\psi_0$, ϑ_0, γ_0 — постоянные величины), согласно рис. 2.2 получаем

$$\begin{aligned} \omega_X^{\text{пер}} &= \Delta\dot\gamma + \sin\vartheta_0 \Delta\dot\psi; \\ \omega_Y^{\text{пер}} &= \cos\vartheta_0 \cos\gamma_0 \Delta\dot\psi + \sin\gamma_0 \Delta\dot\vartheta; \\ \omega_Z^{\text{пер}} &= \cos\gamma_0 \Delta\dot\vartheta - \cos\vartheta_0 \sin\gamma_0 \Delta\dot\psi. \end{aligned} \tag{2.18}$$

Раскладывая переносные угловые скорости $\omega_X^{\text{пер}}$, $\omega_Y^{\text{пер}}$ и $\omega_Z^{\text{пер}}$ на оси Ox, Oy_1 и Oz_0 (рис. 2.3) в предположении, что $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$ ($\alpha_0 = \text{const}$) и согласно (2.18) в первом приближении получаем

$$\begin{aligned} \omega_x^{\text{пер}} &= -\sin\alpha_0 \Delta\dot\gamma - (\sin\vartheta_0 \sin\alpha_0 - \cos\vartheta_0 \sin\gamma_0 \cos\alpha_0) \Delta\dot\psi - \\ &\quad \cos\gamma_0 \cos\alpha_0 \Delta\dot\vartheta; \\ \omega_{y_1}^{\text{пер}} &= \omega_Y^{\text{пер}} = \cos\vartheta_0 \cos\gamma_0 \Delta\dot\psi + \sin\gamma_0 \Delta\dot\vartheta; \\ \omega_{z_0}^{\text{пер}} &= \cos\alpha_0 \Delta\dot\gamma + (\cos\vartheta_0 \sin\alpha_0 \sin\gamma_0 + \sin\vartheta_0 \cos\alpha_0) \Delta\dot\psi - \\ &\quad - \cos\gamma_0 \sin\alpha_0 \Delta\dot\vartheta. \end{aligned} \tag{2.19}$$

Здесь $\omega_x^{\text{пер}}$, $\omega_{y_1}^{\text{пер}}$ и $\omega_{z_0}^{\text{пер}}$ — переносные угловые скорости вращения

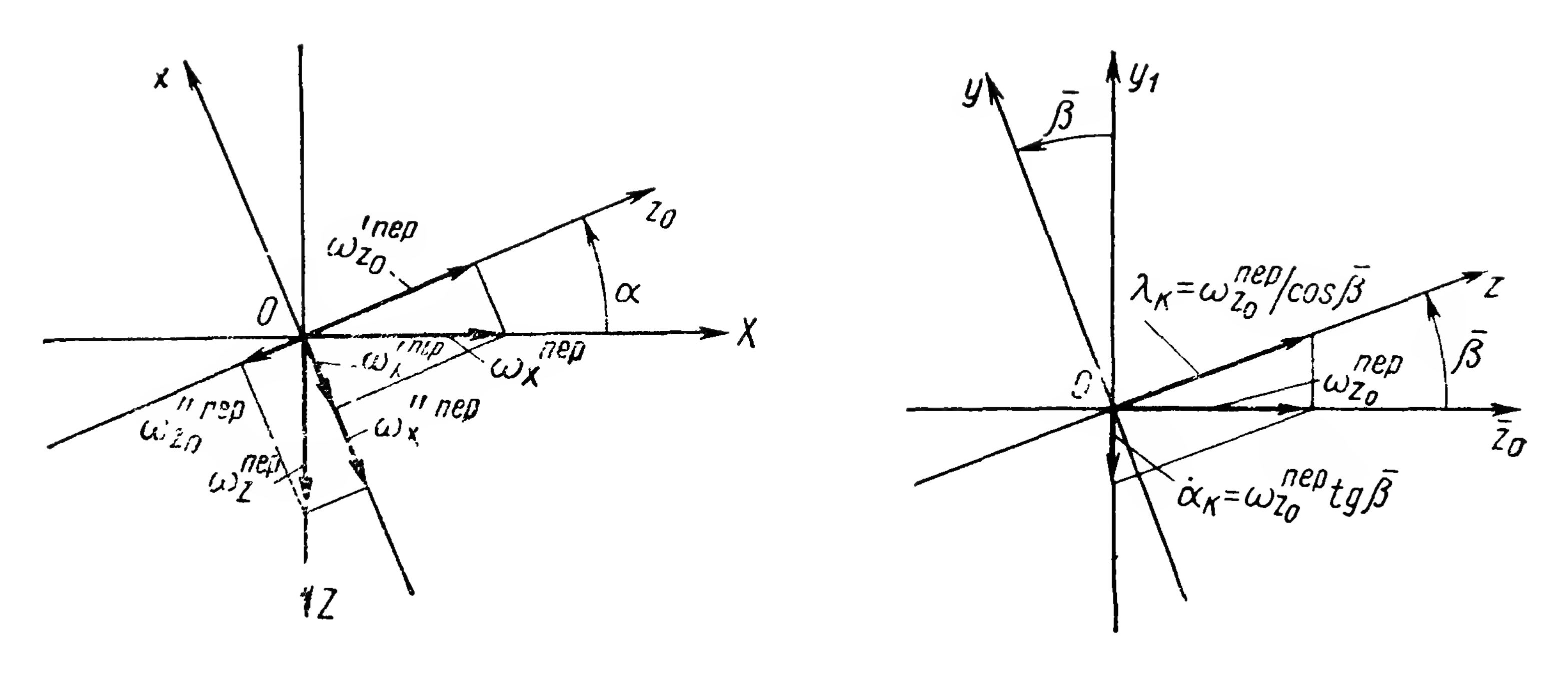


Рис. 2.3. Схема разложения векторов угловой скорости $\omega_X^{пер}$ и $\omega_Y^{пер}$ *на оси* $0x$ *и* $0z_0$

Рис. 2.4. Схема разложения угловой скорости

корпуса гиростабилизатора, установленного на ЛА, вокруг осей Ox, Oy_1 и Oz_0.

По-прежнему полагаем, что ось Oz ротора гироскопа занимает неизменное направление в абсолютном пространстве. Определим абсолютные угловые скорости $\dot\alpha_к$ и $\dot\lambda_к$ карданных поворотов наружной и внутренней рамок карданова подвеса вокруг осей Oy_1 и Oz, которые отличаются от угловых скоростей (2.19) переносного вращения ЛА вокруг тех же осей и определяются составляющими (рис. 2.4) переносной угловой скорости $\omega_{z_0}^{пер}$ вращения ЛА на оси Oy_1 и Oz при условии, что ось Oz ротора гироскопа сохраняет неизменное направление в абсолютном пространстве ($\bar\beta=\mathrm{const}$), а именно:

$$\dot\alpha_к=-\omega_{z_0}^{пер}\,\mathrm{tg}\,\bar\beta;\quad \dot\lambda_к=\omega_{z_0}^{пер}/\cos\bar\beta. \tag{2.20}$$

В первом приближении согласно (2.19) также находим относительные угловые скорости $\dot\alpha$ и $\dot\beta$ поворота рамок карданова подвеса гироскопа, определяющие значения моменстов сил «сухого» и «вязкого» трения, возникающих в опорах осей карданова подвеса, а также моментов, порождаемых обкаткой двигателя разгрузочного устройства:

$$\dot\alpha=-\dot\alpha_к-\omega_{y_1}^{пер}=[\cos\alpha_0\Delta\dot\gamma+(\cos\vartheta_0\sin\vartheta_0\sin\gamma_0+\sin\vartheta_0\cos\alpha_0)\times$$
$$\times\Delta\dot\psi-\cos\gamma_0\sin\alpha_0\Delta\dot\vartheta]\,\mathrm{tg}\,\bar\beta-\cos\vartheta_0\cos\gamma_0\Delta\dot\psi-\sin\gamma_0\Delta\dot\vartheta; \tag{2.21}$$
$$\dot\beta=\omega_x^{пер}=-\sin\alpha_0\Delta\dot\gamma-(\sin\vartheta_0\sin\alpha_0-\cos\vartheta_0\sin\gamma_0\cos\alpha_0)\Delta\dot\psi-$$
$$-\cos\gamma_0\cos\alpha_0\Delta\dot\vartheta.$$

Пользуясь формулами (2.21) для определения относительных угловых скоростей $\dot\alpha$, $\dot\beta$ поворота рам карданова подвеса и формулами (2.14) и (2.15), находим аналитические выражения для моментов сил «сухого» и «вязкого» трения, а также инерционный момент, развиваемый ротором разгрузочного двигателя.

В результате карданных поворотов платформы *1* (наружная рама) и кожуха (внутренняя рама карданова подвеса гиромотора *6*) в пространстве возникают инерционные моменты, действующие на ротор гироскопа и порождающие собственную скорость $\Delta\dot{\alpha}_{абс}^{соб}$ его прецессии. При этом инерционные моменты, развиваемые платформой и кожухом гироскопа, определяются согласно динамическим уравнением Эйлера.

Для платформы

$$M_{y_1}^{ин} = -A_2\ddot{\alpha}_к - (B_2 - C_2)\,\omega_x^{пер}\omega_{z_0}^{пер}; \tag{2.22}$$

для кожуха гироскопа

$$M_z^{ин} = -C_1\ddot{\lambda}_к.$$

В частности, если ЛА совершает гармонические колебания $\gamma = \gamma_0 \sin \nu t$ только вокруг продольной оси OX (γ_0 — амплитуда колебаний ЛА по крену, ν — частота колебаний), то, пользуясь уравнениями Эйлера и (2.19), (2.20), определяем инерционный момент $M_{y_1}^{ин.р}$, развиваемый платформой и кожухом гироскопа [1]:

$$M_{y_1}^{ин.р} = (A_2 + C_1)\cos\alpha_0 \operatorname{tg}\beta_0\gamma_0\nu^2 \sin\nu t + [A_2(\sin^2\beta_0 + 1) +$$
$$+ (B_2 - C_2)\cos^2\beta_0 + 2C_1\sin^2\beta_0]\,\frac{\sin\alpha_0\cos\alpha_0}{\cos^2\beta_0}\,\gamma_0^2\nu^2\cos^2\nu t. \tag{2.23}$$

Возмущающий инерционный момент $M_{y_1}^{ин.дв}$, возникающий вследствие «обкатки» двигателя разгрузочного устройства при переносных поворотах летательного аппарата вокруг осей OX и OY, определяется по формуле

$$M_{y_1}^{ин.дв} = J_{дв}(1+i)\,i\dot{\omega}_{y_1}^{пер} + J_дi^2[\sin\alpha_0\cos\alpha_0(2\operatorname{tg}\beta_0 + 1)\dot{\gamma}^2 +$$
$$+ \cos\alpha_0 \operatorname{tg}\beta_0\ddot{\gamma}], \tag{2.24}$$

где $J_{дв}$ — момент инерции ротора двигателя; i — передаточное число редуктора двигателя; $\omega_{y_1}^{пер}$ — переносная угловая скорость вращения ЛА вокруг оси Oy_1.

Величины моментов $M_x^{тп}$ и $M_{y_1}^{тп}$, развиваемых токоподводами, определяются их конструкцией и в основном представляют собой упругие моменты, пропорциональные углам α и β поворота гироскопа. При разработке конструкций токоподводов стремятся по возможности уменьшить их величины, что особенно важно для момента $M_x^{тп}$, действующего вокруг оси Ox прецессии гироскопа.

---

* Такой метод определения инерционных и демпфирующих моментов применительно к гироскопическим системам при составлении дифференциальных уравнений движения гироскопов в кардановом подвесе предложен автором в 1955 г. [14].

Если центр масс $m_{пл+р+к}$ платформы, кожуха и ротора гироскопа вместе с другими деталями, на них установленными (в предположении, что они представляют собой абсолютно жесткие тела и что угол $\beta=0$), смещен относительно оси Oy_1 вращения платформы на величины Δx и Δz_0, а начало O трехгранника Oxy_1z_0 движется с ускорением W, проекции которого на оси Ox и Oz равны W_x и W_{z_0}, то момент $M_{y_1}^{нб}$ несбалансированности гиростабилизатора вокруг оси Oy_1 его стабилизации

$$M_{y_1}^{нб}=m_{пл+р+к}(\Delta x W_{z_0}-\Delta z_0 W_x). \qquad (2.25)$$

Если центр масс $m_{р+к}$ ротора и кожуха смещен относительно оси Ox прецессии гироскопа на величины Δy и Δz, а проекции ускорения W на оси Oy и Oz_0 равны W_y и W_{z_0}, то момент $M_x^{нб}$ несбалансированности гироскопа вокруг оси Ox его прецессии (см. рис. 2.1)

$$M_x^{нб}=m_{р+к}(\Delta y W_{z_0}-\Delta z W_y). \qquad (2.26)$$

При этом проекции W_x, W_y и W_{z_0} ускорения W включают в себя и проекции ускорения g силы тяжести, направленного здесь от центра Земли. Определение моментов от неравножесткости элементов гиростабилизатора представляет собой задачу более сложную. Методика определения этих моментов излагается, например, в работе [11]. Здесь приведем лишь простейшую, но важную при расчете собственной скорости прецессии гироскопа формулу для определения момента $M_x^{нр}$ от неравножесткости подвеса ротора гироскопа, действующего относительно оси Ox его прецессии:

$$M_x^{нр}=-m_р^2 W_y W_z\left(\frac{1}{k_z}-\frac{1}{k_y}\right), \qquad (2.27)$$

где $m_р$ — масса ротора; k_y и k_z — жесткости упругих связей ротора и кожуха гироскопа. Названные здесь моменты $M_x^{тр}$, $M_x^{тп}$, $M_x^{нб}$, $M_x^{нр}$ внешних сил, действующие вокруг оси Ox прецессии гиростабилизатора, непосредственно порождают собственную скорость $\omega_y^{соб}$ прецессии гироскопа в абсолютном пространстве:

$$\omega_y^{соб}=\frac{M_x^{в.с}(t)}{H},$$

а следовательно, и погрешность в определении заданного направления в пространстве.

С течением времени накаливается отклонение (погрешность) $\alpha_{абс}^{п}$ оси Oz ротора гиростабилизатора, достигающее на заданном интервале времени $(0—\tau)$ при $H=\text{const}$ величины

$$\alpha_{абс}^{п}=\frac{1}{H}\int_0^{\tau} M_x^{в.с}(t)\,dt. \qquad (2.27а)$$

Момент $M_x^{в.с}$ внешних сил определяется конструкцией опор подве-

са (шарикоподшипники двухколечные или трехколечные, поплавковый или газовый подвес, электромагнитный, упругий и др.), конструкцией токоподводов (скользящие, упругие и другие) и включает в себя моменты вязкого трения, порождаемые действием магнитных и электрических полей, моменты реакций датчиков съема сигнала, устанавливаемых на оси прецессии, и др., моменты из-за неточной статической балансировки гироскопа, нестабильности положения центра масс гироскопа, неравножесткости опор оси прецессии и др. Сложность определения этих моментов и порождаемых ими погрешностей гиростабилизатора в полете заключается в том, что величина и знак многих из них существенно зависит от изменения температуры, перегрузок, вибрации, угловых колебаний ЛА и др. Методы определения этих погрешностей гиростабилизаторов независимо от их принципиальных схем (одноосные, двухосные, трехосные, силовые, индикаторно-силовые и др.) мало отличаются от методов определения таких же погрешностей гироскопов в кардановом подвесе. Определенное преимущество гиростабилизаторов, позволяющее уменьшить эти погрешности, состоит в том, что здесь углы поворота гироскопов вокруг осей их прецессии относительно невелики и, следовательно, облегчается конструктивное решение элементов опор гироскопов, обладающих малыми возмущающими моментами.

Обращаясь к формуле (2.27а), замечаем, что величина погрешности $\alpha_{абс}^{п}$ определяется не уровнем момента $M_x^{в.с}$ внешних сил, а его интегральным значением на рассматриваемом интервале (0—τ) времени и, следовательно, при периодических изменениях моментов в основном определяется нестабильностью и асимметрией зависимости момента от времени в последующих полупериодах его изменения.

При этом следует иметь в виду, что динамические погрешности ряда непрецизионных гиростабилизаторов в основном определяются именно моментами, действующими вокруг осей прецессии их гироскопов [10, 11].

2.3. ОДНООСНЫЙ ГИРОСТАБИЛИЗАТОР С ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ РАЗГРУЗОЧНОГО УСТРОЙСТВА

Рассмотрим движение одноосного силового гиростабилизатора (см. рис. 2.1) с простейшим видом идеального формирования канала разгрузочного устройства и идеальными элементами гиростабилизатора (без учета запаздывания образования моментов и нежесткости элементов конструкции). На оси Ox прецессии гироскопа установлен датчик *8* угла, с которого снимается напряжение $U_{д.у}$, пропорциональное углу β, и поступает на вход усилителя *10*. На оси прецессии гироскопа также установлена рамка *9* с проводником *18*, замкнутым на входную обмотку электронного усилительного устройства *10*. При поворотах рамки вместе с гироскопом в проводнике *18* рамки *9* возникает электродвижущая сила E, величина которой пропорциональна скорости пересечения проводником *18* маг-

нитных силовых линий, создаваемых постоянным магнитом *17*. Редуктор *19* разгрузочного устройства приводит во вращение якорь тахогенератора *20*, вырабатывающего напряжения $U_т$, пропорциональное относительной угловой скорости $\dot{\alpha}$ вращения платформы гиростабилизатора.

Сигналы, пропорциональные углу β, угловой скорости $\dot{\beta}$ и угловой скорости $\dot{\alpha}$, поступают на вход электронного усилителя *10* складываются и преобразуются усилителем *15* в управляющее напряжение, подаваемое на якорь разгрузочного двигателя *11*.

В первом приближении полагаем, что момент $M^{р}_{y_1}$, развиваемый разгрузочным двигателем, в идеальном случае равен

$$M^{р}_{y_1} = -E_1\beta - E_2\dot{\beta} - E_3\dot{\alpha}. \tag{2.28}$$

Уравнения движения гиростабилизатора согласно (2.10) при условии, что угол β_0 мал и $\cos\beta_0 \simeq 1$, $\bar{\beta} \approx 0$, принимают вид

$$\begin{aligned} &J_0\Delta\ddot{\alpha}_{абс} + M\Delta\dot{\beta}_{абс} = \sum M_{y_1};\\ &A_0\Delta\ddot{\beta}_{абс} - H\Delta\dot{\alpha}_{абс} = -\sum M_x. \end{aligned} \tag{2.29}$$

При рассмотрении движения гиростабилизатора учитываем действие момента сил вязкого трения, а также полагаем, что $\Delta\dot{\vartheta} = \vartheta_0 = \gamma_0 = 0$, тогда согласно формулам (2.19) получаем

$$\omega_x^{пер} = -\sin\alpha_0\Delta\dot{\gamma},\quad \omega_{y_1}^{пер} = \Delta\dot{\psi},\quad \omega_{z_0}^{пер} = \cos\alpha_0\Delta\dot{\gamma}.$$

При этом

$$\Delta\dot{\alpha}_{абс} = \Delta\dot{\alpha} + \omega_{y_1}^{пер},\quad \Delta\dot{\beta}_{абс} = \Delta\dot{\beta} - \omega_x^{пер}.$$

Моменты сил вязкого трения

$$M_x^{тр.в} = D_\beta\Delta\dot{\beta} = D_\beta(\Delta\dot{\beta}_{абс} - \sin\alpha_0\Delta\dot{\gamma});$$

$$M_{y_1}^{тр.в} = -D_\alpha\Delta\dot{\alpha} = -D_\alpha(\Delta\dot{\alpha}_{абс} - \Delta\dot{\psi}),$$

а также

$$\begin{aligned} M^{р}_{y_1} \simeq &-E_1(\Delta\beta_{абс} - \sin\alpha_0\Delta\gamma) - E_2(\Delta\dot{\beta}_{абс} - \sin\alpha_0\Delta\dot{\gamma}) -\\ &- E_3(\Delta\dot{\alpha}_{абс} + \Delta\dot{\psi}). \end{aligned} \tag{2.29а}$$

Момент, необходимый для управления гироскопом, образуется следующим образом; сигнал $k\Delta\beta$, снимаемый с датчика *8* угла $\Delta\beta$ поворота гироскопа, посылаем на усилительное устройство *16* и на одну из обмоток рамки *9*. Ток, протекающий по обмотке рамки *9* в поле постоянного магнита *17*, образует момент

$$M_x^{э.пр} = E\Delta\beta \simeq E(\Delta\beta_{абс} - \sin\alpha_0\Delta\gamma),$$

где E — жесткость «электрической» пружины. Подставляя значения $M_x^{тр.в}$, $M_{y_1}^{тр.в}$, $M^{р}_{y_1}$ и $M_x^{э.пр}$ в уравнения (2.29), получаем

$$J_0\ddot{\Delta\alpha}_{абс}+(D_\alpha+E_3)\,\dot{\Delta\alpha}_{абс}+(H+E_2)\,\dot{\Delta\beta}_{абс}+E_1\Delta\beta_{абс}=E_1\sin\alpha_0\Delta\gamma+$$
$$+E_2\sin\alpha_0\Delta\dot{\gamma}+(D_\alpha+E_3)\,\Delta\dot{\psi}+M_{y_1}^{в.с};\qquad(2.30)$$
$$A_0\ddot{\Delta\beta}_{абс}+D_\beta\dot{\Delta\beta}_{абс}+E\Delta\beta_{абс}-H\dot{\Delta\alpha}_{абс}=D_\beta\sin\alpha_0\Delta\dot{\gamma}+E\sin\alpha_0\Delta\gamma-$$
$$-M_x^{в.с}-M_x^{упр}.$$

Дифференциальные уравнения (2.30) движения одноосного гиростабилизатора позволяют установить основные свойства и особенности гиростабилизаторов с различного вида формированием каналов управления и разгрузочного устройства. При этом следует выделить две основные задачи, возлагаемые на гироскопические стабилизаторы:

1) стабилизация какого-либо объекта на заданном направлении в пространстве;

2) управление стабилизируемым объектом — изменение этого направления в соответствии с заданной программой.

Решение первой задачи прежде всего определяется реакцией гиростабилизатора на возмущающие моменты внешних сил, действующие вокруг центра его масс, а характеризуется амплитудой $\Delta\alpha_{аб}^{A}$ периодических отклонений и средней скоростью $\Delta\dot{\alpha}_{абс}^{ср}$ отклонения оси Oz ротора гироскопа от заданного направления в пространстве.

Средняя скорость $\Delta\dot{\alpha}_{абс}^{ср}$ отклонения оси Oz ротора гироскопа от заданного направления в пространстве или собственная скорость прецессии гиростабилизатора вокруг оси Oy_1 его стабилизации прежде всего определяется качеством гироскопа, а также зависит от вида формирования схемы канала разгрузочного устройства гиростабилизатора и, конечно, условий полета.

2.4. «ПАССИВНЫЕ» ОДНООСНЫЕ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРЫ ДЛЯ КЛА

Начнем с рассмотрения простейших схем «пассивных» гиростабилизаторов, применяемых на КЛА, и в основном работающих с разомкнутым каналом разгрузочного устройства.

Для рассмотрения стабилизации КЛА вокруг одной его оси гиростабилизатором «пассивного» типа и определения его характеристик обратимся к схеме, представленной на рис. 2.5, а.

Гиростабилизатор представляет собой поплавковый гироскоп *1*, имеющий две степени свободы движения относительно корпуса *2* КЛА: вращение ротора вокруг оси Oz (на рис. 2.5, а ротор закрыт кожухом) относительно кожуха *17* и вращение кожуха *17* вместе с цилиндрическим поплавком *3* в подшипниках *4* вокруг оси Ox. Поплавок *3* помещен в цилиндрической полости *5* корпуса гироскопа *1*, залитой вязкой жидкостью. На оси поплавка *3* закреплена спиральная пружина *6*, обладающая жесткостью E (упругий момент, развиваемый пружиной, равен $-E\beta$). Назначение такой пружины поясняется в гл. 5.

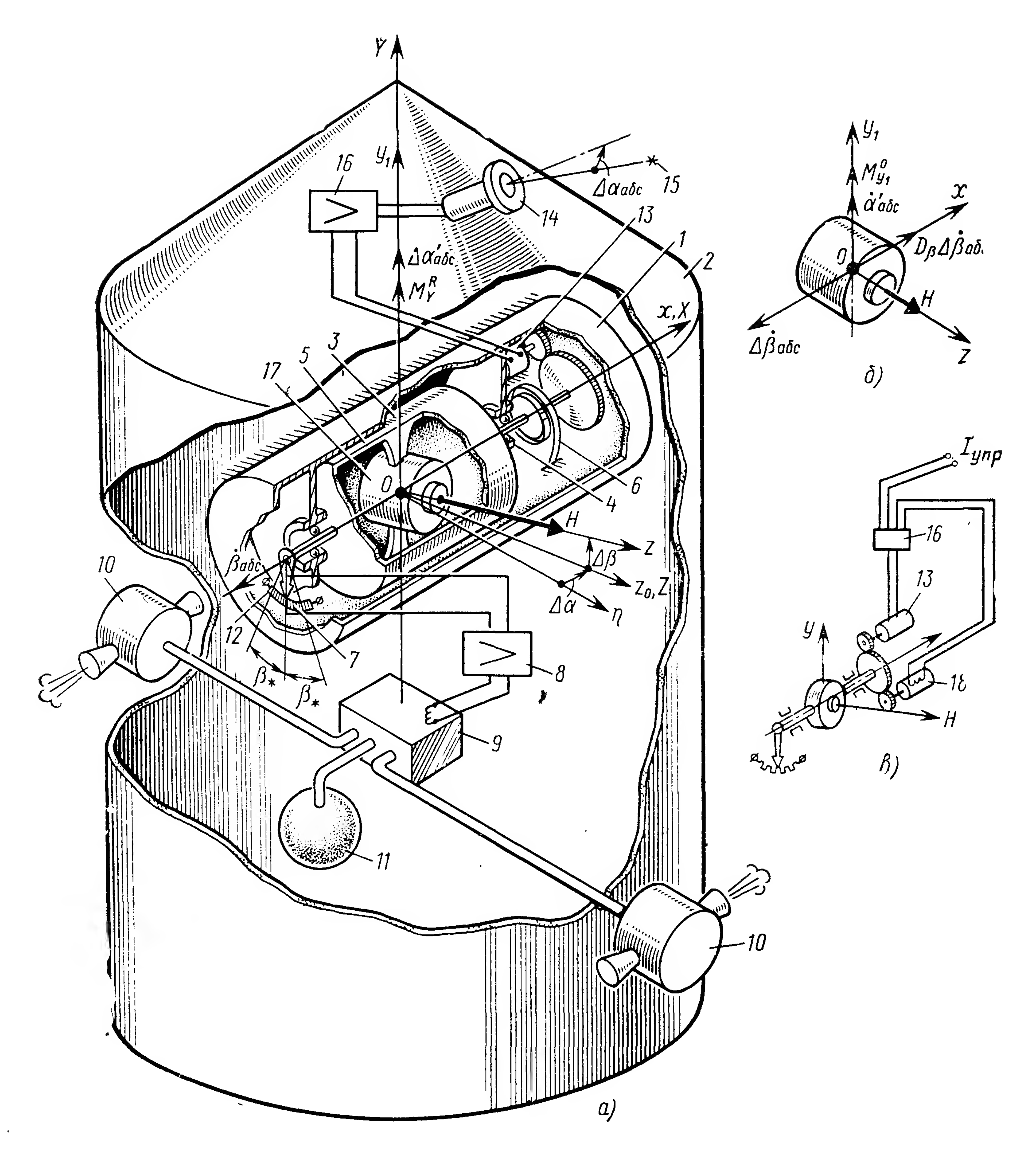


Рис. 2.5. Схема стабилизации КЛА с помощью поплавкового гироскопа вокруг нормальной оси $0Y$:

1 — корпус гироскопа; *2* — корпус КЛА; *3* — поплавок; *4* — подшипники, *5* — цилиндрическая полость; *6* — спиральная пружина; *7* — потенциометрический датчик, *8* — усилитель; *9* — золотниковое устройство; *10* — газовые реактивные сопла; *11* — баллон со сжатым газом; *12* — ламели; *13* — управляющий двигатель; *14* — оптический датчик; *15* — светило; *16* — усилитель; *17* — кожух; *18* — тахогенератор

Разгрузочное устройство гиростабилизатора включает в себя потенциометрический датчик *7* угла β поворота гироскопа вокруг оси Ox его прецессии, усилитель *8*, золотниковое устройство *9*, сопла *10*, баллон *11* со сжатым газом. В основном режиме гироскопической стабилизации КЛА разгрузочное устройство выключено ($E_1 = E_2 = E_3 = 0$). Только при поворотах гироскопа на угол β_0 (равный, например, $\pm 50°$) в режиме «насыщения» гироскопа щетка датчика *7* угла β достигает токопроводящих ламелей, происходит включение разгрузочного устройства и с ламельного устройства *12*,

а затем после соответствующего переключения канала разгрузки и с потенциометрического датчика 7 угла подается сигнал на усилитель 8, а с усилителя 8 — на золотниковое устройство 9, осуществляющее распределение газа, поступающего в золотниковое устройство из баллона 11. Газ, выбрасываемый из сопел 10, создает вокруг оси OY КЛА реактивный момент M_y^R, порождающий прецессию гироскопа вокруг оси x с угловой скоростью $\dot{\beta}_{абс}$.

Вектор угловой скорости $\bar{\dot{\beta}}$ направлен так, что угол β уменьшается и гироскоп возвращается в исходное положение, соответствующее углу $\beta=0$; разгрузочное устройство выключается и снова восстанавливается основной режим «пассивной» стабилизации с выключенным разгрузочным устройством.

Для сопоставления различных схем пассивных гиростабилизаторов КЛА прежде всего определим реакцию различных типов гиростабилизаторов на моменты внешних сил, действующие вокруг оси Oy_1 (OY) их стабилизации.

Рассмотрим последовательно реакцию простейших пассивных гиростабилизаторов с интегрирующим гироскопом и с датчиком угловой скорости на постоянный момент $M^0_{y_1}=\text{const}$, действующий вокруг оси Oy_1 (OY) стабилизации КЛА.

Специфика использования гироскопа для стабилизации КЛА заключается в том, что угол β здесь не остается малым и составляющими гироскопического момента и момента демпфирования $D_\beta\dot{\beta}$, действующими вокруг осей OZ и OX соответственно, пренебрегать нельзя, так как они являются существенными возмущающими моментами для этих каналов стабилизации КЛА. В гироскопических стабилизаторах устанавливаемых например, на борту самолета, с относительно малыми собственными кинетическими моментами (H) влияние этих возмущающих моментов на движение самолета несущественно. Здесь в первом приближении движение КЛА вокруг оси OY считаем не зависимым от его движений вокруг осей OX и OZ; уравнения движения КЛА с учетом связей между каналами его стабилизации приведены в гл. 5.

В первом приближении при рассмотрении движения КЛА (рис. 2.5, *а*), стабилизируемого гироскопом вокруг оси OY, уравнения его движения в соответствии с (2.10) будут

$$\begin{aligned} &J_Y\Delta\ddot{\alpha}_{абс}+H\cos\beta_0\Delta\dot{\beta}_{абс}=M_Y^{в.с};\\ &A_0\Delta\ddot{\beta}_{абс}+D_\beta\Delta\dot{\beta}_{абс}-H\cos\beta_0\Delta\dot{\alpha}_{абс}=D_\beta\omega_x^{пер}-M_x^{в.с}. \end{aligned} \qquad (2.31)$$

Здесь $\omega_x^{пер}$ — угловая скорость поворота КЛА; β_0 — постоянное начальное значение угла β между направлениями оси Oz ротора гироскопа и оси OZ (КЛА), от которого отсчитывается угол $\Delta\beta$; J_y — момент инерции КЛА относительно оси OY; $M_y^{в.с}$ — момент внешних сил, действующий на КЛА вокруг оси OY.

Считаем, что момент $k\Delta\beta$, развиваемый пружиной 6, (рис. 2.5, *а*) входит в $M_x^{в.с}$. При этом на КЛА (2.31) вокруг оси OY дей-

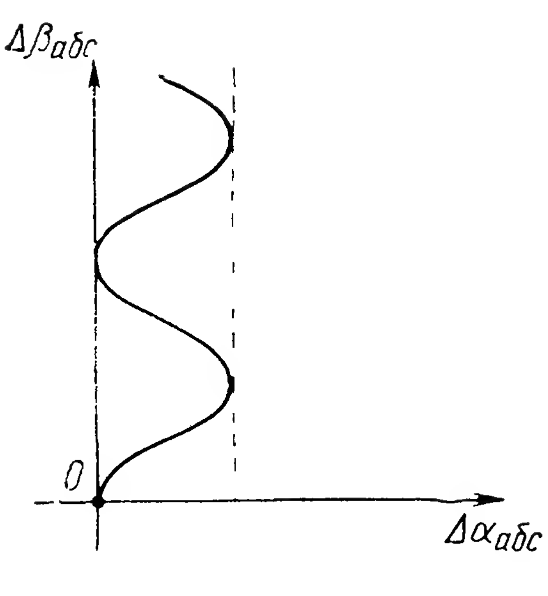


Рис. 2.6. Траектория движения апекса E гироскопа на изображающей плоскости при действии на КЛА постоянного возмущающего момента M_Y^0

ствует стабилизирующий гироскопический момент

$$M_Y^{г} = -H\cos\beta_0\Delta\dot{\beta}_{абс}$$

и вокруг оси X — демпфирующий момент $D_\beta\dot{\beta}$.

Для простейшего гироскопического стабилизатора в предположении, что $\omega_x^{пер} = M_x^{в.с} = 0$; $M_y^{в.с} = M_y^0 = \text{const}$ и что демпфирующее устройство отсутствует $D_\beta = 0$, решения дифференциальных уравнений (2.31) при нулевых начальных условиях принимают вид

$$\Delta\alpha_{абс} = \frac{A_0 M_Y^0}{H^2\cos^2\beta_0}(1-\cos nt);$$

$$\Delta\beta_{абс} = \frac{M_Y^0}{H\cos\beta_0}t - \frac{A_0 M_Y^0}{H^2\cos^2\beta_0}\sqrt{\frac{J_Y}{A_0}}\sin nt; \qquad (2.32)$$

$$n = \frac{H\cos\beta_0}{\sqrt{A_0 J_Y}}.$$

Траектория движения апекса E гироскопа на изображающей плоскости, соответствующая решению (2.32), представлена на рис. 2.6.

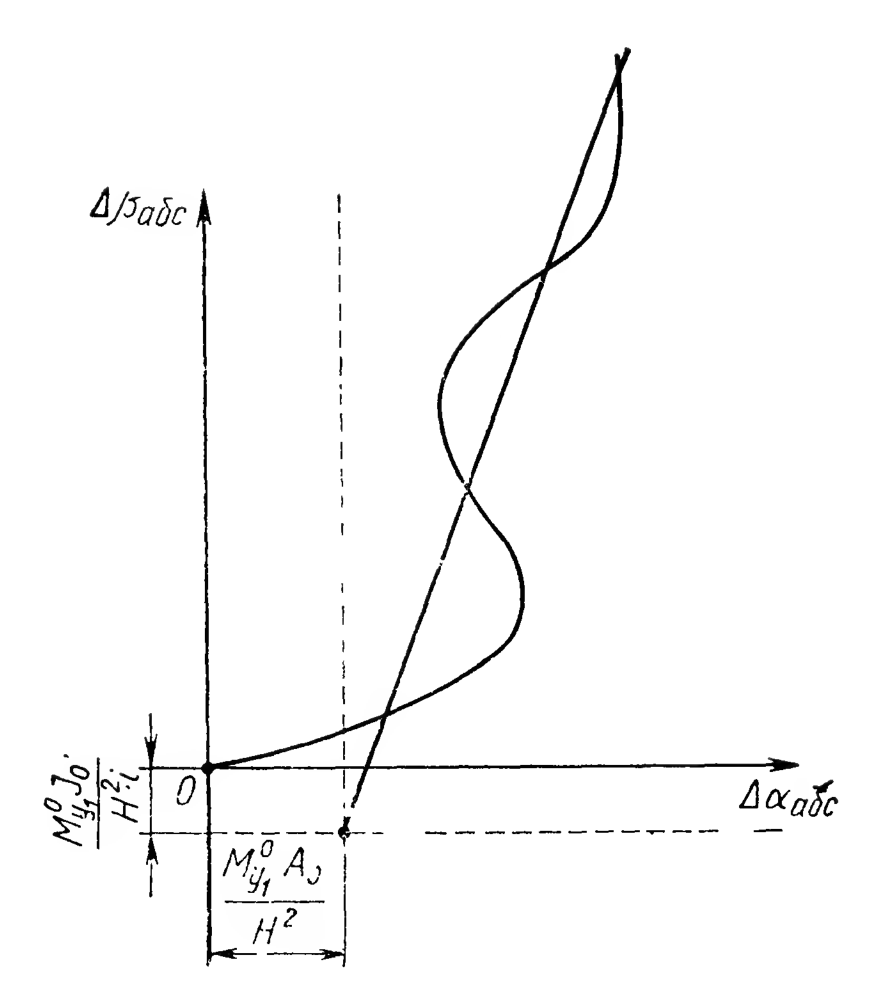
Если на КЛА вокруг оси OY действует демпфирующий момент— $D_{\dot{\alpha}}\Delta\dot{\alpha}_{абс}$, то нутационные колебания затухают и по окончании переходного процесса отклонение $\Delta\alpha_{абс}^{н}$ оси OZ ротора гироскопа в направлении действия момента $M_{Y_1}^0$ внешних сил «нутационный бросок» достигает величины, примерно равной

$$\Delta\alpha_{абс}^{н} = \frac{A_0 M_Y^0}{H^2\cos^2\beta_0}. \qquad (2.33)$$

Угол $\Delta\beta_{абс}$ поворота оси Oz ротора гироскопа вокруг оси Ox прецессии нарастает с течением времени до тех пор, пока не достигнет величины β_0 (насыщение гироскопа); при этом реактивные сопла включаются (рис. 2.5, *а*) и ось Oz с помощью разгрузочного устройства принимает первоначальное направление $\Delta\beta_{абс} = \Delta\alpha_{абс} = 0$. По прекращении действия момента $M_{Y_1}^0$ внешних сил ось Oz ротора идеального гироскопа и без включения разгрузочного устройства подобно телу с упругой связью по координате $\Delta\alpha_{абс}$ возвращается к начальному направлению. Отношение $H^2\cos^2\beta_0/A_0 = S$ представляет собой угловую жесткость гироскопа при его вынужденных поворотах вокруг оси Oy_1 (OY). Частота n нутационных колебаний гироскопа определяется по формуле

$$n = \sqrt{\frac{S}{J_Y}} = \frac{H\cos\beta_0}{\sqrt{A_0 J_Y}}. \qquad (2.34)$$

Рис. 2.7. Траектория движения апекса E гироскопа на изображающей плоскости при действии на КЛА, стабилизируемого поплавковым гироскопом, постоянного возмущающего момента $M_Y{}^0$



В результате ось Oz ротора гироскопа поворачивается в направлении действия момента $M_Y{}^0$ внешних сил (угол $\Delta\alpha_{абс}$) и в результате возникновения гироскопического момента оказывается как бы соединенной пружиной жесткости S с основанием, неподвижным в абсолютном пространстве; такое свойство называется квазиупругим свойством гироскопа [8, 9].

Представление о квазиупругом свойстве гироскопа, например, облегчает исследование движения гироскопа с учетом нежесткости его элементов [8, 9]. В КЛА затухание нутационных колебаний достигается путем применения поплавковых гироскопов (рис. 2.5, a), так как естественные демпфирующие моменты, действующие вокруг оси OY КЛА, практически весьма малы. Приближенными решениями дифференциальных уравнений движения КЛА с интегрирующим поплавковым гироскопом (2.32) при нулевых начальных условиях являются

$$\Delta\alpha_{абс} \simeq \frac{M_Y^0 A_0}{H^2\cos^2\beta_0}\left(1-e^{-\frac{D_\beta}{2A_0}t}\cos n_1 t\right)+\frac{M_Y^0}{Hi\cos\beta_0}t;$$

$$\Delta\beta_{абс} \simeq +\frac{M_Y}{H\cos\beta_0}t-\frac{M_Y^0 A_0}{H^2\cos^2\beta_0}\sqrt{\frac{J_Y}{A_0}}\,e^{-\frac{D_\beta}{2A_0}t}\sin n_1 t-$$

$$-\frac{M_Y^0 A_0}{H^2\cos^2\beta_0 i}\left(1-e^{-\frac{D_\beta}{2A_0}t}\cos n_1 t\right); \qquad (2.35)$$

$$n_1=\sqrt{\frac{H^2\cos^2\beta_0}{A_0 J_Y}-\left(\frac{D_\beta}{2A_0}\right)^2};\ i=\frac{H\cos\beta_0}{D_\beta};\ \frac{H^2\cos^2\beta_0}{A_0 J_Y}>\left(\frac{D_\beta}{2A_0}\right)^2.$$

Траектория движения апекса E гироскопа на изображающей плоскости, соответствующая решению (2.35), представлена на рис. 2.7.

Затухание нутационных колебаний гироскопа (КЛА) будет предельно апериодическим при условии

$$\frac{H^2\cos^2\beta_0}{A_0 J_Y}=\left(\frac{D_\beta}{2A_0}\right)^2=\left(\frac{H\cos\beta_0}{2A_0 i_*}\right)^2,\ i_*=\frac{H\cos\beta_0}{D_\beta}$$

или при $i_* = \sqrt{\frac{J_Y}{4A_0}}\cos\beta_0$. Например, при $J_Y = 10^{10}$ гс·см·с^2 $= 10^6$ Н·м·с^2 и $A_0 = 10^5$ гс·см·с$^2 = 10$ Н·м·с^2, $\beta_0 = 0$, $i_* = \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{10^{10}}{10^5}} = 1{,}6 \cdot 10^2$.

Из решений (2.35) видно, что при демпфировании нутационных колебаний интегрирующим поплавковым гироскопом накопление отклонения гироскопа с течением времени происходит не только вокруг оси Ox $\left(\Delta\beta'_{абс} = \frac{M_Y^0}{H\cos\beta_0}t\right)$, но также и в направлении действия момента внешних сил вокруг оси OY $\left(\Delta\alpha'_{абс} = \frac{M_Y^0}{H\cos\beta_0 i}t\right)$. При этом $\Delta\dot{\alpha}'_{абс} = \frac{M_Y^0}{H\cos\beta_0 i}$ — составляющая собственной скорости прецессии гироскопа, представляющая собой статическую погрешность по угловой скорости $\Delta\dot{\alpha}_{абс}$, присущая данной структурной схеме гиростабилизатора и обязанная своим возникновением демпфирующему моменту $D_\beta\dot{\beta}$. Момент $M_{Y_1}^0$ внешних сил (рис. 2.5, *б*) порождает прецессию гироскопа с угловой скоростью $\Delta\dot{\beta}_{абс} = \frac{M_Y^0}{H\cos\beta_0}$ и демпфирующий момент $D_\beta\frac{M_Y^0}{H\cos\beta_0}$. Под действием момента $D_\beta\frac{M_Y^0}{H\cos\beta_0}$ возникает прецессия гироскопа вокруг оси OY с угловой скоростью

$$\Delta\dot{\alpha}'_{абс} = \frac{M_Y^0}{H\cos\beta_0 i}. \tag{2.36}$$

Здесь (2.36) в отличие от «нутационного броска» ось Oz ротора гироскопа по прекращении действия момента M_y^0 внешних сил не возвращается к начальному направлению и накопленная гиростабилизатором погрешность достигает величины

$$\Delta\alpha'_{абс} = \frac{M_Y^0}{H\cos\beta_0 i}t_1,$$

где t_1 — время действия момента M_Y^0.

Составляющая $\Delta\ddot{\alpha}''_{абс}$ статической погрешности гиростабилизатора, присущая структурной схеме гиростабилизатора с пружиной 6 (рис. 2.5, *а*), установленной на оси Ox прецессии гиростабилизатора (см., например, гл. 5), порождает с течением времени еще более значительную погрешность. Уравнения движения гиростабилизатора с упругим элементом, фактически превращающим чувствительный элемент гиростабилизатора в датчик угловой скорости, согласно (2.30) и (2.31) принимают вид

$$J_Y\Delta\ddot{\alpha}_{абс}+H\Delta\dot{\beta}_{абс}=M_Y^{в.с}=M_Y^0=\text{const};$$

$$A_0\Delta\ddot{\beta}_{абс}+D_\beta\Delta\dot{\beta}_{абс}+E\Delta\beta_{абс}-H\Delta\dot{\alpha}_{абс}=-M_x^{в.с}=0,\ \beta\simeq 0. \quad (2.37)$$

Исключая из (2.37) $\Delta\beta_{абс}$, получаем

$$\Delta\overset{....}{\alpha}_{абс}+\frac{D_\beta}{A_0}\Delta\dddot{\alpha}_{абс}+\left(\frac{H^2}{A_0J_Y}+\frac{E}{A_0}\right)\Delta\ddot{\alpha}_{абс}=\frac{E}{A_0J_Y}M_Y^0. \quad (2.38)$$

Из (2.38) видно, что упругий элемент (пружина *6*) увеличивает частоту $n_н$ незатухающих нутационных колебаний гироскопа

$$n_н=\sqrt{\frac{H^2}{A_0J_Y}+\frac{E}{A_0}},$$

так как к жесткости H^2/J_Y, определяемой квазиупругой связью гироскопа, добавляется жесткость E пружины *6*. При этом введение пружины *6* (рис. 2.5, *а*) позволяет несколько изменить частоту $n_н$ собственных колебаний КЛА, стабилизируемого гироскопом. Более полный анализ подобных схем, предназначенных для стабилизации судов и имеющих правда лишь иеторическое значение, дается в ряде монографий [2, 19] и др.

Статическая погрешность $\Delta\ddot{\alpha}''_{абс}$ гиростабилизатора согласно (2.38) равна

$$\Delta\ddot{\alpha}''_{абс}=\frac{M_Y^0}{\left(J_Y+\frac{H^2}{E}\right)}, \quad (2.39)$$

и погрешность $\Delta\alpha''_{абс}$, накопленная за время t_1,

$$\Delta\alpha''_{абс}=\frac{M_Y^0}{2\left(J_Y+\frac{H^2}{E}\right)}t_1^2.$$

Здесь прецессионное движение гироскопа подобно движению «негироскопического» твердого тела обладает статической погрешностью $\Delta\ddot{\alpha}''_{абс}$ по ускорению, а осевой момент инерции J_Y' КЛА как бы возрастает на величину H^2/E, т. е. $J_Y'=J_Y+H^2/E$.

В установившемся режиме прецессионного движения гироскопа момент M_Y^0 внешних сил уравновешивается инерционными моментами — $J_Y\Delta\ddot{\alpha}''_{абс}$ и —$H\Delta\dot{\beta}_{абс}$. При этом в результате действия момента упругих сил —$E\Delta\beta$ возникает прецессия гироскопа с угловой скоростью $\Delta\dot{\alpha}_{абс}=\frac{E}{H}\Delta\beta_{абс}$. Дифференцируя последнее равенство (2.37) по времени, при $M_x^{в.с}=D_\beta=A_0=0$ имеем

$$\Delta\ddot{\alpha}_{абс}=\frac{E}{H}\Delta\dot{\beta}_{абс}. \quad (2.40)$$

В результате момент $M_Y{}^0$ внешних сил уравновешивается инерционным моментом $M_Y^{ин}=-J_Y\Delta\ddot{\alpha}_{абс}-H\Delta\dot{\beta}_{абс}$.

Обращаясь к (2.40), имеем

$$J_Y \Delta\ddot{\alpha}_{абс} + H\Delta\dot{\beta}_{абс} = M_Y^0 \qquad (2.41)$$

и по-прежнему получаем первое уравнение (2.37).

Согласно (2.37) имеем

$$\Delta\dot{\beta}_{абс} = \frac{M_Y^0}{H} - \frac{J_Y}{H}\Delta\ddot{\alpha}_{абс} = \frac{M_Y^0}{H}\left(1 - \frac{1}{1+\frac{H^2}{EJ_Y}}\right), \qquad (2.42)$$

где $\frac{1}{1+\frac{H^2}{EJ_Y}} < 1$ и, следовательно, $\Delta\dot{\beta}_{абс} > 0$.

Из (2.42) видно, что при продолжительном действии на гиростабилизатор постоянного момента M_Y^0 внешних сил пружина *6* не ограничивает движения оси Oz ротора гироскопа вокруг оси Ox его прецессии и ось Oz поворачивается до совмещения с вектором $\overline{M}_Y^0$ момента внешних сил.

Элементарный анализ различных структурных схем одноосных «пассивных» гироскопических стабилизаторов показывает, что поплавковый интегрирующий гироскоп улучшает динамические характеристики стабилизируемой системы, однако способствует возникновению статической погрешности $\Delta\dot{\alpha}'_{абс}$ (2.36) стабилизации по угловой скорости, порождаемой моментом M_Y^0 внешних сил. Применение упругого элемента (пружина *6* на рис. 2.5, *а*), необходимого для обеспечения устойчивости движения КЛА в системе «V-крен» (гл. 5), способствует возникновению еще более значительной статической погрешности $\Delta\ddot{\alpha}''_{абс}$ (2.39) стабилизации КЛА по угловому ускорению, также порождаемой моментом M_Y^0 внешних сил.

2.5. ОДНООСНЫЕ ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СТАБИЛИЗАТОРЫ, УСТАНАВЛИВАЕМЫЕ НА БОРТУ ЛА

Применение разгрузочного устройства существенно уменьшает рассмотренные выше погрешности (2.33), (2.36), (2.39) одноосного гиростабилизатора. Уравнения движения одноосного силового гироскопического стабилизатора (см. рис. 2.1) с идеальным $M_x^{в.с}=0$ гироскопом и простейшим видом формирования $M_{y_1}^{р} = -E_1\Delta\beta$ разгрузочного устройства для неподвижной опорной системы координат $O\xi\eta\zeta$ согласно (2.30) и по аналогии с (2.37) имеют вид

$$\begin{aligned} &J_0\Delta\ddot{\alpha}_{абс} + D_\alpha\Delta\dot{\alpha}_{абс} + H\Delta\dot{\beta}_{абс} + E_1\Delta\beta_{абс} = M_{y_1}^{в.с}, \\ &A_0\Delta\ddot{\beta}_{абс} - H\Delta\dot{\alpha}_{абс} = 0. \end{aligned} \qquad (2.43)$$

Переходя к символической форме записи и обозначая операцию дифференцирования $d/dt = s$, дифференциальное уравнение (2.43) перепишем в виде

$$(J_0 s^2 + D_\alpha s)\,\Delta\alpha_{абс} + (Hs + E_1)\,\Delta\beta_{абс} = M_{y_1}^{в.с};$$
$$A_0 s^2 \Delta\beta_{абс} - Hs\Delta\alpha_{абс} = 0. \qquad (2.44)$$

Полагая $M_{y_1}^{в.с} = 0$ и исключая из (2.44) координату $\Delta\beta_{абс}$, получаем

$$(A_0 J_0 s^3 + A_0 D_\alpha s^2 + H^2 s + HE_1)\, s\Delta\alpha_{абс} = 0 \qquad (2.45)$$

и характеристическое уравнение относительно координаты $\Delta\dot{\alpha}_{абс}$

$$A_0 J_0 \mu^3 + A_0 D_\alpha \mu^2 + H^2\mu + HE_1 = 0. \qquad (2.46)$$

Для обеспечения устойчивости гиростабилизатора как системы автоматического регулирования по Гурвицу необходимо, чтобы коэффициенты характеристического уравнения (2.46) были положительными, а также выполнялось неравенство

$$E_1 < \frac{HD_\alpha}{J_0}. \qquad (2.47)$$

Полагая, что неравенство (2.47) для рассматриваемого гиростабилизатора выполняется, и исключая из (2.44) координату $\Delta\beta_{абс}$, находим передаточную функцию $w(s)$ замкнутой системы:

$$W(s) = \frac{\Delta\alpha_{абс}(s)}{M_{y_1}(s)} = \frac{1}{J_0 s^2 + \dfrac{H^2}{A_0} + D_\alpha s + \dfrac{E_1 H}{A_0 s}}. \qquad (2.48)$$

Заменяя в (2.48) s на $j\nu$, определяем комплексное передаточное отношение $w(j\nu)$ системы:

$$W(j\nu) = \frac{\left(\dfrac{H^2}{A_0} - J_0\nu^2\right) + \left(D_\alpha\nu - \dfrac{E_1 H}{A_0\nu}\right) j}{\left(\dfrac{H^2}{A_0} - J_0\nu^2\right)^2 + \left(D_\alpha\nu - \dfrac{E_1 H}{A_0\nu}\right)^2}. \qquad (2.49)$$

Обозначаем $\dfrac{D_\alpha}{J_0} = 2\xi$, $\dfrac{E_1}{H} = \varepsilon$, $\dfrac{H^2}{A_0 J_0} = n^2$

и находим амплитудную и фазовую частотные характеристики системы:

$$\frac{\Delta\alpha_{абс}(\nu)}{M_{y_1}^{в.с}(\nu)} = A(\nu) = \frac{A_0}{H^2}\,\frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\dfrac{\nu}{n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi\dfrac{\nu}{n^2} - \dfrac{\varepsilon}{\nu}\right]^2}}; \qquad (2.50)$$

$$\operatorname{tg}\chi(\nu) = \frac{2\xi\nu - \dfrac{\varepsilon}{\nu}n^2}{n^2 - \nu^2}.$$

По аналогии с колебательным звеном 2-го порядка отношение

$$\frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\dfrac{\nu}{n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi\dfrac{\nu}{n^2} - \dfrac{\varepsilon}{\nu}\right]^2}} = \lambda \qquad (2.51)$$

представляет собой коэффициент динамичности системы. Имея в виду, что здесь $M_{y_1}^{\text{в.с}}=M_{y_1}^0 \sin \nu t$ согласно (2 50), получаем

$$\Delta\alpha_{\text{абс}}=\lambda \frac{M_{y_1}^0 A_0}{H^2} \sin(\nu t-\psi). \quad (2.52)$$

Возможен такой резонанс колебаний гиростабилизатора (2.51) при условии, что $\nu=n$, а также $2\xi=\varepsilon$ или

$$\frac{D_\alpha}{J_0}=\frac{E_1}{H}, \quad (2.52а)$$

когда коэффициент динамичности $\lambda=\infty$. Однако последнее равенство (2.52а) определяет границу устойчивости гиростабилизатора [см. (2.47)]. При этом всегда имеет место неравенство $2\xi>\varepsilon$ или $\left|2\xi\frac{\nu}{n^2}\right|>\left|\frac{\varepsilon}{\nu}\right|$ и, следовательно, случай резонанса, при котором $\lambda=\infty$, практически невозможен.

В области относительно низкой частоты возмущающих колебаний ($\nu^2\ll n^2$), $\left(\frac{\nu}{n}\right)^2\ll 1$, а также при относительно малом ξ коэффициент динамичности (2.51) равен

$$\lambda\simeq\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\varepsilon}{\nu}\right)^2}}.$$

При этом согласно (2.52) при $\varepsilon^2\gg\nu^2$ и $\chi\simeq 90°$ получаем

$$\Delta\alpha\simeq\frac{\nu}{\varepsilon}\frac{M_{y_1}^0 A_0}{H^2}\cos\nu t=\Delta\alpha^A\cos\nu t. \quad (2.53)$$

Из (2.53) видно, что при низкой частоте ν возмущающих колебаний разгрузочное устройство снижает амплитуду $M_{y_1}^0 A_0/H^2$ вынужденных и нутационных колебаний гиростабилизатора примерно в ν/ε раз. При этом крутизну E_1 характеристики разгрузочного устройства желательно увеличивать. На высокой частоте вынужденных колебаний ($\nu^2\gg n^2$) коэффициент динамичности $\lambda\to 0$ (2.51) и, следовательно, амплитуда $\Delta\alpha^A$ вынужденных колебаний гироскопа стремится к нулю как в гиростабилизаторе с разгрузочным устройством, так и без разгрузочного устройства. Если вокруг оси Oy_1 действует постоянный момент $M_{y_1}^0=\text{const}$, то в установившемся режиме возникает статическое отклонение оси Oz ротора гироскопа по координате $\Delta\beta$, а именно,

$$\Delta\beta_{\text{ст}}=\frac{M_{y_1}^0}{E_1}. \quad (2.54)$$

Отклонение же гироскопа относительно оси Oy_1 (вынужденное отклонение, равное нутационному «броску» $M_{y_1}^0 A_0/H^2$) обращается в нуль, так как при $\Delta\beta=\Delta\beta_{\text{ст}}$ момент $E_1\Delta\beta_{\text{ст}}$, развиваемый разгрузоч-

ным двигателем, уравновешивает момент $M_{y_1}^0$ и, следовательно, ось Oz ротора идеального гироскопа ($M_x^{в.с}=0$) принимает первоначальное направление $\Delta\alpha_{абс}=0$. Это также объясняется тем, что гироскоп с двумя степенями свободы представляет собой в цепи управления платформой гиростабилизатора интегрирующее звено по координате $\Delta\alpha_{абс}$.

Действительно, дважды интегрируя второе равенство (2.43) при нулевых начальных условиях, получаем

$$\Delta\beta=\frac{H}{A_0}\int\Delta\alpha_{абс}dt \tag{2.55}$$

и, следовательно, отклонение оси Oz по координате $\beta=\beta_{ст}$ при $\Delta\alpha_{абс}=0$ не противоречит равенству (2.55). Увеличение крутизны E_1 характеристики канала разгрузочного устройства также способствует улучшению целого ряда важных параметров гиростабилизатора и в первую очередь повышению его точности. Например, обращаясь к дифференциальному уравнению (2.43) движения гиростабилизатора, по аналогии с (2.36) и (2.39) определяем статическую погрешность гиростабилизатора с поплавковым интегрирующим гироскопом. Вводя во второе уравнение (2.43) демпфирующий момент $D_\beta\dot{\beta}$ и полагая $M_{y_1}^{в.с}=M_{y_1}^0=\text{const}$ в установившемся режиме движения, получаем

$$\Delta\alpha'_{абс}=\frac{M_{y1}^0}{E_1 i}, \tag{2.56}$$

где $i=H/D_\beta$ — передаточное число интегрирующего гироскопа. Здесь в отличие от (2.36) у гиростабилизатора возникает статическая погрешность по углу $\Delta\alpha'_{абс}$; для уменьшения этой погрешности следует увеличивать E_1 (передаточное число i поплавковых гироскопов и гиростабилизаторов, устанавливаемых на борту ЛА, обычно выбирают в пределах 3—8). Условием устойчивости движения такого гиростабилизатора как системы автоматического регулирования, помимо положительности коэффициентов соответствующего характеристического уравнения, будет

$$E_1<\frac{(J_0D_\beta+A_0D_\alpha)(H^2+D_\alpha D_\beta)}{A_0J_0H}. \tag{2.57}$$

Неравенство (2.57) при $D_\beta=0$ совпадает с (2.47), а при $D_\alpha=0$ имеет вид

$$E_1<\frac{HD_\beta}{A_0}=\frac{H^2}{A_0 i}. \tag{2.58}$$

Для определения статической погрешности гиростабилизатора с датчиком угловой скорости во второе уравнение (2.43) следует еще ввести упругий момент $-E\beta$ [см. (2.37)] и по-прежнему положить, $M_{y_1}^{в.с}=M_{y_1}^0=\text{const}$; в установившемся режиме движения получаем

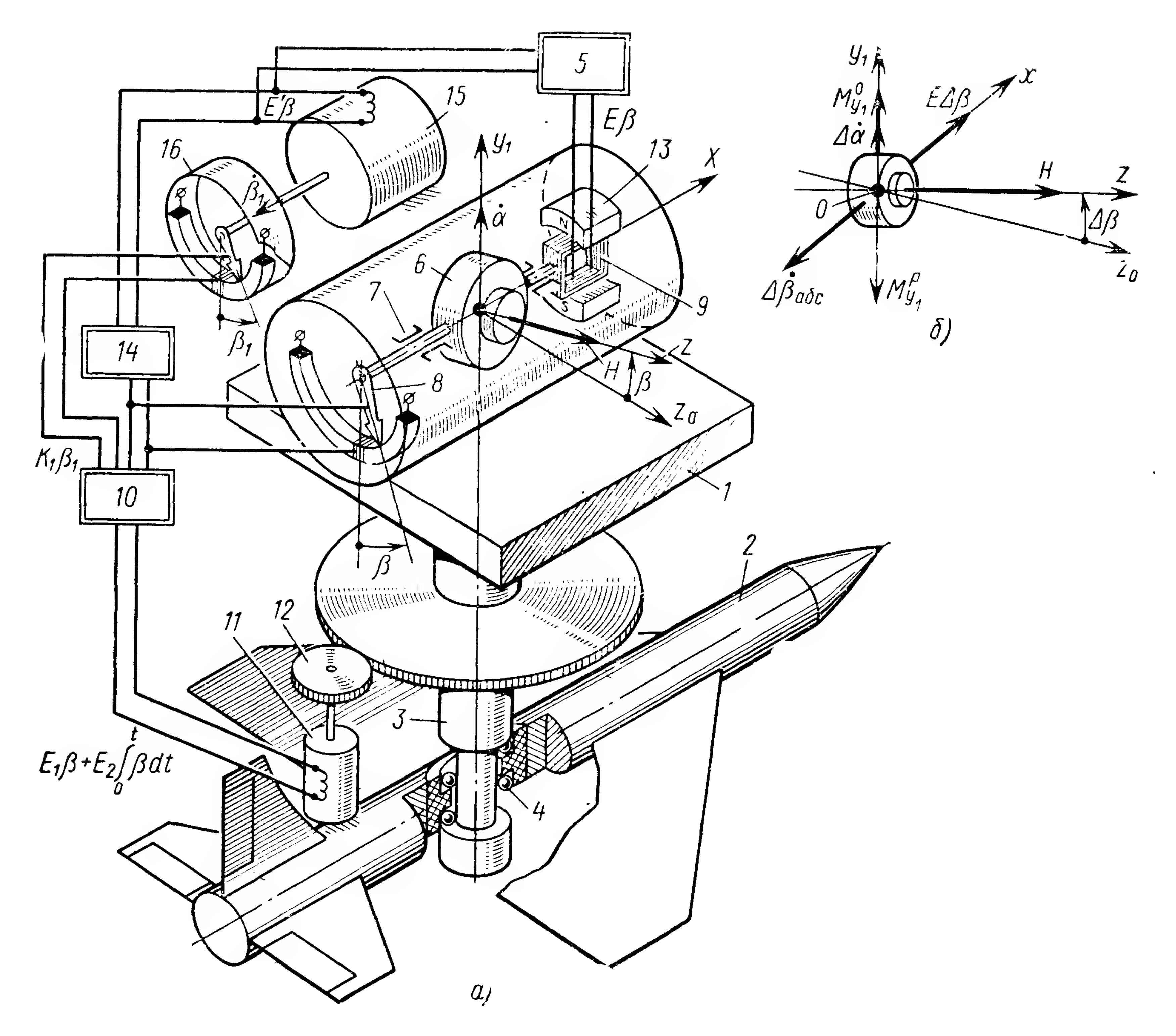


Рис. 2.8. Схема одноосного гироскопического стабилизатора с датчиком угловой скорости и интегрирующим звеном в канале разгрузочного устройства:

1 — платформа; *2* — ЛА; *3* — ось платформы; *4* — подшипники оси платформы; *5—10—14* — усилители; *6* — гиромотор; *7* — опоры гиромотора; *8* — потенциометрический датчик угла с ламелями; *9* — обмотка моментного датчика; *11* — двигатель разгрузки; *12* — редуктор; *13* — магнит; *15* — интегрирующий двигатель; *16* — потенциометрический датчик

$$\Delta\dot{\alpha}^*_{абс}=\frac{M^0_{y_1}A_0}{E_1H}\left(n^{д}_{н}\right)^2, \tag{2.59}$$

где $n^{д}_{н}=\sqrt{E/A_0}$ — частота незатухающих колебаний датчика угловой скорости.

Здесь (2.59) в отличие от (2.39) у гиростабилизатора с датчиком угловой скорости возникает статическая погрешность по угловой скорости $\Delta\dot{\alpha}^*_{абс}$. Для уменьшения этой погрешности также следует увеличивать E_1 (частота $n_{н}{}^{д}$ ДУС выбирается в пределах 10—50 Гц). Статическая погрешность по угловой скорости $\Delta\dot{\alpha}^*_{абс}$ такого гиростабилизатора, также может быть уменьшена путем соответствующего формирования канала разгрузочного устройства. Для уменьшения статических погрешностей гиростабилизаторов с интегрирующими гироскопами и датчиками угловой скорости в канал разгрузочного устройства вводят интегрирующее (рис. 28, *а*) или интегродифференцирующее звено. Гиростабилизатор с датчиком

угловой скорости и интегрирующим звеном отличается от гиростабилизатора, представленного на рис. 2.1, тем, что здесь в канале разгрузочного устройства установлен интегрирующий двигатель *15* с потенциометрическим датчиком *16**. Усилитель *14,* посылающий сигнал $E\beta$ в обмотку моментного датчика *9, 13* «электрической пружины», одновременно посылает сигнал $E'\beta$ и в обмотку якоря интегрирующего двигателя 15. Угловая скорость $\dot{\beta}_1$ вращения вала интегрирующего двигателя 15 пропорциональна управляющему сигналу $E'\beta$:

$$\dot{\beta}_1 = k_1 E'\beta \tag{2.60}$$

и, следовательно,

$$\beta_1 = k_1 E' \int \beta dt + S_1. \tag{2.61}$$

Сигнал $k_1\beta_1$ на входе усилителя *10* суммируется с сигналом $k_2'\beta$, посылаемым на усилитель *10* потенциометрическим датчиком *8* и после усиления поступает на обмотку разгрузочного двигателя *11*. Момент, развиваемый разгрузочным двигателем *11* (при нулевых начальных условиях), принимает вид

$$M^{\mathrm{p}}_{y_1} = -E_1\beta - E_2 \int \beta dt. \tag{2.62}$$

Подставляем в первое уравнение (2.43) значение момента M_{y_1}, включающего в себя: момент, развиваемый разгрузочным двигателем, $M^{\mathrm{p}}_{y_1}$, демпфирующий момент $-D_\alpha\ \dot{\alpha}$ и момент $M^{\text{в.с}}_{y_1}$, а также момент $M_x = D_\beta\ \Delta\dot{\beta} + E\Delta\beta$. В результате получаем уравнения движения гиростабилизатора, представленного на рис. 2.8, *а:*

$$J_0\Delta\ddot{\alpha}_{\text{абс}} + H\Delta\dot{\beta}_{\text{абс}} + D_\alpha\Delta\dot{\alpha}_{\text{абс}} + E_1\Delta\beta_{\text{абс}} + E_2\int\Delta\beta_{\text{абс}}dt = M^{\text{в.с}}_{y_1}; \tag{2.63}$$

$$A_0\Delta\ddot{\beta}_{\text{абс}} + D_\beta\Delta\dot{\beta}_{\text{абс}} + E\Delta\beta_{\text{абс}} = H\Delta\dot{\alpha}_{\text{абс}}.$$

Полагая, что частота $n^{\text{д}}_{\text{н}} = \sqrt{E/A_0}$ незатухающих колебаний датчика угловой скорости относительно велика по сравнению с частотой ν возмущающих колебаний, возникающих в условиях эксплуатации гиростабилизатора, т. е. при $M^{\text{в.с}}_{y_1} = M^0_{y_1} \sin \nu t$ имеем $n_{\text{н}}^{\text{д}} \gg \nu$. При этом в первом приближении полагаем

$$\Delta\beta_{\text{абс}} \simeq \frac{H}{E}\Delta\dot{\alpha}_{\text{абс}},$$

и первое уравнение (2.63) в рамках прецессионной теории принимает вид

$$\left(J_0 + \frac{H^2}{E}\right)\Delta\ddot{\alpha}_{\text{абс}} + \left(D_\alpha + \frac{E_1 H}{E}\right)\Delta\dot{\alpha}_{\text{абс}} + \frac{E_2 H}{E}\Delta\alpha_{\text{абс}} = M^{\text{вс}}_{y_1}.$$

---

* Для более наглядного представления физики действия канала разгрузочного устройства гиростабилизатора на схеме (рис. 2.8, *а*) в качестве интегрирующего звена использован интегрирующий двигатель.

Частота $n_{н}^{гс}$ незатухающих прецессионных колебаний гиростабилизатора равна

$$n_{н}^{гс}=\sqrt{\frac{E_2 H}{E\left(J_0+\frac{H^2}{E}\right)}}, \tag{2.64}$$

а статическая погрешность гиростабилизатора с изодромным устройством в отличие от (2.59) при $M_{y_1}^{в.с}=M_{y_1}^{0}=\mathrm{const}$ представляет собой погрешность по углу $\Delta\overset{*}{\alpha}_{абс}$, равную

$$\Delta\overset{*}{\alpha}_{абс}=\frac{M_{y_1}^{0} A_0}{E_2 H}\left(n_{н}^{д}\right)^2. \tag{2.65}$$

Для уменьшения статической погрешности $\Delta\overset{*}{\alpha}_{абс}$ гиростабилизатора крутизну E_2 характеристики канала разгрузочного устройства по координате $\Delta\beta_1$ необходимо увеличивать. Однако при этом следует иметь в виду, что необходимо обеспечить устойчивость движения гиростабилизатора как системы автоматического регулирования, описываемого неусеченными дифференциальными уравнениями (2.63) его движения.

Физика действия канала разгрузочного устройства с интегрирующим звеном заключается в следующем. Момент $M_{y_1}^{0}$ (рис. 2.8) внешних сил порождает прецессию гироскопа с угловой скоростью $\Delta\dot{\beta}_{абс}=M_{y_1}^{0}/H$ и, следовательно, отклонение оси Oz по координате $\Delta\beta$. Щетка потенциометра *8* поворачивается на угол $\Delta\beta$, и с потенциометра *8* поступает сигнал через усилитель *10* на двигатель *11* разгрузочного устройства, а также через усилитель *14* — на интегрирующий двигатель *15* и через усилители *14* и *5* — на обмотку *9* моментного датчика («электрическая пружина»). При этом вал интегрирующего двигателя *15* вращается и поворачивает щетку потенциометра *16*. Сигнал, снимаемый с потенциометра *16*, также поступает на двигатель *11* разгрузочного устройства. Момент $M_{y_1}^{р}$, направленный в сторону, противоположную моменту $M_{y_1}^{0}$, развиваемый разгрузочным двигателем, нарастает. Вместе с тем вокруг оси Ox действует момент $M_{x}^{д.м}$, развиваемый датчиком момента *9, 13,* и порождает прецессию гироскопа с угловой скоростью $\Delta\dot{\alpha}_{абс}$. Разность моментов $\Delta M_{y_1}^{в.с}$ внешних сил, равная $\Delta M_{y_1}^{в.с}=M_{y_1}^{0}-M_{y_1}^{р}$ $(M_{y_1}^{в.с}>0)$, уменьшается, становится равной нулю, а затем изменяет свое направление $(\Delta M_{y_1}^{в.с}<0)$. При этом ось Oz возвращается к начальному направлению $(\beta=0)$. В положении равновесия момент $M_{x}^{д.м}$, развиваемый датчиком *9, 13* момента, при $\beta=0$ также обращается в нуль, а момент $M_{y_1}^{р}$ все же достигает величины $M_{y_1}^{0}$ вследствие отклонения щетки потенциометра *16* на такой угол $\beta_{1\,ст}$, при котором $M_{y_1}^{р}=M_{y_1}^{0}$. Прецессия гироскопа вокруг оси Oy_1 с угловой скоростью $\Delta\dot{\alpha}_{абс}$ прекращается, и в установившемся переходном режиме движения гироскопа $\Delta\dot{\alpha}_{абс}=0$, а вели-

чина отклонения $\Delta\alpha^*_{абс}$ оси Oz ротора гироскопа при этом определяется по формуле (2.65).

Введением интегрирующего звена в канал разгрузочного устройства может быть также устранена статическая погрешность $\Delta\alpha^*_{абс}$ (2.55) гиростабилизатора с интегрирующим гироскопом. Известны и другие более сложные виды формирования разгрузочного устройства, улучшающие характеристики гиростабилизатора, но обычно требующие создания прецизионного канала разгрузочного устройства. Эти методы обстоятельно излагаются в известных работах [1, 9, 11] и больше относятся к методам теории автоматического регулирования, а не к механике гироскопических систем, и поэтому в настоящей монографии не излагаются. Здесь же рассмотрим лишь общий подход к идеальному формированию канала разгрузочного устройства применительно к гироскопическим стабилизаторам. Обратимся к дифференциальным уравнениям (2.29) и (2.30) движения гиростабилизатора, в которых вначале полагаем

$$\Delta\gamma=\Delta\dot{\gamma}=\Delta\dot{\psi}=E=D_\beta=M^{в.с}_{y_1}=M^{упр}_x=M^{в.с}_x=0.$$

Исключая координату $\Delta\beta_{абс}$, получаем

$$\frac{A_0J_0}{H}\Delta\dddot{\alpha}_{абс}+\frac{A_0}{H}(D_\alpha+E_3)\Delta\ddot{\alpha}_{абс}+(H+E_2)\Delta\dot{\alpha}_{абс}+E_2\Delta\alpha_{абс}=0. \quad (2.66)$$

Условия устойчивости гиростабилизатора требуют положительности коэффициентов характеристического уравнения, соответствующего дифференциальному уравнению (2.66), и выполнения неравенства

$$E_1<\frac{(D_\alpha+E_3)(H+E_2)}{J_0}. \quad (2.67)$$

Для гиростабилизатора с простейшим формированием канала разгрузочного устройства ($E_2=E_3=0$) неравенство (2.67) принимает вид

$$E_1<\frac{HD_\alpha}{J_0} \quad (2.68)$$

и, следовательно, устойчивость движения гиростабилизатора обязана естественному демпфирующему моменту $-D_\alpha\Delta\dot{\alpha}$.

Увеличение крутизны E_1 характеристики канала разгрузочного устройства согласно (2.68) ограничено и требует увеличения собственного кинетического момента H гироскопа. Введение форсирующих звеньев $E_2\Delta\dot{\beta}$ и $E_3\Delta\dot{\alpha}$ [см. рис. 2.1, *а* и (2.67)] в канал разгрузочного устройства при идеальном его формировании позволяет неограниченно увеличивать крутизну E_1 разгрузочного устройства. Коэффициенты E_3 и D_α в (2.30), (2.66) и (2.67) входят равноправно и, следовательно, при идеальном канале разгрузочного

устройства искусственное демпфирование $E_3\Delta\dot{\alpha}$ равноценно естественному демпфированию $D_\alpha\Delta\dot{\alpha}$. Реальные корректирующие звенья вместе с каналом разгрузочного устройства (рис. 2.1, *а*) обладают определенной постоянной времени. Кроме того, применение форсирующих дифференцирующих звеньев требует установки защитных фильтров, предохраняющих разгрузочный двигатель от колебаний высокой частоты, возникающих вследствие вибраций корпуса ЛА; при введении фильтров эффективность действия форсирующих звеньев становится ограниченной.

В неравенствах (2.66) и (2.67) коэффициент E_2 и собственный кинетический момент H также входят равноправно. Однако управление разгрузочным двигателем по угловому ускорению ($E_2\Delta\ddot{\alpha}$) обладает тем недостатком, что в правой части первого дифференциального уравнения (2.30) содержится возмущающий момент $E_2 \sin \alpha_0 \Delta\gamma$; гироскопический же момент $H\Delta\dot{\beta}_{абс}$ содержится лишь в левой части и оказывает на гироскоп только стабилизирующее действие. Увеличение коэффициента E_2 и вместе с тем уменьшение собственного кинетического момента H гироскопа в значительной мере повышает собственную скорость $\Delta\dot{\alpha}_{абс}=\frac{M_x^{в.с}}{H}$ его прецессии, возникающую вследствие действия моментов $M_x^{в.с}$ внешних сил, что необходимо иметь в виду при разработке силовых гиростабилизаторов с большим коэффициентом E_2 и малым собственным кинетическим моментом H.

Гиростабилизаторы с малым собственным кинетическим моментом H также требуют весьма прецизионного канала разгрузочного устройства (безредукторного разгрузочного двигателя, высокой линейности канала разгрузочного устройства, малого и устойчивого нулевого сигнала усилителя со сложными корректирующими цепями и др.).

2.6. ПОГРЕШНОСТИ ОДНООСНЫХ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРОВ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ УГЛОВЫХ КОЛЕБАНИЯХ ЛА

Из дифференциальных уравнений (2.30) движения гиростабилизатора следует, что при поворотах летательного аппарата вокруг центра его масс разгрузочное устройство, так же как и моменты $-D_\alpha\Delta\dot{\alpha}$ и $D_\beta\Delta\dot{\beta}$ вязкого трения, порождают возмущающие моменты, а следовательно, и погрешности гиростабилизатора, в ряде случаев значительно превышающие другие его погрешности. В частности, например, в соответствии с (2.30) при гармонических колебаниях ЛА только вокруг одной продольной оси OX при $\Delta\gamma=\Delta\gamma_0 \sin \nu t$ (где ν — частота возмущающих колебаний ЛА) для простейшего ($M_{y_1}^{р}=-E_1\Delta\beta$) идеального ($M_y^{в.с}=M_x^{в.с}=0$) одноосного гиростабилизатора (при условии, что $\nu^2 \ll n^2=\frac{H^2}{A_0 J_0}$) уравнения его прецессии будут

$$H\Delta\dot{\beta}_{абс}+E_1\Delta\beta_{абс}=E_1\sin\alpha_0\Delta\gamma_0\sin\nu t;$$
$$\Delta\dot{\alpha}_{абс}\simeq 0. \qquad (2.69)$$

При этом вокруг оси Ox согласно (2.69) в установившемся режиме возникают колебания гироскопа с угловой скоростью

$$\Delta\dot{\beta}_{абс}=\frac{\varepsilon\Delta\gamma_0\nu\sin\alpha_0}{\sqrt{\varepsilon^2+\nu^2}}\cos(\nu t-\chi), \qquad (2.70)$$

где

$$\operatorname{tg}\chi=\nu/\varepsilon;\ \varepsilon=E_1/H. \qquad (2.71)$$

Угловые скорости $\Delta\dot{\alpha}_{абс}$ и $\Delta\dot{\beta}_{абс}$ представляют собой проекции абсолютной угловой скорости поворота оси Oz ротора гироскопа на подвижные оси Oy_1 и Ox, которые сами поворачиваются в абсолютном пространстве. Для определения составляющих угловой скорости поворота оси Oz ротора гироскопа в абсолютном пространстве следует воспользоваться одним из следующих способов: 1) угловые скорости $\Delta\dot{\alpha}_{абс}$ и $\Delta\dot{\beta}_{абс}$ проектировать на оси, неподвижные в абсолютном пространстве [8, 9, 15]; 2) определять соответствующую угловую скорость ω_y поворота гироскопа вокруг измерительной оси Oy так, как это сделано в работах [*8*, *9*], и найти соответствующий угол $\Delta\alpha$ поворота гироскопа на каком-либо отрезке времени; 3) воспользоваться кинематической теоремой о некоммутативности конечных поворотов [*6*, *15*]. Здесь более наглядным и коротким путем получения конечного результата является первый способ.

Проектируя угловую скорость $\Delta\dot{\beta}_{абс}$ оси Oz ротора гироскопа на неподвижную ось $O\zeta$ и на плоскость $O\xi\eta'$ (рис. 2.9) и выделяя постоянную составляющую $\Omega_\zeta^{абс0}$ угловой скорости $\Omega_\zeta^{абс}$, порождаемую разгрузочным устройством гиростабилизатора, получаем

$$\Omega_\zeta^{абс0}=-\frac{\varepsilon\Delta\gamma_0^2\nu^2}{4(\varepsilon^2+\nu^2)}\sin 2\alpha_0. \qquad (2.72)$$

Собственная скорость прецессии $\Omega_\zeta^{абс0}\simeq\Delta\dot{\alpha}_{абс}^0$ гиростабилизатора, порождаемая разгрузочным устройством, достигает максимальной величины при $\varepsilon=\nu$, $\alpha_0=45$, 135, 225 и 315° и обращается в нуль при $\varepsilon=0$ и $\varepsilon\to\infty$, а также при $\alpha_0=0$, 90, 180 и 270°. Если при угловых колебаниях гиростабилизатора учесть влияние инерционного момента $M_{y_1}^{н.р}$, развиваемого рамками карданова подвеса,

$$M_{y_1}^{ин.р}=(A_2+C_1)\cos\alpha_0\operatorname{tg}\beta_0\gamma_0\nu^2\sin\nu t, \qquad (2.73)$$

то собственная скорость прецессии гиростабилизатора возрастает по сравнению с $\Omega_\zeta^{абс0}$ на величину

$$\Omega_\zeta^{абс*}=-\frac{(A_2+C_1)H\operatorname{tg}\beta_0\cos^2\alpha_0\gamma_0^2\nu^2}{2(E_1^2+H^2\nu^2)}. \qquad (2.74)$$

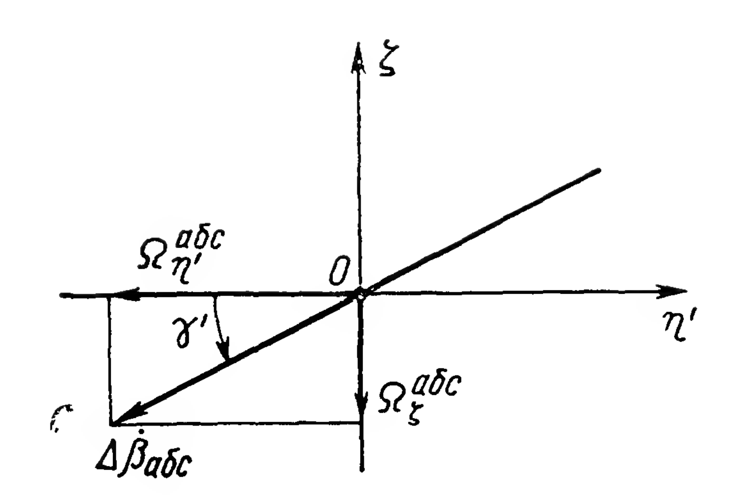


Рис. 2.9. Разложение вектора $\Delta\dot{\bar\beta}_{абс}$ на оси $O\xi$ и $O\zeta'$

Здесь только следует иметь в виду, что при $\beta_0=0$ $\Omega_{\zeta}^{абс*}=0$ и, следовательно, в большинстве случаев собственная скорость $\Omega_{\zeta}^{абс*}$ прецессии гиростабилизатора невелика, так как угол β_0 обычно мал. При более сложных угловых колебаниях ЛА в ряде случаев для определения собственной скорости $\Omega_{\zeta}^{абс}$ прецессии гиростабилизатора пользуются кинематической теоремой о некоммутативности конечных поворотов гироскопа. Уравнения прецессии одноосного гиростабилизатора с идеальным гироскопом $(M_x^{в.с}=M_{y_1}^{в.с}=0)$ и простейшим видом формирования $(M_{y_1}^{р}=-E_1\Delta\beta)$ разгрузочного устройства имеют вид

$$H\Delta\dot\beta_{абс}+E_1\Delta\beta=0; \tag{2.75}$$

$$\Delta\dot\alpha_{абс}=\Omega_{y_1}^{абс}=0. \tag{2.76}$$

Полагаем, что крутизна E_1 характеристики разгрузочного устройства столь велика, что угол $\Delta\beta$ практически можно считать равным нулю. При этом, если ось Oy_1 наружной рамки карданова подвеса силового гиростабилизатора $(\Delta\beta=0)$ поворачивается вокруг неподвижной точки O, то точка O_1 пересечения оси Oy_1 со сферой с центром в точке O описывает какую-либо траекторию (T_1) на поверхности сферы (рис. 2.10). Если траектория (T_1) точки O_1 представляет собой замкнутую кривую линию, описанную точкой O_1 за время T, и площадь поверхности сферы, заключенной внутри замкнутой кривой (T_1), равна S_1, то за время T гироскоп вокруг оси Oy_1 повернется в абсолютном пространстве на угол $\Delta\alpha_{абс}^{T}$, определяемый по формуле

$$\Delta\alpha_{абс}^{T}=\frac{S_1}{R^2}, \tag{2.77}$$

где R — радиус сферы.

Доказательство кинематической теоремы (2.77) дается, например, в работах [*6* и *11*].

Средняя угловая скорость $\Delta\dot\alpha_{абс.ср}^{T}$ поворота гироскопа вокруг оси y_1 за время T будет

$$\Delta\dot\alpha_{абс.ср}^{T}=\frac{\Delta\alpha_{абс}^{T}}{T}. \tag{2.78}$$

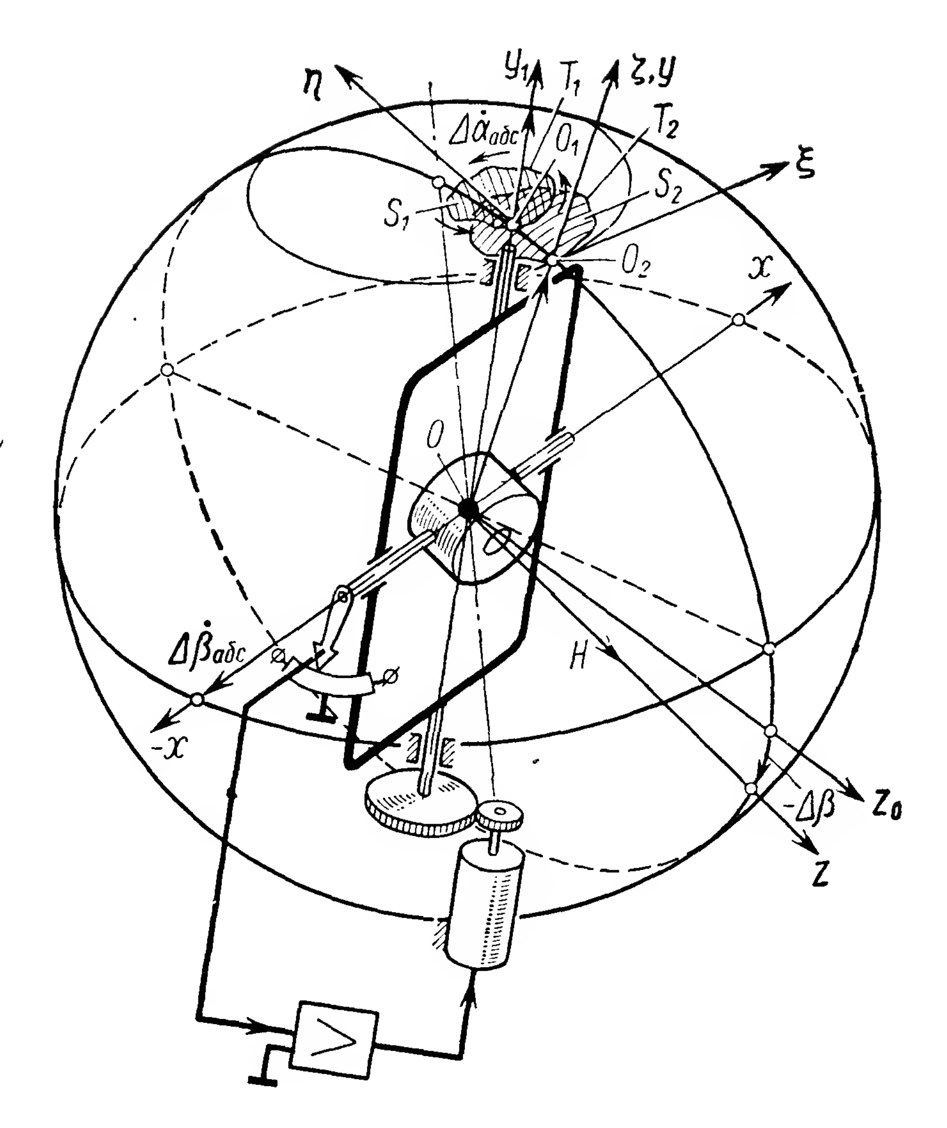


Рис. 2.10. Траектория движения оси наружной рамки карданова подвеса и измерительной оси на поверхности сферы

В общем случае средняя угловая скорость $\Delta\dot{\alpha}_{абс.ср}$ представляет собой одну из составляющих собственной скорости $\Delta\dot{\alpha}_{абс}^{соб}$ прецессии гироскопа, установленного на качающемся основании, и должна быть добавлена к угловой скорости $\Delta\dot{\alpha}_{абс}^{0}$ прецессии гироскопа, порождаемой моментами $M_x^{в.с}$ сил, действующими вокруг оси Ox его прецессии и определяемыми соответствующими решениями дифференциальных уравнений (2.30).

При малых углах $\Delta\beta$ в первом приближении можно также применить кинематическую теорему, вычисляя площадь S_2 поверхности сферы, заключенной внутри замкнутой кривой (T_2), описываемой на сфере точкой O_2 пересечения оси Oy с поверхностью сферы. Знак угла $\Delta\alpha_{абс}^{T}$ поворота гироскопа за время T определяется направлением движения точки $O_1(O_2)$ по замкнутой кривой. Если направление обхода площади поверхности S_1 соответствует рис. 2.10, т. е. происходит против вращения часовой стрелки при наблюдении со стороны положительного направления оси Oy_1, то и поворот гироскопа происходит в ту же сторону, т. е. вектор средней угловой скорости $\Delta\dot{\alpha}_{абс.ср}^{T}$ также направлен по положительной оси Oy_1.

Наглядное объяснение физики возникновения у гиростабилизатора погрешности $\Delta\alpha_{абс}^{T}$, порождаемой коническим движением оси Oy_1 наружной рамы карданова подвеса, получается при рассмотрении перемещения гиростабилизатора по поверхности сферы так, как это показано на рис. 2.11. При движении идеального силового гиростабилизатора ($\Delta\beta=0$) по границе октанта (длина каждой из дуг которого равна четверти окружности) из положения A в положение B направление оси Oz в пространстве остается неизменным. При движении гиростабилизатора из положения B в положение C ось Oz, оставаясь перпендикулярной оси Oy_1, под действием разгрузочного двигателя поворачивается в пространстве вокруг оси Ox на угол, равный 90°, в плоскости OBC, перпендикулярной направлению оси Oy_1 в положении A. Угловая же скорость поворота оси Oz вокруг оси Oy_1 и на участке BC остается равной нулю. При движении гиростабилизатора из положения C в положение A направление оси Oz в пространстве остается неизменным.

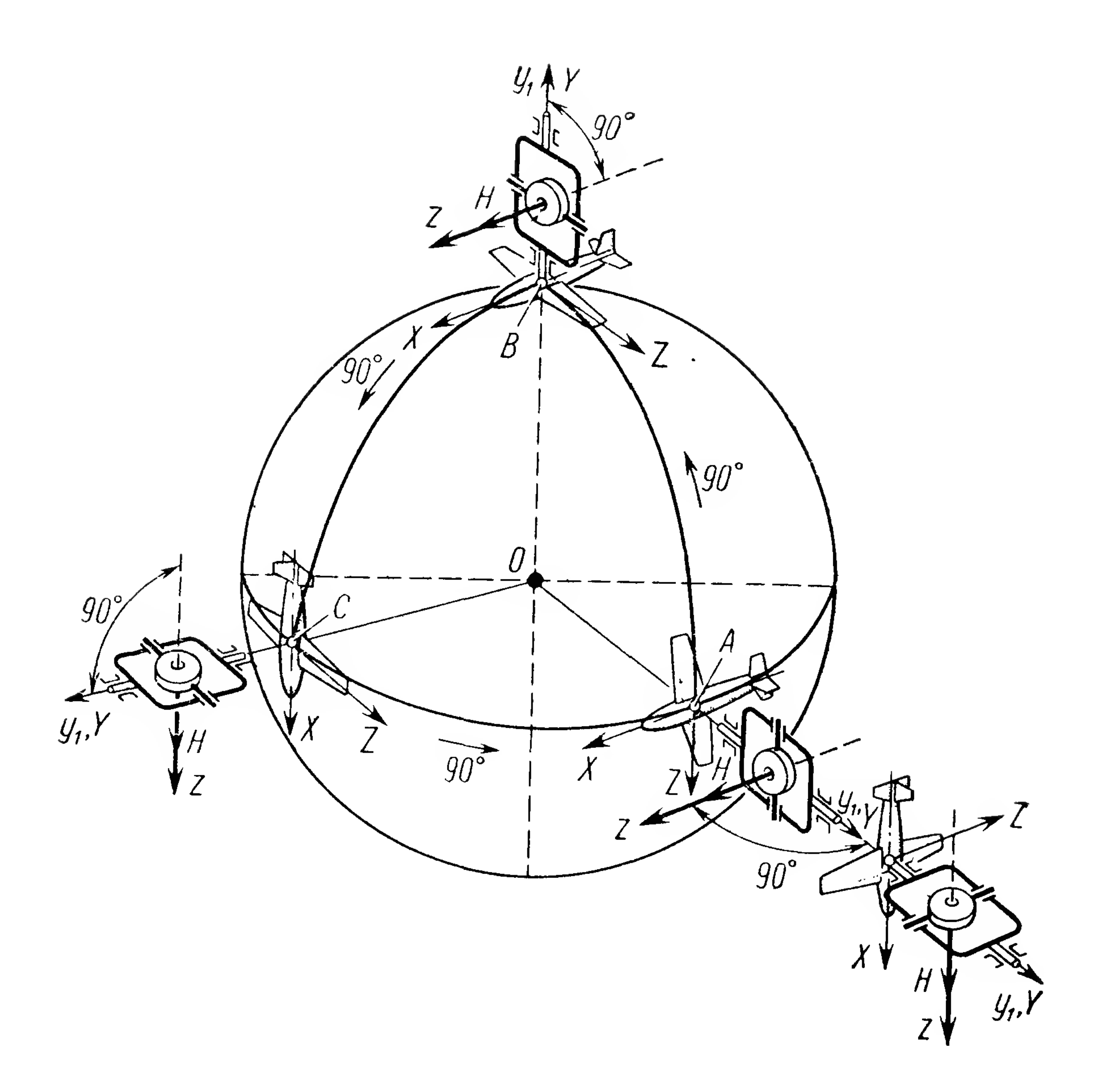


Рис. 2.11. Движение одноосного гиростабилизатора на поверхности сферы

В результате движения гиростабилизатора по границам октанта ось Oz ротора гироскопа поворачивается в направлении обхода октанта на угол $\Delta\alpha^T_{абс}$, равный 90°. По формуле (2.77) также получаем

$$\Delta\alpha^T_{абс}=\frac{S_1}{R^2}=\frac{4\pi R^2}{8R^2}=\frac{\pi}{2}=90^\circ.$$

Если представить себе, что гиростабилизатор установлен на самолете, который совершает соответствующие эволюции, т. е. согласно рис. 2.11 также двигается по границам октанта, поворачиваясь на участке AB вокруг оси OX, на участке BC — вокруг оси OZ и на участке CA — снова вокруг оси OX (угловая скорость поворота самолета вокруг оси OY также равна нулю), то при этом ось Oz ротора гироскопа все вре́мя остается параллельной продольной оси OX самолета и, следовательно, в этом случае изменение курса самолета на 90° с помощью одноосного гиростабилизатора определить невозможно. На таком же примере видно, что с помощью идеального гироскопа в кардановом подвесе без разгрузочного устройства, ось Oz ротора которого сохраняет неизменное направление в абсолютном пространстве, угол поворота самолета вокруг оси OY, равный 90°, по окончании движения вдоль границ октанта определяется без погрешностей (площадь S_2, описываемая осью Oy гироскопа, здесь равна нулю, так как ось Oy перемещается только по дуге AB).

Если летательный аппарат совершает угловые колебания вокруг осей OX и OZ с периодом T и сдвигом по фазе, равным 90°, то в этом случае ось Oy_1 (OY) наружной рамки карданова подвеса движется по круговому конусу с углом при вершине, допустим, равным $2\Delta\gamma_0$ Средняя скорость прецессии $\Delta\dot{\alpha}_{абс\,ср}$ определяется согласно (2.77) и (2.78):

$$\Delta\dot{\alpha}_{абс.ср} = \frac{\Delta\alpha^T_{абс}}{T} = \frac{S_1}{R^2T} = \frac{2\cdot 2\pi R^2 \sin^2\frac{\Delta\gamma_0}{2}}{R^2T} = 4\pi\sin^2\frac{\Delta\gamma_0}{2}\,\frac{1}{T}. \tag{2.79}$$

Например, при $\Delta\gamma_0 = 1°$, $T = 1$ с получаем

$$\Delta\dot{\alpha}_{абс.ср} = 4\pi\sin^2\frac{1}{2\cdot 57{,}3}\,\frac{1}{1} \simeq 3°/\text{мин} = 180°/\text{ч}.$$

Из примера видно, что скорость прецессии силового одноосного гиростабилизатора при угловых колебаниях летательного аппарата, определяемая кинематической теоремой, достигает огромной величины, что и ограничивает непосредственное применение силовых одноосных гиростабилизаторов на летательных аппаратах. Вместе с тем одноосные силовые гироскопические стабилизаторы находят применение (см. гл. 8, разд. *1*) в бескарданных системах ориентации летательных аппаратов.

В ряде гироскопических приборов, таких, как гирополукомпасы, указатели направления ортодромии, гиромагнитные компасы, гироскопические акселерометры-интеграторы, также находят применение одноосные гироскопические стабилизаторы; для уменьшения их кинематических погрешностей принимаются специальные меры (см. гл. *8*). В практических приложениях при малой амплитуде периодических угловых колебаний летательного аппарата и малых относительных углах $\Delta\beta$ поворота гироскопа можно пользоваться приближенной формулой для определения средней скорости $\Delta\dot{\alpha}^T_{абс.ср}$ прецессии гиростабилизатора, возникающей при коническом движении оси Oy:

$$\Delta\dot{\alpha}^T_{абс.ср} = \frac{1}{T}\int_0^T(-\Delta\varphi_x + \Delta\beta)\,\omega_{z_0}dt = -\frac{1}{T}\int_0^T \Delta\varphi_x\omega_{z_0}dt + \frac{1}{T}\int_0^T \Delta\beta\,\omega_{z_0}dt. \tag{2.80}$$

Здесь $\Delta\varphi_x$ и ω_{z_0} — угол и угловая скорость переносного поворота ЛА (или, например, стабилизируемой платформы двухосного или трехосного гиростабилизатора (см. гл. *3* и *4*), на которой установлен одноосный гиростабилизатор) вокруг оси Ox прецессии гироскопа и оси Oz_0 гиростабилизатора соответственно; $\Delta\beta$ — угол от-

клонения измерительной оси Oy гироскопа от направления оси Oy_1 стабилизации.

Первый интеграл (2.80) определяется кинематикой движения ЛА или платформы, на которой установлен гиростабилизатор. Во второй интеграл (2.80) входит угол $\Delta\beta$ отклонения оси Oz ротора гироскопа, определяемый также и моментами внешних сил $(M_{y_1}^{\text{в.с}})$, действующими вокруг оси Oy_1 его стабилизации, и видом формирования контура разгрузочного устройства. При этом $\Delta\beta = f[M_{y_1}^{\text{в.с}}(t)]$ определяется дифференциальными уравнениями (2.30) или соответствующими передаточными функциями.

Для гиростабилизатора со столь эффективным каналом разгрузочного устройства, что при заданных частотах колебаний летательного аппарата можно положить $\Delta\beta \simeq 0$, второй интеграл в формуле (2.80) равен нулю. Если ЛА вокруг осей OX и OZ совершает гармонические колебания

$$\Delta\gamma = \Delta\gamma_0 \sin \nu t, \quad \Delta\vartheta = \Delta\vartheta_0 \sin(\nu t + \delta),$$

где δ — соответствующий сдвиг фаз колебаний ЛА, то при $\alpha_0 = 0$ [см. (2.72)]

$$\Delta\varphi_x = -\Delta\vartheta = -\Delta\vartheta_0 \sin(\nu t + \delta);$$

$$\omega_{z_0} = \Delta\dot{\gamma} = \Delta\gamma_0 \nu \cos \nu t$$

и, следовательно,

$$\Delta\dot{\alpha}^{T}_{\text{абс.ср}} = -\frac{1}{T}\int_0^T -\Delta\gamma_0\Delta\vartheta_0\nu \sin(\nu t + \delta)\cos \nu t\,dt = \frac{1}{2}\Delta\vartheta_0\Delta\gamma_0\nu \sin\delta. \tag{2.81}$$

Формула (2.81) при малых углах $\Delta\gamma_0$ и $\Delta\vartheta_0$ и $\Delta\vartheta_0 = \Delta\gamma_0$, $\delta = 90°$, а также при $\nu = 2\pi/T$, полностью совпадает с формулой (2.79). Если разгрузочное устройство выключено (астатический гироскоп), то в данном случае во втором интеграле (2.80) следует положить $\Delta\beta = -\Delta\gamma$ и собственная скорость $\Delta\dot{\alpha}^{T}_{\text{абс.ср}}$ прецессии гироскопа, определяемая по формуле (2.80), обращается в нуль. В общем случае отклонение оси Oz ротора гиростабилизатора по координате $\Delta\beta$ определяется моментами внешних сил, действующими вокруг оси Oy_1 его стабилизации, которые, в свою очередь, зависят от характера движения ЛА вокруг центра его масс. Если передаточную функцию канала разгрузочного устройства обозначить через $W_{\text{р}}(s)$, то момент, развиваемый разгрузочным устройством, принимает вид $M_{y_1}^{\text{р}} = -k_{\text{р}}W_{\text{р}}(s)\Delta\beta$. Также полагаем $M_x^{\text{упр}} = M_x^{\text{в.с}} = D_\beta = 0$ и согласно дифференциальным уравнениям (2.30) движения гиростабилизатора имеем

$$\begin{gathered}(J_0 s^2 + D_\alpha s)\Delta\alpha_{\text{абс}} + (Hs + k_{\text{р}}W_{\text{р}}(s))\Delta\beta = M_{y_1} + H\omega_x^{\text{пер}} - D_\alpha\omega_{y_1}^{\text{пер}};\\ A_0 s^2\Delta\beta + Hs\Delta\alpha_{\text{абс}} = A_0 s\omega_x^{\text{пер}}.\end{gathered} \tag{2.82}$$

Исключая из (2.82) $\Delta\alpha_{абс}$, получаем

$$\frac{A_0 J_0}{H}\left[s^3+\frac{D_\alpha}{J_0}s^2+\frac{H^2}{A_0 J_0}s+\frac{k_р H}{A_0 J_0}W_р(s)\right]\Delta\beta=\left(-\frac{A_0 J_0}{H}s^2+\right.$$

$$\left.+\frac{D_\alpha}{H}A_0 I_0 s^2+H\right)\omega_x^{пер}-D_\alpha\omega_{y_1}^{пер}+M_{y_1}^{в.с}. \qquad (2.83)$$

Для астатического гироскопа $D_\alpha=k_р=M_{y_1}^{в.с}=0$, и следовательно, согласно (2.83) получаем

$$\left(\frac{A_0 J_0}{H}s^2+H\right)s\Delta\beta=\left(\frac{A_0 J_0}{H}s^2+H\right)\omega_x^{пер},$$

а также $s\Delta\beta=\omega_x^{пер}$

или $\Delta\beta=\int\omega_x^{пер}dt+S_1=\varphi_x$.

В случае астатического гироскопа, подставляя значения $\Delta\beta$ в (2.80), по-прежнему получаем

$\Delta\dot{\alpha}^T_{абс.ср}=0.$

В правой части уравнения (2.83) стоят возмущающие моменты, зависящие от частот колебаний ЛА вокруг осей Ox и Oy_1. Если предположить, что частоты изменения переносных угловых скоростей $\omega_x^{пер}$ и $\omega_{y_1}^{пер}$ летательного аппарата, а также и частота изменения момента $M_{y_1}^{в.с}$ одинаковы и равны ν, то и момент $M_{y_1}^{в.с}$, представляющий собой алгебраическую сумму этих моментов, изменяется с частотой ν и равен $M_{y_1}^{в.с}=M_{y_1}^{A}\sin(\nu t+\delta_1)$.

Определим передаточную функцию $W_{\Delta\beta M}(s)$, представляющую собой отношение изображений $\left(\frac{\Delta\beta(s)}{M_{y_1}^{в.с}(s)}\right)$ угла $\Delta\beta$ к моменту $M_{y_1}^{в.с}$ внешних сил:

$$W_{\Delta\beta M}(s)=\frac{\Delta\beta(s)}{M_{y_1}^{в.с}(s)}=\frac{\dfrac{H}{A_0 J_0}}{s^3+\dfrac{D_\alpha}{J_0}s^2+\dfrac{H^2}{A_0 J_0}s+\dfrac{k_р H}{A_0 J_0}W_р(s)}. \qquad (2.84)$$

Передаточную функцию (2.84) также можно получить с помощью соответствующей структурной схемы гиростабилизатора [1, 11].

Заменяя в (2.84) s на $j\nu$ и обращаясь к прежнему примеру и, в частности, полагая $W_р(s)=1$, а также обозначая $\frac{H^2}{A_0 J_0}=n^2$, $\frac{K_0}{H}=k_р$, $\frac{D_\alpha}{J_0}=2\xi$, получаем частотную передаточную функцию

$$W_{\Delta\beta M}(j\nu)=\frac{\left(k_р-2\xi\frac{\nu^2}{n^2}\right)-\nu\left(1-\frac{\nu^2}{n^2}\right)j}{H\left[\left(k_р-2\xi\frac{\nu^2}{n^2}\right)^2+\nu^2\left(1-\frac{\nu^2}{n^2}\right)^2\right]}, \qquad (2.85)$$

а также амплитудно-частотную

$$A_{\Delta\beta M}(\nu)=\frac{1}{H\sqrt{\left(k_р-2\xi\frac{\nu^2}{n^2}\right)^2+\nu^2\left(1-\frac{\nu^2}{n^2}\right)^2}}=\frac{\lambda}{H}; \tag{2.86}$$

фазочастотную

$$\operatorname{tg}\varphi_{\Delta\beta M}(\nu)=\frac{\nu\left[1-\left(\frac{\nu}{n}\right)^2\right]}{k_р-2\xi\left(\frac{\nu}{n}\right)^2} \tag{2.87}$$

характеристики, а также

$$\Delta\beta=\Delta\beta^A(\nu)\sin(\nu t+\delta_1-\varphi_{\Delta\beta M}(\nu)]. \tag{2.88}$$

Согласно (2.86) и (2.88) имеем

$$\Delta\beta=\frac{\lambda(\nu)}{H}M_{y_1}^A\sin[\nu t+\delta_1-\varphi_{\Delta\beta M}(\nu)]. \tag{2.89}$$

По прежнему полагая $\omega_{z_0}=\Delta\gamma_0\nu\cos\nu t$, $\Delta\varphi_x=-\Delta\vartheta_0\sin(\nu t+\delta)$ и обращаясь к формуле (2.80), имеем

$$\Delta\dot{\alpha}^T_{абс}=-\frac{1}{T}\int_0^T\Delta\varphi_x\omega_{z_0}dt+\frac{1}{T}\int_0^T\Delta\beta\omega_{z_0}dt=-\frac{1}{T}\int_0^T-\Delta\vartheta_0\Delta\gamma_0\nu\sin\times$$

$$\times(\nu t+\delta)\cos\nu t dt-\frac{1}{T}\int_0^T\frac{\lambda}{H}M_{y_1}^A\sin(\nu t+\delta_1-\Delta\varphi_{\Delta\beta M}(\nu)]\times$$

$$\times\Delta\gamma_0\nu\cos\nu t dt=\frac{1}{2}\Delta\gamma_0\Delta\vartheta_0\nu\sin\delta+\frac{\lambda}{2H}M_{y_1}^A\sin[\delta_1-\varphi_{\Delta\beta M}(\nu)]\,\Delta\gamma_0\nu. \tag{2.90}$$

В частности, например, при низкой частоте $\nu(\nu<n)$ в первом приближении получаем

$$K_р\Delta\beta=M_{y_1}^A\sin(\nu t+\delta_1).$$

а также

$$\Delta\dot{\alpha}^T_{абс}=\frac{1}{2}\Delta\gamma_0\Delta\vartheta_0\nu\sin\delta+\frac{M_{y_1}^A}{K_р}\Delta\gamma_0\nu\sin\delta_1.$$

Определяемая здесь и в (2.90) собственная скорость прецессии $\Delta\dot{\alpha}^T{}_{абс.ср}$ одноосного гиростабилизатора возникает вследствие эффекта некоммутативности его конечных поворотов. Формулы (2.80) и (2.90) также находят широкое применение при определении погрешностей двухосных и пространственных трехосных гиростабилизаторов.

2.7. ОДНООСНЫЕ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРЫ С ДВУМЯ ГИРОСКОПАМИ (ГИРОРАМЫ)

В случае применения гиростабилизаторов, например, в бескарданных инерциальных системах ориентации и навигации, включающих в себя три одноосных гиростабилизатора, важно, чтобы угол β оставался малым, так как поправку на первую составляющую угловой скорости $\Delta\dot{\alpha}_{\text{абс.ср}}$ (2.80) относительно просто ввести в каждый из гироскопов, пользуясь показаниями двух других гироскопов. Угол $\beta(\Delta\beta)$ остается малым, если разгрузочное устройство имеет большую крутизну E_1 характеристики и разгрузочный двигатель *11* (см. рис. 21) развивает большой момент. При этом значительную часть момента $M_{y_1}^{\text{в.с}}$ внешних сил, действующих вокруг оси Oy_1, составляет гироскопический момент $H\omega_x^{\text{пер}}$, возникающий при переносных поворотах гироскопа вместе с ЛА вокруг оси Ox его прецессии.

Для взаимного уравновешивания гироскопических моментов, развиваемых гироскопами, установленными на одной раме, и уменьшения погрешности, определяемой вторым интегралом (2.80), применяют так называемые гирорамы. Гирорама (рис. 2.12) представляет собой одноосный гиростабилизатор с двумя гироскопами, кинематически связанными, например, зубчатыми секторами. При поворотах гирорамы вместе с ЛА вокруг оси Ox с переносной угловой скоростью $\omega_x^{\text{пер}}$ гироскопический момент, развиваемый первым гироскопом вокруг оси Oy_1, равен $H_1\omega^{\text{пер}}\cos\beta$, а развиваемый вторым гироскопом — $H_2\omega_x^{\text{пер}}\cos\beta$ и, следовательно при $H_1=H_2$ и $\beta_1=\beta_2=\beta$ гироскопические моменты уравновешиваются:

$$M_{y_1}^{\text{г}}=(H_1-H_2)\,\omega_x^{\text{пер}}\cos\beta=0. \tag{2.91}$$

При поворотах гирорамы вместе с ЛА вокруг оси Oz_0 с переносной угловой скоростью $\omega_{z_0}^{\text{пер}}$ гироскопический момент, развиваемый первым гироскопом вокруг оси Ox', равен $H_1\omega_z^{\text{пер}}\sin\beta_1$, развиваемый вторым гироскопом вокруг оси Ox'' равен $-H_2\omega_{z_0}^{\text{пер}}\sin\beta_2$, и, следовательно, при $H_1=H_2=H$, $\beta_1=\beta_2=\beta$ (передаточное число зубчатой пары равно —1) гироскопические моменты, например, приведенные к оси Ox', также уравновешиваются:

$$M_{x'}^{\text{г}}=(H_1-H_2)\,\omega_{z_0}^{\text{пер}}\sin\beta=0, \tag{2.92}$$

и только гироскопический момент, действующий вокруг оси Oz_0 и равный

$$M_{z_0}^{\text{г}}=-H_1\sin\beta_1\omega_x^{\text{пер}}-H_2\sin\beta_2\omega_x^{\text{пер}},$$

оказывается неуравновешенным и приложенным к корпусу гиростабилизатора.

При $H_1=H_2=H$ и $\beta_1=\beta_2=\beta$ имеем

$$M_{z_0}^{\text{г}}=-2H\sin\beta\omega_x^{\text{пер}}.$$

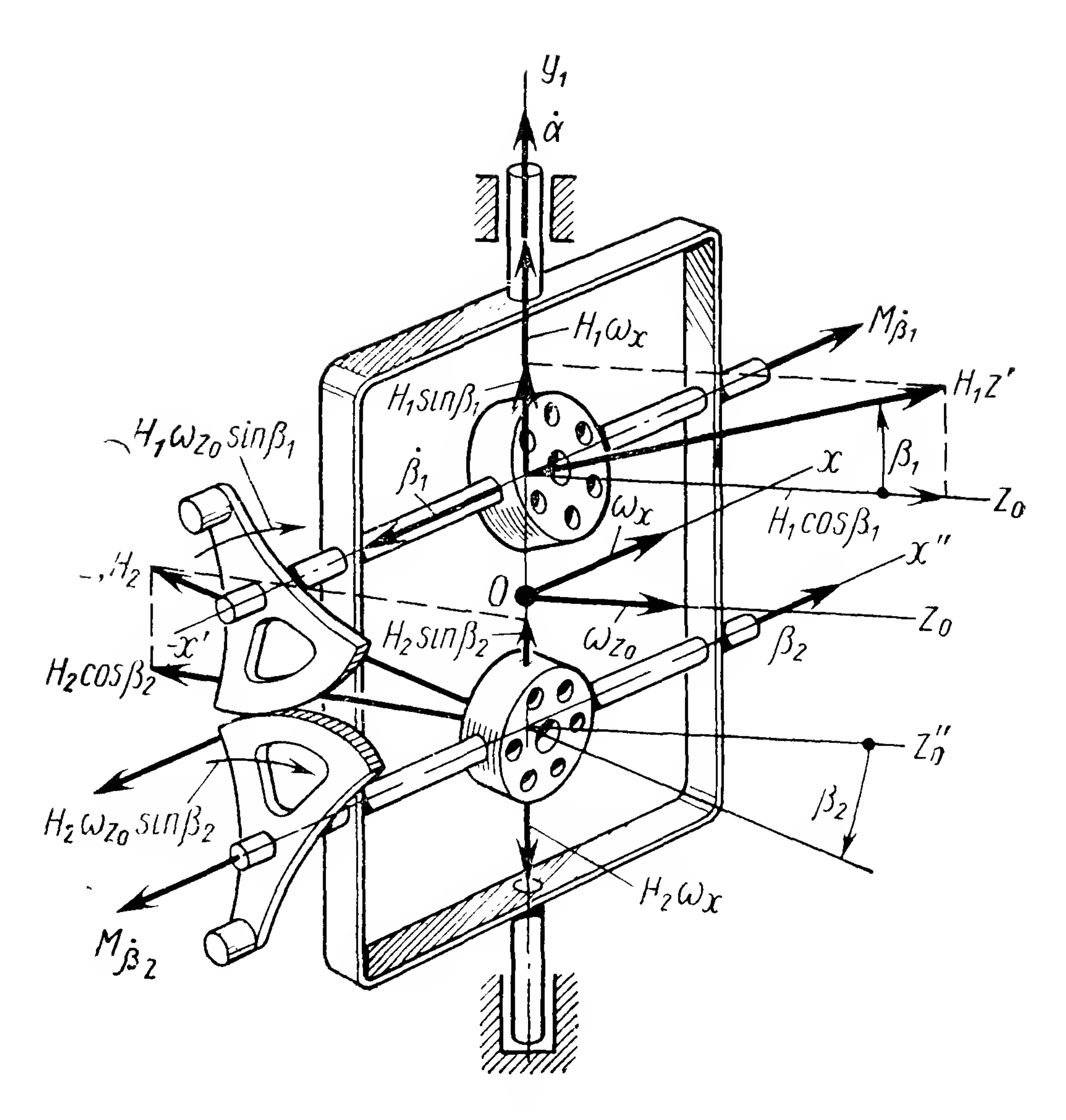


Рис. 2.12. Схема двухроторной гирорамы

Также уравновешиваются и инерционные моменты — $A_0'\dot{\omega}_x^{\text{пер}}$ и $-A_0''\dot{\omega}_x^{\text{пер}}$, приведенные, например, к оси Ox':

$$M_{x'}^{\text{ин}} = -(A_0' - A_0'')\,\dot{\omega}_x^{\text{пер}} = 0 \text{ при } A_0' = A_0''. \tag{2.93}$$

При этом приближенные уравнения движения гирорамы в относительных координатах ($\Delta\dot{\alpha}$, $\Delta\dot{\beta}$) принимают вид

$$\begin{aligned}&[A_2 + 2(A + B_1)]\,\Delta\ddot{\alpha} + 2H\Delta\dot{\beta} = M_{y_1} - [A_2 + (A + B_1)]\,\dot{\omega}_{y_1}^{\text{пер}};\\ &2(A + A_1)\,\Delta\ddot{\beta} - 2H\Delta\dot{\alpha} = -M_{x'} + 2H\omega_{y_1}^{\text{пер}},\end{aligned} \tag{2.94}$$

где $H_1 = H_2 = H$; M_{y_1} — моменты внешних сил, действующие вокруг оси Oy_1 гиростабилизатора, в том числе и моменты, развиваемые разгрузочным двигателем, и моменты внешних сил, рассмотренные ранее; $M_{x'}$ — моменты внешних сил, приведенные к оси Ox', в том числе и управляющие моменты (см. разд. 2). Здесь инерционные моменты — $A_2 + 2\ (A + B_1)]\,\dot{\omega}_{y_1}^{\text{пер}}$ и $2H\omega_{y_1}^{\text{пер}}$ возникают в подвижной опорной системе координат $OXYZ$ только от переносного их поворота вокруг оси $OY\,(Oy_1)$.

Дифференциальные уравнения (2.94) легко получить из (2.31) путем приведения моментов второго гироскопа к оси первого гироскопа. Инерционные моменты от переносного движения, подобные $2H\omega_{y_1}^{\text{пер}}$ (2.94), также входят в уравнения (2.30), но в не явном виде, так как

$$\Delta\dot{\alpha}_{\text{абс}} = \Delta\dot{\alpha} + \omega_{y_1}^{\text{пер}},\quad \Delta\dot{\beta}_{\text{абс}} = \Delta\dot{\beta} - \omega_x^{\text{пер}}.$$

Двухроторная гирорама обладает теми же погрешностями, что и од-

носный однороторный гиростабилизатор, в том числе и первой частью (2.80) погрешности $\Delta\dot{\alpha}^{T}_{абс.ср}$, возникающей при коническом движении оси Oy_1 гирорамы, за исключением погрешностей, порождаемых инерционными моментами, входящими в равенства (2.91), (2.92) и (2.93) и неуравновешенными в однороторных гиростабилизаторах. Гирорамы находят применение в двухосных, а иногда и в трехосных гиростабилизаторах.

Не менее важным является применение гирорамы при гироскопической стабилизации КЛА. Из дифференциальных уравнений (2.31) движения КЛА, управляемого гироскопом с двумя степенями свободы, следует (это также легко представить себе из физических рассуждений), что при переносных поворотах КЛА вокруг оси OX с угловой скоростью $\omega_x^{пер}$ нарастает угол β (рис. 25, *а*). При этом, если угол β достигает $\pm 90°$, то стабилизирующий гироскопический момент $M^{г}_{Y} = -H \cos\beta_0 \Delta\dot{\beta}$ становится равным нулю. Кроме того, с ростом угла β нарастают погрешности стабилизации КЛА в результате увеличения возмущающего момента $H \sin\beta\omega_z^{пер}$, зависящего от угловой скорости $\omega_z^{пер}$ вращения КЛА вокруг оси OZ. Существенные возмущающие моменты, действующие вокруг оси Ox прецессии гиростабилизатора, возникают при вращении КЛА вокруг оси OX с угловым ускорением $\dot{\omega}_x^{пер}$. Все эти возмущающие моменты [см. (2.94)] при применении в качестве привода гироскопической стабилизации КЛА гирорамы обращаются в нуль. При этом связи между движениями КЛА вокруг осей OX, OY и OZ, порождаемые гироскопическими моментами и инерционным моментом $A_0\dot{\omega}_x^{пер}$, практически отсутствуют. Исключение составляет лишь гироскопический момент $M^{г}_{z_0} = 2H \sin\beta\omega_x^{пер}$, развиваемый гироскопами гирорамы, в рассматриваемом случае стабилизирующей движение КЛА вокруг оси OY, и являющийся возмущающим моментом для канала стабилизации КЛА вокруг оси OZ. Влияние гироскопического момента $2H \sin\beta\omega_x^{пер}$ на движение КЛА вокруг оси OZ не столь уже существенно, поскольку этот момент действует вокруг оси OZ стабилизации КЛА, а не вокруг оси прецессии гироскопа, как это имеет место с моментами $H \sin\beta\omega_{z_0}^{пе}$ и $A_0\dot{\omega}_x^{пер}$, действующими вокруг оси Ox прецессии гироскопа; однако и эти инерционные моменты должны быть уравновешены соответствующим стабилизирующим устройством, действующим вокруг оси OZ КЛА.

2.8. УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ПЛАТФОРМЫ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА, УСТАНАВЛИВАЕМОГО НА БОРТУ ЛА

При разработке ряда гироскопических приборов и систем: гировертикалей, гиромагнитных компасов, гиростабилизаторов пеленгационных устройств (тепловые, оптические, радиолокационные), для придания им свойств избирательности к направлению магнитного и гравитационного полей, а также для слежения за заданным направлением на какой-либо объект пеленгации применяют управ-

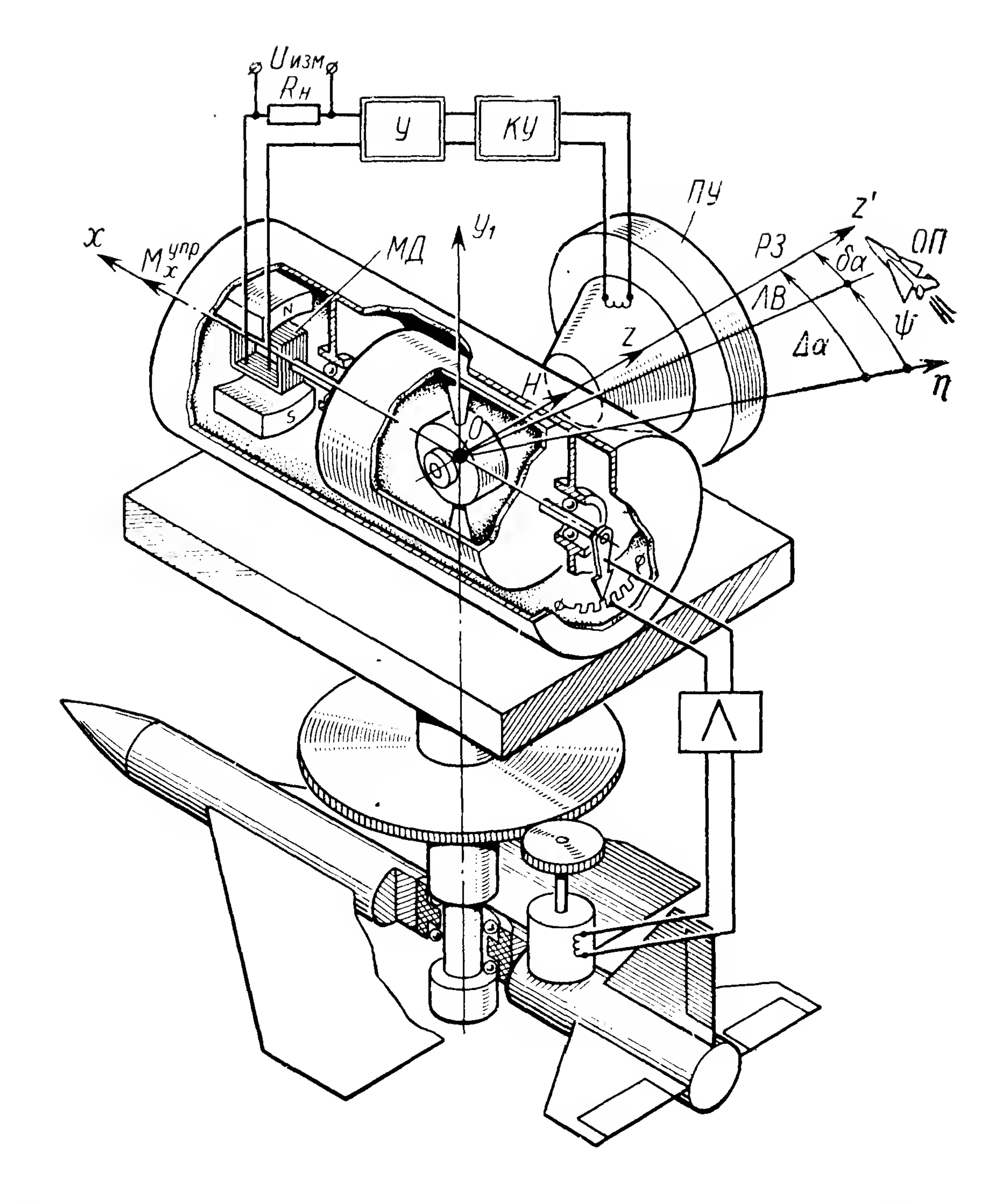


Рис. 2.13. Схема одноосного гиростабилизатора, управляющего пеленгационным устройством

ляющие или та кназываемые корректирующие устройства. При управлении пеленгационным устройством (ПУ) (рис. 2.13), например, для реализации параллельного сближения летательных аппаратов вместе с тем необходимо следить за **объектом пеленгации** (ОП) и точно измерять угловую скорость $\omega_{\text{л.в}}$ поворота линии визирования (ЛВ) на объект пеленгации (ОП) в установившемся режиме слежения, примерно равную угловой скорости $\omega_{y_1}^{\text{абс}} = \omega_{\text{РЗ}}$ поворота равносигнальной зоны (РЗ).

Рассмотрим принцип управления гиростабилизатором с пеленгационным устройством, представляющим собой гиропривод пеленгационной системы.

Пеленгационное устройство (ПУ) направляется на объект пеленгации (ОП) так, чтобы объект пеленгации находился в зоне действия пеленгационного устройства. При этом вырабатывается сигнал u, пропорциональный углу $\delta\alpha$ отклонения равносигнальной зоны (РЗ) от направления линии визирования (ЛВ).

Сигнал $u = k_1\delta\alpha$, снимаемый с пеленгационного устройства, преобразуется корректирующим устройством (КУ), усиливается усилителем (У) и ток I с усилительного устройства (У) поступает на моментный датчик (МД), установленный на оси Ox прецессии ги-

ростабилизатора. При этом получаем

$$I = k_2 W_к(s)\, u = k_1 k_2 W_к(s)\, \delta\alpha, \qquad (2.95)$$

где $I(s)$ и $\delta\alpha(s)$ — соответствующие изображения тока I и угла $\delta\alpha$ по Лапласу; $W_к(s)$ — передаточная функция канала управления; k_1 и k_2 — коэффициенты усиления.

Если в простейшем случае принять $k_1 k_2 = k_{ПУ}$, а $W_к(s) = 1$, то получим

$$I = k_{ПУ}\delta\alpha^*. \qquad (2.96)$$

Управляющий момент $M_x^{упр}$, развиваемый моментным датчиком,

$$M_x^{упр} = k_{МД} I. \qquad (2.97)$$

Ограничиваясь рассмотрением прецессионного движения гироскопа, имеем

$$\omega_{y_1}^{упр} \simeq \frac{M_x^{упр}}{H}, \qquad (2.98)$$

где $\omega_{y_1}^{упр}$ — абсолютная угловая скорость поворота оси Oz ротора гиростабилизатора вокруг оси Oy_1, порождаемая управляющим моментом $M_{y_1}^{упр}$.

Полная абсолютная угловая скорость $\omega_{y_1}^{абс}$ поворота равносигнальной зоны (РЗ) (или оси Oz') будет

$$\omega_{y_1}^{абс} = \omega_{y_1}^{упр} + \omega_{y_1}^{соб} \simeq \omega_{ЛВ}. \qquad (2.99)$$

Здесь $\omega_{y_1}^{соб}$ — собственная угловая скорость прецессии гироскопа (оси Oz или Oz'), порождаемая кинематической погрешностью и моментами внешних сил, действующими на гиростабилизатор.

В процессе слежения пеленгационным устройством (ПУ) за объектом пеленгации (ОП) с резистора $R_и$ снимается измерительное напряжение, равное

$$u_{изм} = R_и I. \qquad (2.100)$$

Используя равенства (2.97) и (2.98), получаем зависимость

$$u_{изм} = \frac{H}{k_{МД}} R_и \omega_{y_1}^{упр}. \qquad (2.101)$$

При этом также согласно (2.96) имеем

$$\omega_{y_1}^{упр} = \frac{k_{ПУ} k_{МД}}{H} \delta\alpha. \qquad (2.102)$$

---

* Погрешность, вносимая в канал управления нестабильностью коэффициента $k_{ПУ}$, не относится к гироприводу, а включается в состав погрешностей пеленгационного устройства.

Относительная погрешность Δ_ω измерения угловой скорости $\omega_{\text{РЗ}}=\omega_{y_1}^{\text{абс}}=\omega_{\text{ЛВ}}$, очевидно, будет

$$\Delta_\omega=\frac{\Delta u}{u_{\text{изм}}}=\frac{\Delta H}{H}+\frac{\Delta R_{\text{и}}}{R_{\text{и}}}-\frac{\Delta k_{\text{МД}}}{k_{\text{МД}}}+\frac{\omega_{y_1}^{\text{абс}}-\omega_{y_1}^{\text{соб}}}{\omega_{y_1}^{\text{абс}}}. \tag{2.103}$$

Из (2.103) видно, что относительная погрешность Δ_ω в измерении угловой скорости $\omega_{y_1}^{\text{абс}}$ поворота равносигнальной зоны (РЗ) (ось Oz') определяется нестабильностью параметров элементов канала управления гиростабилизатором (ΔH, $\Delta R_{\text{и}}$, $\Delta k_{\text{МД}}$), а также зависит от собственной скорости прецессии $\omega_{y_1}^{\text{соб}}$ гиростабилизатора, определяющей точность гиростабилизатора.

При стабилизации и управлении пеленгационным устройством также очень важно, чтобы и периодические угловые колебания $\Delta\delta\alpha$ оси Oz' (Oz), определяемые моментами внешних сил $M_x^{\text{в.с}}$ и $M_{y_1}^{\text{в.с}}$, действующими вокруг осей Ox и Oy_1, были достаточно малыми. Эти колебания вносят значительные возмущения в канал управления гиростабилизатором и, следовательно влияют на качество самонаведения. Приближенные уравнения движения гиростабилизатора без учета угловых колебаний, с идеальным каналом управления $M_x^{\text{упр}}=-E_y(\Delta\alpha_{\text{абс}}-\psi)$ и простейшим формированием канала разгрузочного устройства ($E_1\Delta\beta$) согласно (2.30) имеют вид

$$\begin{aligned} &J_0\Delta\ddot{\alpha}_{\text{абс}}+D_\alpha\Delta\dot{\alpha}_{\text{абс}}+H\Delta\dot{\beta}_{\text{абс}}+E_1\Delta\beta_{\text{абс}}=0;\\ &A_0\Delta\ddot{\beta}_{\text{абс}}-H\Delta\dot{\alpha}_{\text{абс}}=E_y(\Delta\alpha_{\text{абс}}-\psi). \end{aligned} \tag{2.104}$$

Исключая из (2.104) координату $\Delta\beta_{\text{абс}}$, получаем

$$A_0J_0\Delta\ddddot{\alpha}_{\text{абс}}+A_0D_\alpha\Delta\dddot{\alpha}_{\text{абс}}+H^2\Delta\ddot{\alpha}_{\text{абс}}+(E_1+E_y)H\Delta\dot{\alpha}_{\text{абс}}+E_1E_y\Delta\alpha_{\text{абс}}=$$
$$=E_yH\dot{\psi}+E_1E_y\psi. \tag{2.105}$$

Из (2.105) видно, что колебания линии визирования (ЛВ) (ψ) порождают возмущения по координате $\Delta\alpha_{\text{абс}}$. Согласно условиям устойчивости системы (2.105) коэффициенты характеристического уравнения, соответствующего (2.105), должны быть положительными, и в первом приближении должно выполняться неравенство

$$E_1+E_y<\frac{D_\alpha H}{J_0}, \tag{2.106}$$

которое оказывается более жестким, чем условие (2.47), и обычно требует введения соответствующих корректирующих ячеек как в канал разгрузочного устройства, так и в канал управления гиростабилизатором.

Здесь рассмотрены лишь общие принципы формирования канала управления пеленгационным устройством. Более полное исследование задачи управления пеленгационным устройством требует рассмотрения всего контура системы наведения, включающего в себя пеленгационное устройство и его характеристики, а также ЛА и

систему управления ЛА. Такое исследование выходит за рамки настоящей монографии.

Принцип построения корректирующих устройств каналов управления платформой гиростабилизатора излагается во II части книги.

2.9. ГИРОСКОПИЧЕСКИЙ ПРИВОД ДЛЯ СТАБИЛИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ КЛА

Гироскопический привод (см. рис. 2.5, *а*) для стабилизации и управления КЛА представляет собой гироскоп с двумя степенями свободы, управляемый двигателем *13*. На управляющий двигатель *13*, например, от оптического устройства *14* и усилителя *16* поступает сигнал ΔI, пропорциональный его отклонению $\Delta\alpha_{абс}$ от направления на выбранную звезду *15*. В режиме стабилизации момент $M_x^{упр}$, развиваемый управляющим двигателем и действующий на гироскоп, равен

$$M_x^{упр} = -E\Delta\alpha_{абс}. \tag{2.107}$$

Момент $M_x^{упр}$ также действует на КЛА относительно оси OX и в процессе стабилизации КЛА должен быть уравновешен моментами, развиваемыми гироприводами других каналов управления. При управлении, например, в режиме поиска звезды, сигнал ΔI, пропорциональный углу $\Delta\alpha_{абс}$, отключается и на вход управляющего двигателя *13* поступает сигнал $\Delta I^{упр}$. Допустим, что в режиме поиска необходимо, чтобы за время t_1 угловая скорость $\Delta\dot{\alpha}_{абс}$ КЛА достигла значения $\Delta\dot{\alpha}_{абс}^0 = \text{const}$. При этом на двигатель *13* поступает сигнал $\Delta I^{упр} = I_0 = \text{const}$ и двигатель *13* развивает момент $M_x^0 = H\Delta\dot{\alpha}_{абс}^0$.

Уравнения движения системы (КЛА — гиропривод) согласно (2.31) при $\omega_x^{пер} = \omega_z^{пер} = D_\beta = M_z^{в.с} = 0$ будут

$$J_y\Delta\ddot{\alpha}_{абс} + H\cos\beta_0\Delta\dot{\beta}_{абс} = 0; \tag{2.108}$$

$$A_0\Delta\ddot{\beta}_{абс} - H\cos\beta_0\Delta\dot{\alpha}_{абс} = -M_x^0.$$

Исключая из (2.108) координату $\Delta\beta_{абс}$ и обозначая $H\cos\beta_0 = H_0$, получаем

$$\Delta\dddot{\alpha}_{абс} + n^2\Delta\dot{\alpha}_{абс} = \frac{M_x^0 H_0}{A_0 J_y}, \tag{2.109}$$

$$n = \frac{H_0}{\sqrt{A_0 J_y}}.$$

Решениями дифференциальных уравнений (2.108) движения системы при нулевых начальных условиях (при $t=0$ $\Delta\alpha_{абс} = \Delta\beta_{абс} = \Delta\dot{\alpha}_{абс} = \Delta\dot{\beta}_{абс} = 0$) будут

$$\Delta\alpha_{абс} = \frac{M_x^0}{H_0}t - \frac{M_x^0 J_Y}{H_0^2}\sqrt{\frac{A_0}{J_Y}}\sin nt; \tag{2.110}$$

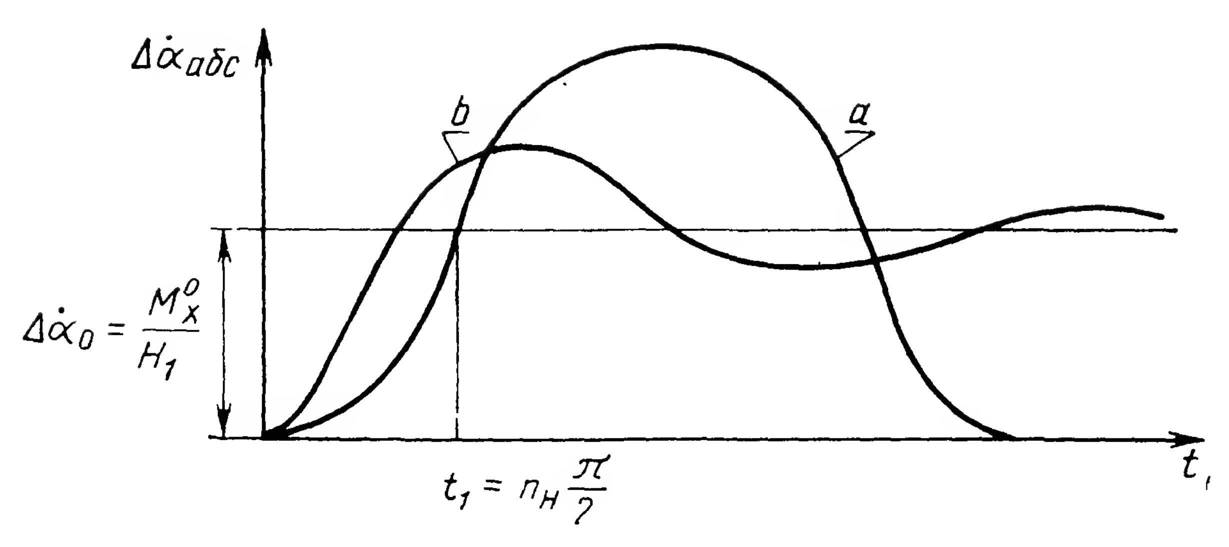


Рис. 2.14. Графики переходных процессов, возникающих в режиме управления КЛА гироскопическим приводом

$$\Delta\beta_{абс} = -\frac{M_x^0 J_Y}{H_0^2} + \frac{M_x^0 J_Y}{H_0^2}\cos nt.$$

Дифференцируя первое равенство (2.110) по времени, получаем

$$\Delta\dot\alpha_{абс} = \frac{M_x^0}{H_0} - \frac{M_x^0}{H_0}\cos nt. \qquad (2.111)$$

Из (2.111) видно, что при $t = t_1 = \frac{\pi}{2}\frac{1}{n}$ угловая скорость $\Delta\dot\alpha_{абс}$ поворота КЛА вокруг оси OY достигает величины M_x^0/H_0. График изменения угловой скорости $\Delta\dot\alpha_{абс}$ во времени представлен на рис. 2.14 (кривая *a*). Из графика видно, что начиная с момента времени $t_1 = \frac{\pi}{2}\frac{1}{n}$ угловая скорость $\Delta\dot\alpha_{абс}$ вращения КЛА достигает величины $\Delta\dot\alpha^0_{абс} = M_x^0/H_0$ и в дальнейшем в среднем сохраняет постоянную угловую скорость $\Delta\dot\alpha^0_{абс}$. Если собственные колебания системы (КЛА+гиропривод) под действием какого-либо демпфирующего момента затухают (на рис. 2.14 кривая *b*), то угловая скорость $\Delta\dot\alpha_{абс}$ по окончании переходного процесса принимает постоянное значение, равное $\Delta\dot\alpha^0_{абс}$. Представим, что управление КЛА осуществляется без гироскопического привода и угловая скорость $\Delta\dot\alpha^0_{абс}$ сообщается КЛА с помощью сопел *10* (см. рис. 2.5, *а*), развивающих момент $M_Y{}^с$ внешних сил, действующих на КЛА непосредственно относительно оси OY. Положим, что момент $M_Y{}^с = M_Y{}^с = \mathrm{const}$. При этом уравнение движения КЛА принимает вид

$$J_Y \Delta\ddot\alpha_{абс} = M_Y^0 = \mathrm{const}. \qquad (2.112)$$

Интегрируя равенство (2.112) при нулевых начальных условиях, получаем

$$\Delta\dot\alpha_{абс} = \frac{M_Y^0}{J_Y} t. \qquad (2.113)$$

Определим величину управляющего момента $M_Y{}^0$, необходимого для сообщения КЛА угловой скорости $\Delta\dot\alpha^0_{абс} = M_x/H_0$ за время

$t_1=\frac{\pi}{2}\frac{1}{n}$ без гироскопического привода. Подставляя значения $\Delta\dot{\alpha}^0_{абс}$ и t_1, а также n в (2.113), имеем

$$M_Y^0=\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{J_Y}{A_0}}M_x^0. \qquad (2.114)$$

Из (2.114) можно определить коэффициент k усиления момента (в случае управления КЛА с помощью гиропривода), в данном случае равного

$$k=\frac{M_Y^0}{M_x^0}=\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{J_Y}{A_0}}. \qquad (2.115)$$

Здесь коэффициент k представляет собой отношение момента $M_Y{}^0$, развиваемого соплами, к моменту $M_x{}^0$, развиваемому двигателем гиропривода и приведенному к оси Ox при условии, что за время t_1 под действием каждого из этих моментов КЛА приобретает одинаковую постоянную угловую скорость, равную $\Delta\dot{\alpha}^0_{абс}$.

Для поддержания угловой скорости $\Delta\dot{\alpha}^0_{абс}$ вращения КЛА, например, в течение времени t_2 при управлении гироприводом в течение всего времени t_2 необходим момент $M_x{}^0$, действующий вокруг оси Ox прецессии гироскопа. При этом в установившемся режиме движения КЛА момент $M_x{}^0$ работы не совершает.

При управлении КЛА с помощью сопел *10* в течение времени t_2 угловая скорость $\Delta\dot{\alpha}^0_{абс}$ сохраняет свою величину по инерции, без приложения момента $M_Y{}^0=M_Y{}^c$, развиваемого соплами *10*. В случае управления КЛА гироприводом в переходном режиме вокруг оси OY стабилизации действует управляющий гироскопический момент

$$M_Y^г=-H_0\Delta\dot{\beta}_{абс}. \qquad (2.116)$$

Значение $\Delta\dot{\beta}_{абс}$ определяем, дифференцируя второе равенство (2.110). Подставляя значение $\Delta\dot{\beta}_{абс}$ в (2.116), получаем

$$M_Y^г=M_x^0\sqrt{\frac{J_Y}{A_0}}\sin nt. \qquad (2.117)$$

Амплитудное значение управляющего момента равно $M_Y^{г\,A}=M_x^0\times\sqrt{\frac{J_Y}{A_0}}$ и, следовательно, коэффициент k_1 усиления момента в переходном режиме

$$k_1=\frac{M_Y^{г\,A}}{M_x^0}=\sqrt{\frac{J_Y}{A_0}}. \qquad (2.118)$$

Следует иметь в виду, что эффект «усиления» момента, развиваемого двигателем гиропривода, возникает только в переходном режиме движения КЛА. В установившемся режиме вращения КЛА

с угловой скоростью $\Delta\dot{\alpha}^0_{абс}$ управляющий гироскопический момент $M_Y{}^г = -H_0\Delta\dot{\beta}_{абс}$, действующий вокруг оси OY, равен нулю ($\Delta\dot{\beta}_{абс}=0$, $M_Y{}^г=0$); при этом гироскопический момент действует лишь вокруг оси Ox, он равен $-H_0\Delta\dot{\alpha}^0_{абс}$ и уравновешивает момент $M_x{}^0$ внешних сил, развиваемый двигателем *13*. Коэффициент k_1 «усиления» момента в установившемся режиме вращения КЛА равен нулю.

Значения коэффициентов k и k_1 «усиления» момента, определяемого по формулам (2.115) и (2.118), несколько различны, так как в последнем случае в переходном режиме движения КЛА сравниваются значения амплитуды $M_Y^{гA}$ изменяющегося во времени момента $M_Y{}^г$ и значение постоянного управляющего момента $M_x{}^0$, а в первом случае моменты сравниваются по результату их действия на КЛА в достижении заданной установившейся скорости $\Delta\dot{\alpha}^0_{абс}$. При этом следует обращать внимание на значение максимального угла $\Delta\beta_н^{max}$ поворота гироскопа вокруг оси Ox прецессии, достигающего большой величины и определяемого по формуле

$$\Delta\beta_н^{max} = 2\frac{M_x^0 J_Y}{H_0^2}. \tag{2.119}$$

Например, если $M_x{}^0=10^5$ гс·см·с $=10$ Н·м·с (перемещения космонавтов), $J_Y=10^{10}$ гс·см·с$^2=10^6$ Н·м·с^2, $H_0=10^8$ гс·см·с $=10^4$ Н·м·с, то

$$\Delta\beta_н^{max} = 2\frac{10^5\cdot 10^{10}}{10^{16}} = 6^0.$$

Здесь также в переходном режиме согласно (2.110) отношение амплитуд $\Delta\beta_н{}^A$ и $\Delta\alpha_н{}^A$ нутационных колебаний гироскопа вокруг осей Ox и OY равно коэффициенту k_1 «усиления» момента, а именно,

$$\frac{\Delta\beta_н^A}{\Delta\alpha_н^A} = \sqrt{\frac{J_Y}{A_0}} = k_1. \tag{2.120}$$

Преимущества управления КЛА «активным» гироприводом по сравнению с управлением КЛА с помощью сопел или маховиков заключается в том, что гиропривод в переходном режиме обладает свойством «усиления» стабилизирующего и управляющего момента $M_Y{}^г$ по сравнению с моментом $M_x^{упр}$, развиваемым управляющим двигателем, в некоторой мере подобно тому, как это имеет место в механических приводах с редуктором.

Если управляющий момент $M_x^{упр}$ изменяется по гармоническому закону с частотой ν, то можно показать, что в широком диапазоне частот ν гиропривод также обладает свойством усиления момента $M_x^{упр}$. Действительно, обращаясь к дифференциальным уравнениям (2.108) и полагая $M_x^{упр}=M_x^0\sin\nu t$, определим отношение k_1 амплитуд $M_Y^{гA}$ и M_x^0 изменения моментов $M_Y{}^г$ и $M_x^{упр}$.

Согласно (2.108) имеем

$$J_Y s^2 \Delta\alpha_{абс} = M_Y^{г};$$

$$A_0 s^2 \Delta\beta_{абс} - H_0 s \Delta\alpha_{абс} = -M_x^{упр}, \qquad (2.121)$$

где $M_Y{}^{г} = -H_0 s \Delta\beta_{абс}$.

Исключая из уравнений (2.121) координаты $\Delta\alpha_{абс}$ и $\Delta\beta_{абс}$, получаем

$$\frac{M_Y^{г}}{M_x^{упр}} = W_M(s) = \frac{J_Y}{H_0}\frac{s}{T^2 s^2 + 1}, \qquad (2.122)$$

где $T^2 = \frac{A_0 J_Y}{H_0^2}$.

Заменяя $s \to j\nu$, определяем комплексную передаточную функцию

$$W_м(j\nu) = \frac{J_Y j\nu}{H_0(1 - T^2\nu)}, \qquad (2.123)$$

а также амплитудную частотную характеристику $A_M(\nu)$. При этом

$$A_M(\nu) = \frac{M_Y^{г\,A}}{M_x^0} = k_1 = \frac{J_Y\nu}{H_0(1 - T^2\nu^2)} = \frac{1}{\frac{H_0}{J_Y\gamma} - \frac{A_0\nu}{H_0}}. \qquad (2.124)$$

Для того чтобы гиропривод обладал свойством «усиления» момента ($k_1 > 0$), достаточно, чтобы

$$\frac{H_0}{A_0} \gg \nu \gg \frac{H_0}{J_Y}, \qquad (2.125)$$

т. е. $\nu \gg \frac{H_0}{J_Y}$, а также $\nu \ll \frac{H_0}{A_0}$, что для КЛА практически выполняется в большом диапазоне изменения частоты ν. Например, при $H_0 = 10^8$ гс·см·с $= 10^4$ Н·м·с, $J_Y = 10^{10}$ гс·см·с$^2 = 10^6$ Н·м·с^2 и $A_0 = 10^{15}$ гс·см·с$^2 = 10$ Н·м·с^2 согласно (2.125) имеем

$$10^3 \gg \nu \gg 10^{-2}.$$

При этом нутационная частота гироскопа

$$n = \frac{H_0}{\sqrt{A_0 J_Y}} = \frac{10^8}{\sqrt{10^5 \cdot 10^{10}}} \simeq 3{,}2 \ 1/с \simeq 0{,}5 \ Гц.$$

При резонансе колебаний $\lambda = \frac{1}{1 - T^2\nu^2} \to \infty$ и $k_1 \to \infty$. Если демпфирование системы столь эффективно, что и при резонансе $\lambda \simeq 1$, то при частоте $\nu = n$ по-прежнему получаем

$$k_1 = \lambda\frac{J_Y\nu}{H_0} = \sqrt{\frac{J_Y}{A_0}}, \qquad (2.126)$$

т. е. значение коэффициента k_1 полностью соответствует (2.120). Подобно тому, как это показано при рассмотрении «пассивной» (см. разд. 2.4) стабилизации КЛА с помощью гироскопов с двумя степенями свободы, для уменьшения влияния связей между движениями КЛА относительно осей OX, OY и OZ, управляемого одногироскопными приводами, и здесь применяют гирорамы. Однако в практике разработки гироприводов широкое распространение получили системы автоматического управления КЛА, использующие специальный гиропривод с кинематически связанными гироскопами, имеющими три степени свободы. Схема такого гиропривода, представляющего собой два спаренных астатических гироскопа с тремя степенями свободы, приведена на рис. 71 и рассматривается в гл. 7.

Характерная особенность применения «активного» гиропривода при управлении КЛА (по сравнению с «пассивным» методом гиростабилизации) — невозможность одновременного его использования и в качестве чувствительного элемента, определяющего отклонение КЛА от заданного направления в пространстве. При стабилизации и управлении КЛА гироприводом в качестве чувствительных элементов, определяющих отклонение КЛА от заданного направления в пространстве, применяют, например, оптический датчик *14* (см. рис. 2.5, *а*), гировертикаль (см. гл. 10) или гироорбитант (см. гл. 9), а в качестве измерителя угловой скорости $\Delta\alpha_{абс}$ отклонения КЛА от заданного направления в пространстве — датчик угловых скоростей (ДУС), см. гл. 8. Для улучшения основной характеристики $\Delta\dot{\beta}=f(\Delta\alpha_{абс})$ гиропривода к редуктору двигателя *13* присоединим тахогенератор *17* (см. рис. 2.5, *в*), посылающий на вход усилителя *16*, управляющего двигателем *13* гиропривода, сигнал $-n_т\Delta\dot{\beta}$, где ($n_т$ — крутизна характеристики тахогенератора).

В идеальном случае формирование управляющего момента принимаем в виде

$$M_x^{упр}=-E'(\Delta\alpha_{абс}+b'\Delta\dot{\alpha}_{абс}-n_т\Delta\dot{\beta}). \qquad (2.127)$$

Общий, приведенный к оси Ox прецессии гироскопа, момент сопротивления вращению ротора двигателя *13*, пропорциональный угловой скорости $\Delta\dot{\beta}$, обозначаем через $D_\beta\Delta\dot{\beta}$. При этом уравнения движения системы КЛА — гиропривод согласно (2.108) будут

$$\left.\begin{aligned}&J_Y\Delta\ddot{\alpha}_{абс}=M_Y^{г.упр}+M_Y^{в.с};\\&A_0\Delta\ddot{\beta}+D_\beta\Delta\dot{\beta}-H_0\Delta\dot{\alpha}_{абс}=-M_x^{упр}-M_x^{в.с};\\&M_Y^{г.упр}=-H_0\Delta\dot{\beta}_{абс}.\end{aligned}\right\} \qquad (2.128)$$

В (2.128) принимаем, что для гиропривода $\Delta\dot{\beta}\simeq\Delta\dot{\beta}_{абс}$; $M_x^{в.с}=0$; и согласно (2.127) получаем

$$A_0\Delta\ddot{\beta}_{абс}+(D_\beta+E'n_T)\Delta\dot{\beta}_{абс}=E'\left[\Delta\alpha_{абс}+\left(b'+\frac{H_0}{E'}\right)\Delta\dot{\alpha}_{абс}\right]$$

или, обозначая $\frac{A_0}{D_\beta + E'n_т} = T_1$, $b' + \frac{H_0}{E'} = b$, $\frac{E'}{D_\beta + E'n_т} = h$

имеем

$$T_1\Delta\ddot{\beta}_{абс} + \Delta\dot{\beta}_{абс} = h(\Delta\alpha_{абс} + b\Delta\dot{\alpha}_{абс}), \qquad (2.129)$$

где T_1 — постоянная времени; h — крутизна характеристики гиропривода.

Имея в виду, что для прецизионного гиропривода приняты все возможные меры по уменьшению момента сил сухого трения в опорах оси прецессии, полагаем $M_x^{в.с} = M_{\dot\beta} = 0$.

Для определения условий устойчивости системы уравнения (2.128) и (2.129) представляем в символической форме записи:

$$\begin{aligned} &J_Y s^2\Delta\alpha_{абс} + H_0 s\Delta\beta_{абс} = M_Y^{в.с}; \\ &(T_1 s + 1)\, s\Delta\beta_{абс} = h(1 + bs)\,\Delta\alpha_{абс}. \end{aligned} \qquad (2.130)$$

Исключая из (2.130), например, координату $\Delta\beta_{абс}$ и полагая $M_y^{в.с} = 0$, определяем характеристическое уравнение системы:

$$a_0\mu^3 + a_1\mu^2 + a_2\mu + a_3 = 0, \qquad (2.131)$$

где $a_0 = J_Y T_1$; $a_1 = J_Y$; $a_2 = bH_0 h$; $a_3 = H_0 h$.

Условиями устойчивости соответствующей авторегулируемой системы (КЛА гиропривод) будут

$$J_Y T_1 > 0,\ J_Y > 0,\ bH_0 h > 0,\ H_0 h > 0, \text{ а также } b > T_1 \qquad (2.132)$$

или

$$b' + \frac{H_0}{E'} > \frac{A_0}{D_\beta + E'n_т}. \qquad (2.133)$$

Полагая в последнем неравенстве $n_т = b' = 0$ для простейшего вида формирования канала управления $E_1 = 0$, $E_y = E'$ (2.106), имеем

$$E' < \frac{H_0 D_\beta}{A_0}. \qquad (2.134)$$

Если $b' \neq 0$, а $n_т = 0$, то

$$E' < \frac{H_0 D_\beta}{A_0 - D_\beta b'}$$

и, следовательно, увеличение E' ограничено при $b' < \frac{A_0}{D_\beta}$ и не ограничено при $b' \geqslant \frac{A_0}{D_\beta}$. При $b' = 0$ и неограниченном увеличении E' выбор крутизны характеристики тахогенератора оказывается ограниченным снизу:

$$n_T > A_0/H_0. \qquad (2.135)$$

Вместе с тем увеличение крутизны $n_т$ характеристики тахогенератора приводит к увеличению статической $\Delta\alpha_{абс}^{ст}$ погрешности системы. Действительно, для определения $\Delta\alpha_{абс}^{ст}$ в уравнениях (2.128) и (2.129) полагаем $\Delta\dot{\alpha}_{абс}=\Delta\ddot{\alpha}_{абс}=\Delta\beta_{абс}=0$, $M_Y^{в,с}=M_Y^0=\text{const}$. Тогда имеем

$$\Delta\dot{\beta}_{ст}=\Delta\dot{\beta}_{абс0}=\frac{M_Y^0}{H_0}, \tag{2.136}$$

$$\Delta\alpha_{абс}^{ст}=\frac{1}{R}\Delta\dot{\beta}_{ст}=\frac{M_Y}{H_0 h}=\frac{M_Y^0(D_\beta+E'n_т)}{H_0 E'}.$$

С увеличением E' при $E'n_т \gg D_\beta$ приближенно имеем

$$\Delta\alpha_{абс}^{ст}\simeq\frac{M_Y^0}{H_0}n_т \tag{2.137}$$

и на границе устойчивости (2.135) при $b'=0$ статическая погрешность

$$\Delta\alpha_{абс}^{ст}=\frac{M_Y^0 A_0}{H_0^2} \tag{2.138}$$

равна нутационному «броску».

При «пассивном» методе стабилизации статическая погрешность также не превышает величины нутационного «броска». Полагая и в дальнейшем, что при увеличении E' и относительно малой величине $n_т E'n_т \gg D_\beta$, приближенно получаем

$$T_1=\frac{A_0}{E'n_т},\quad h\simeq\frac{1}{n_т}. \tag{2.139}$$

Считаем, что с увеличением $E'n_т$ выполняется неравенство $h \gg \gg T_1 \ll 1$ и, следовательно, уравнение движения гиропривода в первом приближении будет

$$\Delta\dot{\beta}_{абс}\simeq\frac{1}{n_т}(\Delta\alpha_{абс}+b\Delta\dot{\alpha}_{абс})\simeq h(\Delta\alpha_{абс}+b\Delta\dot{\alpha}_{абс}). \tag{2.140}$$

При этом крутизна h характеристики гиропривода зависит лишь от крутизны $n_т$ характеристики тахогенератора, величина которой с высокой степенью точности сохраняет неизменное значение. Определим в первом приближении параметры гиропривода, обеспечивающие хорошее качество переходного процесса в системе КЛА — гиропривод.

Согласно (2.128) и (2.140)

$$\Delta\ddot{\alpha}_{абс}+\frac{H_0}{J_Y n_т}b\Delta\dot{\alpha}_{абс}+\frac{H_0}{J_Y n_т}\Delta\alpha_{абс}=\frac{M_y^{в.с}}{J_Y}. \tag{2.141}$$

Полагая $M_y^{в.с}=0$, получаем соответствующее характеристическое уравнение:

$$\mu_1^2+\frac{H_0}{J_Y h_т}b\mu_1+\frac{H_0}{J_Y n_т}=0, \tag{2.142}$$

корни которого равны

$$\mu_{12} = -\frac{H_0}{2J_Y n_т} b \pm \sqrt{\frac{H_0^2}{4J_Y^2 n_т^2} b^2 - \frac{H_0}{J_Y n_т}}. \qquad (2.143)$$

Переходный процесс будет колебательным при условии, что

$$\frac{H_0}{4J_Y}\left(b' + \frac{H_0}{E'}\right) < n_т. \qquad (2.144)$$

При $b'=0$ неравенство (2.144) с учетом (2.135) принимает вид

$$\frac{A_0}{H_0} < n_т > \frac{H_0^2}{4J_y E'}. \qquad (2.145)$$

При этом «активный» метод стабилизации КЛА обеспечивает избирательность системы по отношению к заданному направлению в пространстве (например, направление на заданную звезду), но согласно (2.137) статическая погрешность системы остается в пределах нутационного «броска» (2.138). Если $b' \neq 0$, то согласно (2.136) для уменьшения статической погрешности $\Delta\alpha_{абс}^{ст}$ системы коэффициент $n_т$ следует уменьшать, а для сохранения устойчивости движения системы (2.133) увеличивать коэффициент b'. Однако при этом для обеспечения колебательного переходного процесса параметры системы «КЛА — гиропривод» должны удовлетворять неравенству (2.144). При «активном» методе гироскопической стабилизации КЛА формирование канала управления гиропривода целесообразно выполнять в соответствии с равенством (2.127). Для уточнения выбора параметров гиропривода определим реакцию авторегулируемой системы «КЛА — гиропривод» на момент $M_y^{в.с}$ внешних сил, изменяющийся по гармоническому закону. При этом следует воспользоваться передаточной функцией

$$W_п(s) = \frac{\Delta\alpha_{абс}(s)}{M_Y^{в.с}(s)} = \frac{T_1 s + 1}{J_Y T_1 s^3 + J_Y s^2 + H_0 h b s + H_0 h}, \qquad (2.146)$$

которая получается путем исключения координаты $\Delta\beta_{абс}$ из (2.130). Дальнейшее более полное исследование авторегулируемой системы «КЛА — гиропривод» может быть выполнено с помощью известных, например, частотных методов анализа и в настоящей монографии не проводится.

Глава 3

ДВУХОСНЫЕ ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СТАБИЛИЗАТОРЫ, УСТАНАВЛИВАЕМЫЕ НА БОРТУ ЛА

Двухосные гиростабилизаторы применяют для стабилизации и управления радиолокационными антеннами, прицелами, аэрофотоаппаратами, а также в качестве чувствительных элементов автопилотов и инерциальных систем.

Если подшипники оси наружной рамки карданова подвеса одноосного гиростабилизатора установлены на ЛА, то при поворотах ЛА вокруг центра его масс ось Oy_1 наружной рамки гиростабилизатора поворачивается в пространстве вместе с ЛА. При этом у одноосного гиростабилизатора вследствие эффекта некоммутативности конечных вращений (см. гл. 2) с течением времени накапливается значительное отклонение оси Oz от заданного направления в пространстве.

Двухосный гиростабилизатор, предназначенный для стабилизации платформы в заданной плоскости, обладает меньшей погрешностью, возникающей вследствие некоммутативности конечных вращений. В двухосном гиростабилизаторе два одноосных гиростабилизатора соединены в единую систему, принцип действия каждого из них не отличается от принципа действия одноосного гиростабилизатора или гирорамы (см. гл. 2). Платформа двухосного гиростабилизатора имеет две степени свободы относительно ЛА, вращение же платформы вокруг оси, перпендикулярной плоскости, заключающей оси стабилизации, происходит вместе с ЛА.

Повороты ЛА вокруг оси, перпендикулярной плоскости, заключающей оси стабилизации гиростабилизатора, оказывают возмущающее действие на платформу гиростабилизатора, порождающее собственную скорость прецессии платформы и отклонение платформы от заданной плоскости стабилизации.

Преимущество двухосных и трехосных гиростабилизаторов заключается в том, что гироскопы, установленные на платформе гиростабилизатора, при любых эволюциях самолета поворачиваются вокруг осей прецессии лишь на малые углы. При этом облегчается балансировка гироскопов вокруг осей их прецессии, расширяются возможности принятия конструктивных мер для снижения моментов трения в опорах и упругих моментов от токоподводов, действующих вокруг осей прецессии и порождающих собственную скорость прецессии платформы гиростабилизатора.

Выбор схемы, параметров гиростабилизатора и конструктивное его оформление определяются возлагаемыми на него задачами и прежде всего требуемой точностью гиростабилизатора и условиями его эксплуатации.

При этом из эксплуатационных условий особенно большое влияние на точность гиростабилизатора оказывают угловые колебания ЛА и места крепления корпуса гиростабилизатора, а также перегрузки, возникающие в процессе полета.

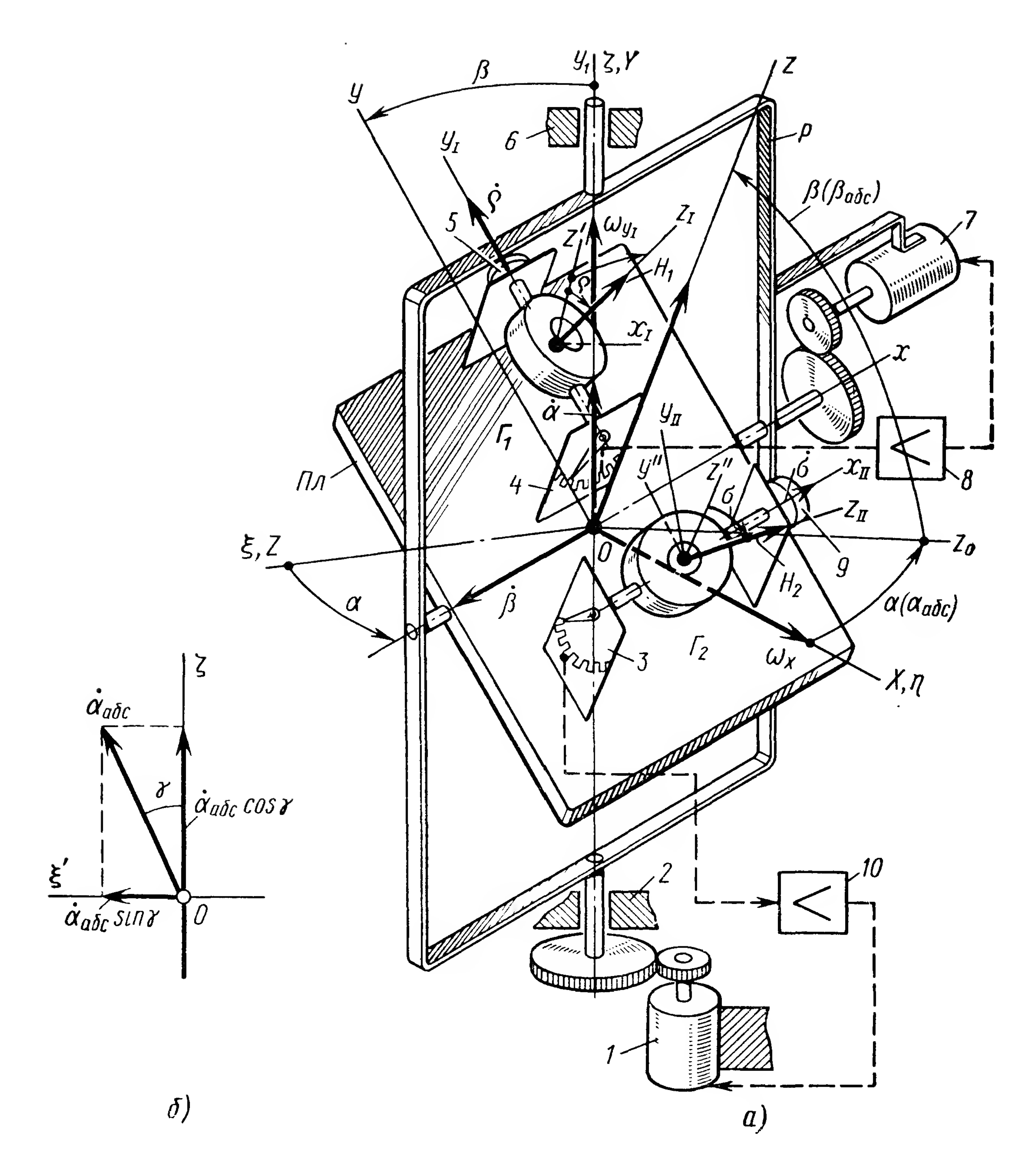


Рис. 3.1. Схема двухосного двухроторного гиростабилизатора, оси роторов гироскопов которого параллельны стабилизируемой оси Oz платформы:

Пл — платформа; Р — наружная рама; $Г_1$, $Г_2$ гироскопы; *1, 7* — двигатели разгрузки; *2, 6* — корпус; *3, 4* — потенциометрические датчики; *5, 9* — датчики моментов; *8, 10* — усилители

Схема двухосного двухроторного гиростабилизатора с осями роторов, параллельными стабилизируемой оси, представлена на рис. 3.1. Карданов подвес гиростабилизатора состоит из платформы ПЛ, являющейся внутренней рамкой карданова подвеса, и наружной рамки Р, подвешенной в корпусе в подшипниках *2* и *6*. На платформе Пл установлены два гироскопа $Г_1$ и $Г_2$, каждый из которых имеет две степени свободы относительно нее (вращение ротора гиромотора и поворот его кожуха). Углы поворота кожухов гиромоторов $Г_1$ и $Г_2$ относительно платформы определяются с помощью датчиков *3* и *4* углов прецессии. Сигналы, снимаемые с датчиков *3* и *4,* через усилительные устройства *8* и *10* поступают на соответствующие двигатели *1* и *7* разгрузки. Для коррекции положения платформы Пл служат моментные датчики *5* и *9,* создающие моменты относительно осей прецессии гироскопов.

3.1. ПРИБЛИЖЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ДВУХОСНОГО ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА

При составлении уравнений движения гиростабилизатора (см. рис. 3.1) принимаем следующие обозначения:

Ox, Oy, Oz — оси Резаля;

Oy_1 — ось наружной рамки карданова подвеса; ось Oz_0 перпендикулярна осям Ox и Oy_1;

A_2 — момент инерции наружной рамки карданова подвеса относительно оси Oy_1.

A_1, B_1, C_1 — моменты инерции платформы Пл вместе с гироскопами $Г_1$ и $Г_2$ относительно осей Ox, Oy и Oz;

A_{I} и A_{II} — моменты инерции роторов и кожухов гироскопов относительно осей O_1y_{I} и O_2x_{II} их прецессии;

B_{I}, B_{II}, C_{I}, C_{II} — моменты инерции кожухов гироскопов относительно осей O_1x_{I}, O_2y_{II} и O_1z_{I}, O_2z_{II};

O_1y_{I}, O_2x_{II} — оси прецессии гироскопов $Г_1$ и $Г_2$;

D_ρ, D_σ — коэффициенты моментов вязкого трения, действующих вокруг осей O_1y_{I} и O_2x_{II};

ρ, σ — углы поворота гироскопов $Г_1$ и $Г_2$ относительно осей O_1y_{I} и O_2x_{II} их прецессии;

$M_x^{р}(\rho)$, $M_{y_1}^{р}(\sigma)$ — моменты, развиваемые разгрузочными двигателями вокруг осей Ox и Oy_1;

$M_x^{тр}$, $M_{y_1}^{тр}$, $M_{x_{II}}^{тр}$, $M_{y_{I}}^{тр}$ — моменты трения в опорах осей рамок карданова подвеса и осей прецессии гироскопов;

$M_{y_1}^{ин.р}$, $M_x^{ин.р}$ — инерционные моменты, развиваемые рамками карданова подвеса при поворотах ЛА;

$M_x^{тп}$, $M_{y_1}^{тп}$, $M_{x_{II}}^{тп}$, $M_{y_{I}}^{тп}$ — моменты от токоподводов;

$M_x^{обк}$, $M_{y_1}^{обк}$ — моменты, возникающие вследствие «обкатки» двигателей при поворотах ЛА;

$M_{x_{II}}^{упр}$, $M_{y_{I}}^{упр}$ — моменты, развиваемые управляющими двигателями.

В первом приближении уравнения движения платформы двухосного двухгироскопного стабилизатора с осями роторов, параллельными стабилизируемой оси Oz платформы (рис. 3.1), получаем в следующем виде:

$$(A_2+B_1\cos^2\beta+C_1\sin^2\beta)\ddot{\alpha}_{абс}-H_2(\dot{\sigma}-\dot{\beta}_{абс})\cos(\beta+\sigma)-$$

$$-M_{y_1}^{р}(\sigma)=M_{y_1}^{ин.р}+M_{y_1}^{тр}+M_{y_1}^{ин}+M_{y_1}^{тп}+M_{y_1}^{обк}+M_{y_1}^{в.с};$$

$$A_1\ddot{\beta}-H_1(\dot{\rho}-\dot{\alpha}_{абс}\cos\beta)\cos\rho-M_x^{р}(\rho)=-M_x^{ин.р}-M_x^{тр}-M_x^{тп}-$$

$$-M_x^{ин}-M_x^{обк}-M_x^{в.с}; \qquad (3.1)$$

$$-A_{II}(\ddot{\sigma}-\ddot{\beta}_{абс})-H_2\dot{\alpha}_{абс}\cos\beta\cos\sigma-D_\sigma\dot{\sigma}-(C_{II}-B_{II})\omega_z^2\sin\sigma\cos\sigma-$$

$$-H_2\omega_z\sin\sigma=-M_{x_{II}}^{ин}-M_{x_{II}}^{тр}-M_{x_{II}}^{тп}-M_{x_{II}}^{в.с}-M_{x_{II}}^{упр};$$

$$-A_{\text{I}}(\ddot{\rho}+\cos\beta)-H_1\dot{\beta}_{\text{абс}}\cos\rho-D_\rho\dot{\rho}-(C_{\text{I}}-A_{\text{I}})\times$$

$$\times\omega_z^2\sin\rho\cos\rho+H_1\omega_z\sin\rho=-M_{y_1}^{\text{ин}}-M_{y_{\text{I}}}^{\text{тр}}-M_{y_{\text{I}}}^{\text{тп}}-M_{y_1}^{\text{в.с}}-M_{y_1}^{\text{упр}}.$$

Уравнения (3.1) движения платформы гиростабилизатора представляют собой сложную систему нелинейных дифференциальных уравнений, правые части которых содержат возмущающие моменты, зависящие от координат α, β, σ, ρ, ω_z и их производных. В первом приближении, производя линеаризацию дифференциальных уравнений (3.1), полагаем, что $\beta=\beta_0+\Delta\beta$, $\alpha=\alpha_0+\Delta\alpha$, углы ρ и σ — малые и $\sin\rho\simeq\rho$, $\sin\sigma\simeq\sigma$, $\cos\rho\cong\cos\sigma\simeq 1$, а также обозначаем $\dot{\rho}+\dot{\alpha}\sin\beta_0=\rho_{\text{абс}}$, $\dot{\sigma}-\beta_{\text{абс}}=\sigma_{\text{абс}}$ и $A_2+B_1\cos^2\beta_0+C_1\sin^2\beta_0=J_0$. Уравнения свободного движения платформы гиростабилизатора ставим при условии, что возмущающие моменты равны нулю, угловая скорость $\omega_z=0$; пренебрегая также моментами, развиваемыми управляющими двигателями и разгрузочным устройством $M_{x_{\text{II}}}^{\text{упр}}=M_{y_{\text{I}}}^{\text{упр}}=M_x^{\text{р}}(\rho)=M_{y_1}^{\text{р}}(\sigma)=0$, получаем

$$\begin{aligned}&\dddot{\Delta\alpha}_{\text{абс}}+\frac{D_\sigma}{A_{\text{II}}}\Delta\ddot{\alpha}_{\text{абс}}+\frac{H_2^2\cos^2\beta_0}{A_{\text{II}}J_0}\Delta\dot{\alpha}_{\text{абс}}=0;\\&\dddot{\Delta\beta}_{\text{абс}}+\frac{D_\rho}{A_{\text{I}}}\Delta\ddot{\beta}_{\text{абс}}+\frac{H_1^2}{A_{\text{I}}A_1}\Delta\dot{\beta}_{\text{абс}}=0.\end{aligned}\tag{3.2}$$

Каждый из каналов двухосного гиростабилизатора представляет собой колебательное звено, обладающее собственными (нутационными) затухающими колебаниями. При этом частоты n_α и n_β затухающих нутационных колебаний практически примерно равны частотам $n_\alpha^{\text{н}}$ и $n_\beta^{\text{н}}$ незатухающих колебаний платформы:

$$n_\alpha^{\text{н}}=\frac{H_2\cos\beta_0}{\sqrt{A_{\text{II}}J_0}};\quad n_\beta^{\text{н}}=\frac{H_1}{\sqrt{A_{\text{I}}A_1}}.\tag{3.3}$$

Логарифмические декрементные затухания равны

$$\begin{aligned}&\xi_\alpha=\frac{\pi}{2}\frac{D_\sigma}{H_2\cos\beta_0}\sqrt{\frac{J_0}{A_{\text{II}}}};\\&\xi_\beta=\frac{\pi}{2}\frac{D_\rho}{H_1}\sqrt{\frac{A_1}{A_{\text{I}}}}.\end{aligned}\tag{3.4}$$

В линеаризованных дифференциальных уравнениях движения гиростабилизатора пренебрегаем моментами $H_2\Delta\dot{\beta}_{\text{абс}}$ и $H_1\Delta\dot{\alpha}\cos\beta_0$, малыми по сравнению с $H_2\dot{\sigma}\cos\beta_0$ и $H_1\dot{\rho}$, и членами $A_{\text{II}}\Delta\ddot{\beta}_{\text{абс}}$ и $A_{\text{I}}\Delta\ddot{\alpha}_{\text{абс}}\cos\beta_0$, малыми по сравнению с $A_{\text{II}}\ddot{\sigma}$ и $A_{\text{I}}\ddot{\rho}$. Тогда согласно (3.1) получаем

$$J_0\Delta\ddot{\alpha}_{\text{абс}}-H_2\cos\beta_0\dot{\sigma}-M_{y_1}^{\text{р}}(\sigma)=M_{y_1}^{\text{ин.р}}+M_{y_1}^{\text{тп}}+M_{y_1}^{\text{тр}}+M_{y_1}^{\text{ин}}+$$

$$M_{y_1}^{\text{обк}}+M_{y_1}^{\text{в.с}};$$

$$A_1\Delta\ddot{\beta}_{абс}+H_1\dot{\rho}-M_x^{р}(\rho)=-M_x^{ин.р}-M_x^{тр}-M_x^{тп}-M_x^{ин}-M_x^{обк}-M_x^{вс}; \tag{3.5}$$

$$\Delta\dot{\alpha}_{абс}=-\frac{A_{II}}{H_2\cos\beta_0}\ddot{\sigma}-\frac{D_\sigma}{H_2\cos\beta_0}\dot{\sigma}-\frac{\omega_z^{пер}}{\cos\beta_0}\sigma-\frac{C_{II}-B_{II}}{H_2\cos\beta_0}(\omega_z^{пер})^2\sigma+$$
$$+\frac{M_{x_{II}}^{ин}+M_{x_{II}}^{тр}+M_{x_{II}}^{тп}+M_{x_{II}}^{в.с}+M_{x_{II}}^{упр}}{H_2\cos\beta_0};$$

$$\Delta\dot{\beta}_{абс}=-\frac{A_I}{H_1}\ddot{\rho}-\frac{D_\beta}{H_1}\dot{\rho}-\frac{\omega_z^{пер}}{\cos\beta_0}\rho-\frac{C_I-B_I}{H_1}(\omega_z^{пер})^2\rho+$$
$$+\frac{M_{y_I}^{ин}+M_{y_I}^{тр}+M_{y_I}^{тп}+M_{y_I}^{в.с}+M_{y_I}^{упр}}{H_1}.$$

3.2. ПОГРЕШНОСТИ ДВУХОСНЫХ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРОВ

Действие возмущающих моментов $M_{x_{II}}$ и M_{y_I} вокруг осей прецессии непосредственно порождает собственную скорость прецессии $\Delta\dot{\alpha}_{абс}$ и $\Delta\dot{\beta}_{абс}$ гироскопов, двухосных гиростабилизаторов, которая определяется так же, как и у одноосных гиростабилизаторов и рассматривается в гл. 2. При этом первопричиной возникновения составляющей собственной скорости прецессии гироскопов, присущей именно двухосным гиростабилизаторам, являются моменты, действующие вокруг осей Ox и Oy_1 его стабилизации, и в первую очередь моменты $M_x^{тр}$ и $M_{y_1}^{тр}$ сил сухого трения и моменты $M_x^{ин.р}$ и $M_{y_1}^{ин.р}$, порождаемые инерцией рамок карданова подвеса. В качестве характерного примера определения собственной скорости прецессии гироскопов двухосного гиростабилизатора рассмотрим влияние инерции рамок карданова подвеса на движение его платформы при условии, что ЛА совершает гармонические угловые колебания вокруг продольной его оси OX.

Для определения погрешностей гиростабилизатора, установленного на качающемся основании ($\gamma=\gamma_0\sin\nu t$), необходимо найти зависимость изменения углов σ и ρ от амплитуды и частоты колебаний ЛА вокруг центра его масс. При этом в общем случае следует воспользоваться формулами (2.85) и (2.86) применительно к каналам разгрузки платформы гиростабилизатора вокруг осей Ox и Oy_1. Здесь же, в частности, полагая $M_x^{р}(\rho)=-K_x\rho$, $M_{y_1}^{р}=K_{y_1}\sigma$ и пользуясь формулой (2.23), определяющей величину инерционного момента $M_{y_1}^{ин.р}$, возникающего вследствие поворотов наружной рамки и платформы гиростабилизатора при угловых колебаниях ЛА по крену, находим собственную скорость $\Delta\dot{\alpha}^*_{абс}$ прецессии платформы гиростабилизатора, порождаемую только одним инерционным моментом $M_{y_1}^{ин.р}$, действующим вокруг оси Oy_1 его стабилизации. При этом (3.5) представим в виде

$$J_0\Delta\ddot{\alpha}_{абс}+D_\alpha\Delta\dot{\alpha}_{абс}-H_2\cos\beta_0\dot{\sigma}-K_y\sigma=-(A_2+C_1)\cos\alpha_0\operatorname{tg}\beta_0\ddot{\gamma};$$

(3.6)

$$\Delta\dot{\alpha}_{абс}=-\frac{A_{II}}{H_2\cos\beta_0}-\frac{D_\sigma}{H_2\cos\beta_0}-\frac{C_{II}-B_{II}}{H_2\cos\beta_0}\left(\omega_z^{пер}\right)^2-\frac{\omega_z^{пер}}{\cos\beta_0}\sigma,$$

где D_α и D_β — удельные моменты демпфирования, действующие вокруг осей O_1y_I и O_2x_{II} гиростабилизатора (возмущающим моментом $D_\alpha\omega_{y_1}^{пер}$ в виду его малости по сравнению с моментом $M_{y_1}^{ин.р}$ пренебрегаем).

Считая частоту ν колебаний ЛА по крену относительно малой $\left(\nu<\frac{H_2\cos\beta_0}{\sqrt{A_{II}J_0}}\right)$, ограничиваясь только прецессионным движением гироскопов и пренебрегая инерционным $J_0\Delta\ddot{\alpha}_{абс}$ и демпфирующим моментами $D_\alpha\Delta\dot{\alpha}$, а также полагая $\gamma=\gamma_0\sin\nu t$, $\omega_z^{пер}=\frac{\dot{\gamma}}{\cos\beta_0}\times\cos\alpha_0=\frac{\gamma_0\nu}{\cos\beta_0}\cos\alpha_0\sin\nu t$ и обозначая $\frac{K_y}{H_2\cos\beta_0}=k_y$, $-\frac{A_2+C_1}{H_2\cos\beta_0}\times\cos\alpha_0\operatorname{tg}\beta_0\gamma_0\nu^2=a_y$, первое дифференциальное уравнение (3.6) движения платформы гиростабилизатора преобразуем к виду

$$\dot{\sigma}_y+k_y\sigma=a_y\cos\nu t, \qquad (3.7)$$

частным решением которого будет

$$\sigma=\frac{a_y\nu}{\nu^2+k_y^2}\sin\nu t+\frac{a_yk_y}{\nu^2+k_y^2}\cos\nu t. \qquad (3.8)$$

При этом находим собственную скорость прецессии $\Delta\dot{\alpha}_{абс}$ платформы гиростабилизатора в подвижной системе координат (xy_1z):

$$\Delta\dot{\alpha}_{абс}=\frac{A_{II}\,a_y\nu^3}{H_2\cos\beta_0\;\nu^2+k_y^2}\sin\nu t+\frac{A_{II}}{H_2\cos\beta_0}\frac{a_yk_y\nu^2}{\nu^2+k_y^2}\cos\nu t-$$

$$-\frac{D_\sigma}{H_2\cos\beta_0}\frac{a_y\nu^2}{\nu^2+k_y^2}\cos\nu t+\frac{D_\sigma}{H_2\cos\beta_0}\frac{a_yk_y\nu}{\nu^2+k_y^2}\sin\nu t-\frac{C_{II}-B_{II}}{H_2\cos^3\beta_0}\times$$

$$\times\frac{\gamma_0^2a_y\nu^3}{\nu^2+k_y^2}\cos^2\alpha_0\sin^3\nu t-\frac{C_{II}-B_{II}}{H_2\cos^2\beta_0}\frac{\gamma_0^2a_yk_y\nu^2}{\nu^2+k_y^2}\cos^2\alpha_0\sin^2\nu t\cos\nu t+$$

$$+\frac{\gamma_0\nu^2}{\nu^2+k_y^2}\frac{a_y\cos\alpha_0}{\cos^2\beta_0}\sin^2\nu t+\frac{\gamma_0\nu a_yk_y}{2\cos^2\beta_0\left(\nu^2+k_y^2\right)}\cos\alpha_0\sin 2\nu t. \qquad (3.9)$$

Последние два члена решения (3.9) определяют собственную скорость прецессии гиростабилизатора с осями O_1z_I и O_2z_{II} роторов гироскопов, параллельными стабилизируемой оси Oz платформы. Предпоследний член решения (3.9) содержит постоянную составляющую $\Delta\dot{\alpha}^*_{абс}$ собственной скорости прецессии $\Delta\dot{\alpha}_{абс}$ гиростабили-

затора, порождаемую инерцией рамок его карданова подвеса (см. рис. 3.1), при угловых колебаниях ЛА, а именно:

$$\Delta\dot{\alpha}^{*}_{абс} = -\frac{(A_2 + C_1) H_2 \cos^2 \alpha_0 \operatorname{tg} \beta_0}{2 \left(H_2^2 \nu^2 \cos^2 \beta_0 + K_y^2\right) \cos \beta_0} \gamma_0^2 \nu^4. \qquad (3.10)$$

Постоянная составляющая $\Delta\dot{\alpha}^{*}_{абс}$ собственной скорости прецессии гиростабилизатора достигает недопустимо больших величин, например, при $H_2 = 10\,000$ гс·см·с = 1 Н·м·с, $\alpha_0 = 0$, $A_2 = 100$ гс× ×см·с² = 10^{-2} Н·м·с, $C_1 = 15$ гс·см·с² = 0,015 Н·м·с², $K_y = 10^5$ гс·см = 10 Н·м, $\beta_0 = 45°$, $\gamma_0 = 1°$, $\nu = 1$ Гц, $\Delta\dot{\alpha}^{*}_{абс} = -1{,}1$ °/мин ≃ ≃ −66 °/ч, что является одним из главных недостатков двухосного двухгироскопного гиростабилизатора, представленного на рис. 3.1.

С увеличением крутизны K_y характеристики разгрузочного устройства постоянная составляющая $\Delta\dot{\alpha}^{*}_{абс}$ собственной скорости прецессии гиростабилизатора уменьшится и при $K_y \to \infty$, $\Delta\dot{\alpha}^{*}_{абс} \to 0$. Однако увеличение крутизны K_y характеристики разгрузочного устройства ограничено условиями устойчивости гиростабилизатора как системы автоматического регулирования.

Для идеального двухосного гиростабилизатора, вокруг осей стабилизации которого моменты внешних сил не действуют, в отличие от одноосного гиростабилизатора (2.74) при угловых колебаниях ЛА вокруг оси OX и при коническом движении оси Oy_1 (2.79), собственная скорость прецессии $\Delta\dot{\alpha}^{*}_{абс}$ платформы гиростабилизатора, порождаемая действием разгрузочного устройства, равна нулю. Это выгодно отличает их от одноосных гиростабилизаторов, так как способствует уменьшению динамических погрешностей.

В случае применения спаренных гироскопов также $\Delta\dot{\alpha}^{*}_{абс} = 0$, так как при этом в формуле (3.10) (см. разд. 2.7) по аналогии с гирорамой ($\beta = 0$) следует положить $\sigma \equiv 0$ или $K_y = \infty$.

Для определения постоянной составляющей собственной скорости прецессии гиростабилизатора в неподвижной $O\xi\eta\zeta$ системе координат угловую скорость $\Delta\dot{\alpha}_{абс}$ раскладываем на оси $O\zeta$ и $O\xi'$ (рис. 3.1, *б*) и при $\alpha_0 = 0$ получаем

$$\omega_\zeta = \Delta\dot{\alpha}_{абс} \cos\gamma; \quad \omega_{\xi'} = \Delta\dot{\alpha}_{абс} \sin\gamma.$$

Имея в виду, что при малых углах γ ось $O\xi'$ примерно совпадает с осью Ox, находим постоянную составляющую $\Delta\dot{\beta}^{*}_{абс}$ собственной скорости прецессии гиростабилизатора, а именно:

$$\Delta\dot{\beta}^{*}_{абс} = \frac{A_{II} (A_2 + C_1) K_y \operatorname{tg} \beta_0 \gamma_0^2 \nu^4}{2H_2 \left(H_2^2 \nu^2 \cos^2 \beta_0 + K_y^2\right)} + \frac{D_\sigma (A_2 + C_1) \operatorname{tg} \beta_0 \gamma_0^2 \nu^4}{2 \left(H_2^2 \nu^2 \cos^2 \beta_0 + K_y^2\right)}. \qquad (3.11)$$

Первая составляющая угловой скорости $\Delta\dot{\beta}^{*}_{абс}$ обращается в нуль при выключении разгрузочного устройства ($K_y = 0$) и при $\beta_0 = 0$, вторая составляющая возрастает с уменьшением K_y и достигает значительной величины в случае применения поплавковых

гироскопов, где D_σ определяется по формуле $D_\sigma = H_2/i$ (например, $i=2 \ldots 7$). Постоянные составляющие $\Delta\dot{\alpha}^{**}_{абс}$ и $\Delta\dot{\beta}^{**}_{абс}$ собственной скорости прецессии платформы двухосного гиростабилизатора достигают особенно больших величин при приближении частоты ν колебаний основания и частоты $n_н = \frac{H_2 \cos\beta_0}{\sqrt{A_0 J_0}}$ нутационных колебаний гироскопа. При определении постоянных составляющих $\Delta\dot{\alpha}^{**}_{абс}$ и $\Delta\dot{\beta}^{**}_{абс}$ собственной скорости прецессии гиростабилизатора вблизи резонанса колебаний ($n_н = \nu$) в дифференциальных уравнениях (3.1) и (3.6) моментами $J_0 \Delta\ddot{\alpha}_{абс}$ и $A_{II}\ddot{\sigma}_{абс}$ пренебрегать нельзя.

Практически постоянная времени простейшего канала разгрузочного устройства обычно относительно велика и действием разгрузочного устройства при высокой частоте ν и малой амплитуде σ^A угловых колебаний гироскопа можно пренебречь. При этом, обозначая

$$\frac{D_\alpha A_{II} + D_\sigma J_0}{A_{II} J_0} = 2\xi,$$

$$\frac{H_2^2 \cos^2\beta_0}{A_{II} J_0} = n^2; \quad \frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\nu}{n}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{\xi}{n}\right)^2\left(\frac{\nu}{n}\right)^2}} = \lambda, \quad \frac{2\xi\nu}{n^2-\nu^2} = \operatorname{tg}\chi,$$

получаем [9, 11] значение постоянной составляющей $\Delta\dot{\alpha}^{**}_{абс}$ собственной скорости прецессии гироскопа:

$$\Delta\dot{\alpha}^{**}_{абс} = -\lambda \frac{A_2 + C_1}{H_2^2 \cos^2\beta_0} \cos^2\alpha_0 \operatorname{tg}\beta_0 \gamma_0^2 \nu^2 \cos\chi, \tag{3.12}$$

которая при $(\lambda \cos\chi)_{max}$ также достигает максимума $(\Delta\ddot{\alpha}^{**}_{абс})_{max}$, например, равного нескольким градусам в минуту времени.

При резонансе колебаний ЛА и гиростабилизатора $\Delta\dot{\alpha}^{**}_{абс} = 0$, так как $\chi = 90°$ и $\cos\chi = 0$. Однако при резонансе колебаний ($\nu = n$) другая составляющая $\Delta\dot{\alpha}^{***}_{абс}$ собственной скорости прецессии гироскопа [8, 9], равная

$$\Delta\dot{\alpha}^{***}_{абс} = -\lambda^2_{max} \frac{H_2}{2A_{II}} \left(\frac{A_2 + C_1}{J_0}\right)^2 \operatorname{tg}^3\beta_0 \cos^2\alpha_0 \cos\beta_0 \gamma_0^2, \tag{3.13}$$

достигает максимальной величины и даже при незначительной амплитуде, например, при $\gamma_0 = 1$ угловой минуте, достигает огромной величины, равной нескольким угловым градусам в секунду времени.

Для гиростабилизаторов с поплавковыми интегрирующими гироскопами также значительной величины достигает собственная скорость прецессии $\dot{\beta}^{**}_{абс}$, равная

$$\dot{\beta}^{**}_{абс} = \frac{1}{2}\lambda \frac{A_{II}(A_2 + C_1)}{H_2^2 \cos^2\beta_0} \operatorname{tg}\beta_0 \gamma_0^2 \nu^3 \sin\chi + \frac{1}{2}\lambda \frac{D_\sigma (A_2 + C_1)}{H_2^2 \cos^2\beta_0} \times$$

$$\times \operatorname{tg}\beta_0 \gamma_0^2 \nu^2 \cos\chi. \tag{3.14}$$

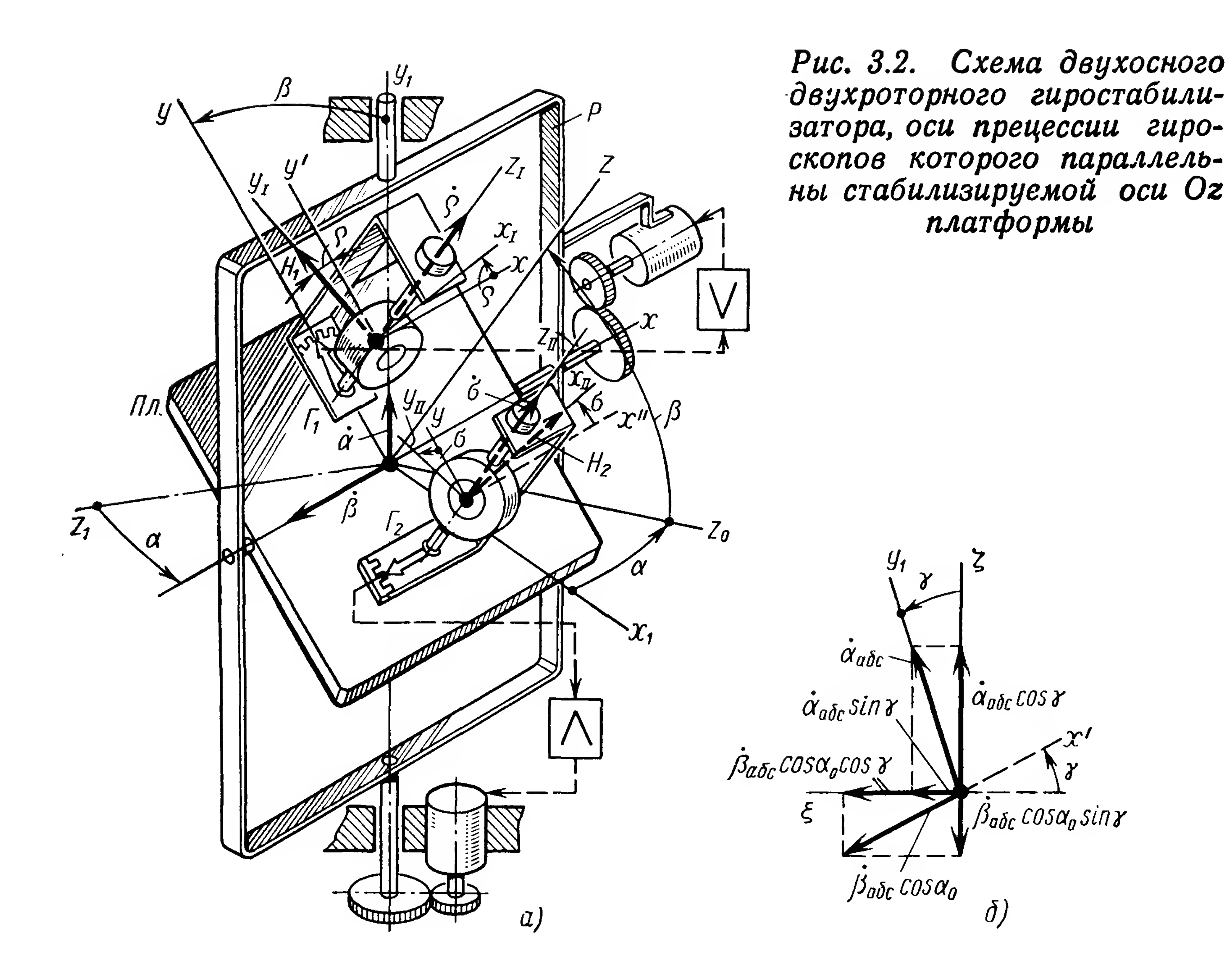


Рис. 3.2. Схема двухосного двухроторного гиростабилизатора, оси прецессии гироскопов которого параллельны стабилизируемой оси Oz платформы

Для двухосного гиростабилизатора (рис. 3.2) с осями прецессии, параллельными стабилизируемой оси Oz платформы, также характерна погрешность, определяемая постоянной составляющей $\dot{\beta}^{**}_{абс}$ (3.14) собственной скорости прецессии гиростабилизатора. Кроме того, двухосный гиростабилизатор обладает значительной погрешностью при малых углах β_0 (в отличие от гиростабилизатора, представленного на рис. 3.1), возникающей даже у идеального гиростабилизатора, вокруг осей стабилизации которого моменты внешних сил не действуют (за исключением моментов, развиваемых двигателями разгрузочных устройств). Эта погрешность [8, 9] по аналогии с (3.11) определяется постоянными составляющими собственной скорости прецессии $\overset{*}{\omega}_\xi$ и $\overset{*}{\omega}_\zeta$ гиростабилизатора (рис. 3.2) в проекциях на неподвижные оси $O\xi\eta\zeta$:

$$\overset{*}{\omega}_\xi = -\frac{1}{2}\,\frac{A_{II}\cos\alpha_0\gamma_0^2\nu^2}{H_2\cos\beta_0} + \frac{1}{2}\,\frac{H_1 A_{II}\cos\alpha_0\cos\beta_0\gamma_0^2\nu^2}{K_y^2 + (H_2\nu\cos\beta_0)^2};$$
$$\overset{*}{\omega}_\zeta = \frac{1}{2}\,\frac{A_I\cos^2\alpha_0\gamma_0^2\nu^2}{H_1} - \frac{1}{2}\,\frac{H_1 A_I\cos^2\alpha_0\gamma_0^2\nu^4}{K_x^2 + (H_1\nu)^2}. \qquad (3.15)$$

С увеличением крутизн K_x и K_y характеристик разгрузочных устройств вторые члены в первой части равенств (3.15) уменьшаются и в пределе постоянные составляющие $\overset{*}{\omega}_\xi$ и $\overset{*}{\omega}_\zeta$ скорости прецессии гиростабилизатора определяются первыми членами равенств (3.15). С уменьшением крутизн K_x и K_y характеристик разгрузоч-

ных устройств постоянные составляющие $\overset{*}{\omega}_\xi$ и $\overset{*}{\omega}_\zeta$ скорости прецессии гиростабилизатора также стремятся к нулю.

Введение спаренных гироскопов (гирорамы) также исключает возникновение постоянных составляющих $\overset{*}{\omega}_\xi$ и $\overset{*}{\omega}_\zeta$ собственной скорости прецессии гиростабилизатора, представленного на рис. 3.2, порождаемых переносным поворотом платформы с угловой скоростью $\omega_{z_0}^{\text{пер}}$. Изложенные здесь основные принципы построения двухосных гиростабилизаторов и теория их основных погрешностей (вместе с теорией погрешностей соответствующих одноосных гиростабилизаторов) позволяют произвести предварительный синтез различных схем двухосных гиростабилизаторов и определить их важнейшие характеристики.

Глава 4

ТРЕХОСНЫЕ, ИЛИ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ, ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СТАБИЛИЗАТОРЫ, УСТАНАВЛИВАЕМЫЕ НА БОРТУ ЛА

Трехосные, или пространственные, гироскопические стабилизаторы (рис. 4.1) служат для стабилизации и управления платформой гиростабилизатора с установленными на ней различными устройствами вокруг трех осей $Ox_0y_0z_0'$ стабилизации, связанных с платформой. Платформа пространственного гиростабилизатора имеет три степени свободы вращения относительно корпуса ЛА и, следовательно, свободно поворачивается относительно неподвижной (относительно ЛА) точки O.

Пространственные гироскопические стабилизаторы применяют для стабилизации акселерометров инерциальных навигационных систем, координаторов пеленгационных устройств и в качестве центральных гироскопических систем ориентации ЛА для определения углов курса, крена и тангажа. В последнем случае, если ось наружной рамки карданова подвеса направлена параллельно продольной оси OX ЛА, то углы курса, крена и тангажа измеряются без карданных погрешностей. Трехосный гиростабилизатор обладает теми же конструктивными преимуществами (см. гл. 3), что и двухосные гиростабилизаторы. Вращение платформы гиростабилизатора вокруг ее оси Oz_0' и оси Oy наружной рамы карданова подвеса не ограничено, угол же поворота платформы вокруг оси Ox ограничен и должен быть менее 90°. Общая классификация трехосных гиростабилизаторов представлена на рис. В.2.

4.1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СИЛОВОГО ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА

Для определения положения платформы гиростабилизатора используем следующие правые системы координат:

1) систему координат $OXYZ$, связанную с ЛА. Начало O трехгранника $OXYZ$ помещаем в центре масс ЛА;

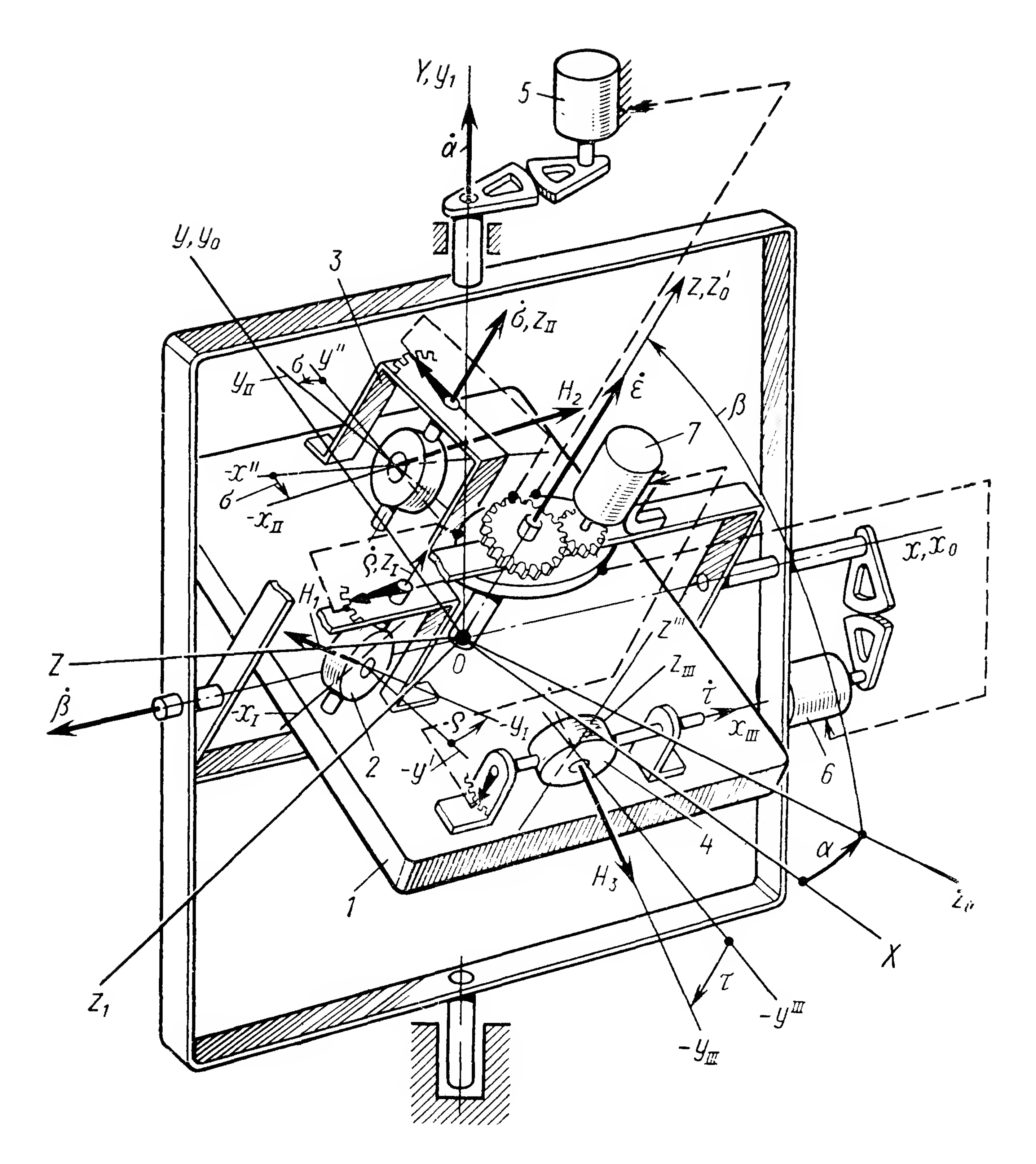


Рис. 4.1. Схема силового трехосного (пространственного) гиростабилизатора:

1 — платформа; *2, 3, 4* — гироскопы; *5, 6, 7* — разгрузочные двигатели

2) систему координат, связанную с внутренней рамкой карданова подвеса таким образом, что ось Ox направлена по оси внутренней рамки, ось Oz — по оси вращения платформы и ось y — перпендикулярно осям Ox и Oz; оси Ox, Oy и Oz образуют правый трехгранник $Oxyz$;

3) систему координат $Ox_0y_0z_0'$, связанную с платформой гиростабилизатора так, что ось Oz_0' направлена по оси вращения платформы, оси Ox_0 и Oy_0 ориентированы в плоскости платформы и в начальном положении совпадают с осями Ox и Oy соответственно.

Положение платформы гиростабилизатора относительно ЛА определяем углами α, β и ε: α — угол поворота наружной рамки карданова подвеса вокруг своей оси Oy_1, совпадающей с нормальной осью OY ЛА, β — угол поворота внутренней рамки карданова подвеса относительно наружной вокруг оси Ox ее вращения; ε — угол поворота платформы относительно внутренней рамки вокруг оси Oz_0' вращения платформы (на рис. 4.1 $\varepsilon=0$).

На платформе *1* гиростабилизатора установлены гироскопы *2, 3* и *4,* имеющие две степени свободы вращения относительно плат-

формы. Собственные кинетические моменты роторов гироскопов *2*, *3* и *4* обозначаем через H_1, H_2 и H_3 соответственно. Оси O_1z_{I} и O_2z_{II} прецессии гироскопов *2* и *3* параллельны оси Oz_0' вращения платформы; векторы H_1 и H_2 в начальном положении параллельны осям Oy_0 и Ox_0. Углы поворота гироскопов *2* и *3* вокруг осей O_1z_{I} и O_2z_{II} прецессии обозначаем через ρ и σ соответственно. Ось O_3x_{III} прецессии гироскопа *4* параллельна оси Ox_0; вектор H_3 в начальном положении параллелен оси Oy_0. Угол поворота гироскопа *4* вокруг оси O_3x_{III} обозначаем через τ.

Осевые моменты инерции наружной рамки карданова подвеса относительно осей Oy_1, Ox и Oz_0 обозначаем через A_2, B_2 и C_2; моменты инерции внутренней рамки относительно осей Ox, Oy и Oz— через A_1, B_1, C_1, а моменты инерции платформы относительно осей Ox_0, Oy_0 и Oz_0' через A, B и C; моменты инерции гироскопов (ротора и кожуха) относительно осей O_1z_{I}, O_2z_{II} и O_3z_{III} — через A_{I}, A_{II} и A_{III} соответственно. Оси наружной xy_1z_0, внутренней xyz рамок карданова подвеса и оси $Ox_0y_0z_0$ платформы считаем главными осями инерции.

По-прежнему полагаем, что движение платформы гиростабилизатора представляет собой малые ее колебания (см. гл. 2) относительно значений углов α_0, β_0 и ε_0, т. е. $\alpha=\alpha_0+\Delta\alpha$, $\beta=\beta_0+\Delta\beta$, $\varepsilon==\varepsilon_0+\Delta\varepsilon$. Углы ρ, σ и τ также полагаем малыми. Моменты, развиваемые разгрузочными двигателями *5* и *6*, формируются с помощью координатного синусно-косинусного преобразователя, а именно:

$$\begin{aligned} M_x^{\text{р}} &= K_x^{\text{р}} W_x(s)(\rho\cos\varepsilon+\sigma\sin\varepsilon);\\ M_{y_1}^{\text{р}} &= -K_y^{\text{р}} W_y(s)(\sigma\cos\varepsilon-\rho\sin\varepsilon), \end{aligned} \tag{4.1}$$

а также двигателя *7*:

$$M_z^{\text{р}}=K_z^{\text{р}}W_z(s)\tau.$$

Приближенные линеаризованные дифференциальные уравнения движения платформы гиростабилизатора в операторной форме записи при этом принимают вид

$$\begin{aligned}
&A_0s^2\Delta\beta_{\text{абс}}+H_1\cos\varepsilon_0 s\rho+H_2\sin\varepsilon_0 s\sigma+K_x^{\text{р}}W_x(s)\cos\varepsilon_0\rho+\\
&+K_x^{\text{р}}W_x(s)\sin\varepsilon_0\sigma+M_x^{\text{в.с}}=0;\\
&J_0\frac{1}{\cos\beta_0}s^2\Delta\alpha_{\text{абс}}+H_2\cos\varepsilon_0 s\sigma-H_1\sin\varepsilon s\rho+\frac{K_y^{\text{р}}}{\cos\beta_0}W_y(s)\sin\varepsilon_0\rho-\\
&-K_x^{\text{р}}W_z(s)\operatorname{tg}\beta_0\tau-\frac{M_{y_1}^{\text{в.с}}}{\cos\beta_0}=0;\\
&Cs^2\Delta\varepsilon_{\text{абс}}-H_3s\tau-K_z^{\text{р}}W_z(s)\tau-M_z^{\text{в.с}}=0;\\
&A_{\text{I}}s^2\rho+H_1\cos\beta_0\sin\varepsilon_0 s\Delta\alpha_{\text{абс}}-H_1\cos\varepsilon_0\Delta\beta_{\text{абс}}-M_\rho^{\text{в.с}}-M_\rho^{\text{упр}}=0;\\
&A_{\text{II}}s^2\sigma-H_2\cos\beta_0\cos\varepsilon_0 s\Delta\alpha_{\text{абс}}-H_2\sin\varepsilon_0 s\Delta\beta_{\text{абс}}-M_\sigma^{\text{в.с}}-M_\sigma^{\text{упр}}=0;\\
&A_{\text{III}}s^2\tau+H_3s\Delta\varepsilon_{\text{абс}}+H_3\sin\beta_0 s\Delta\alpha_{\text{абс}}-M_\tau^{\text{в.с}}-M_\tau^{\text{упр}}=0.
\end{aligned} \tag{4.2}$$

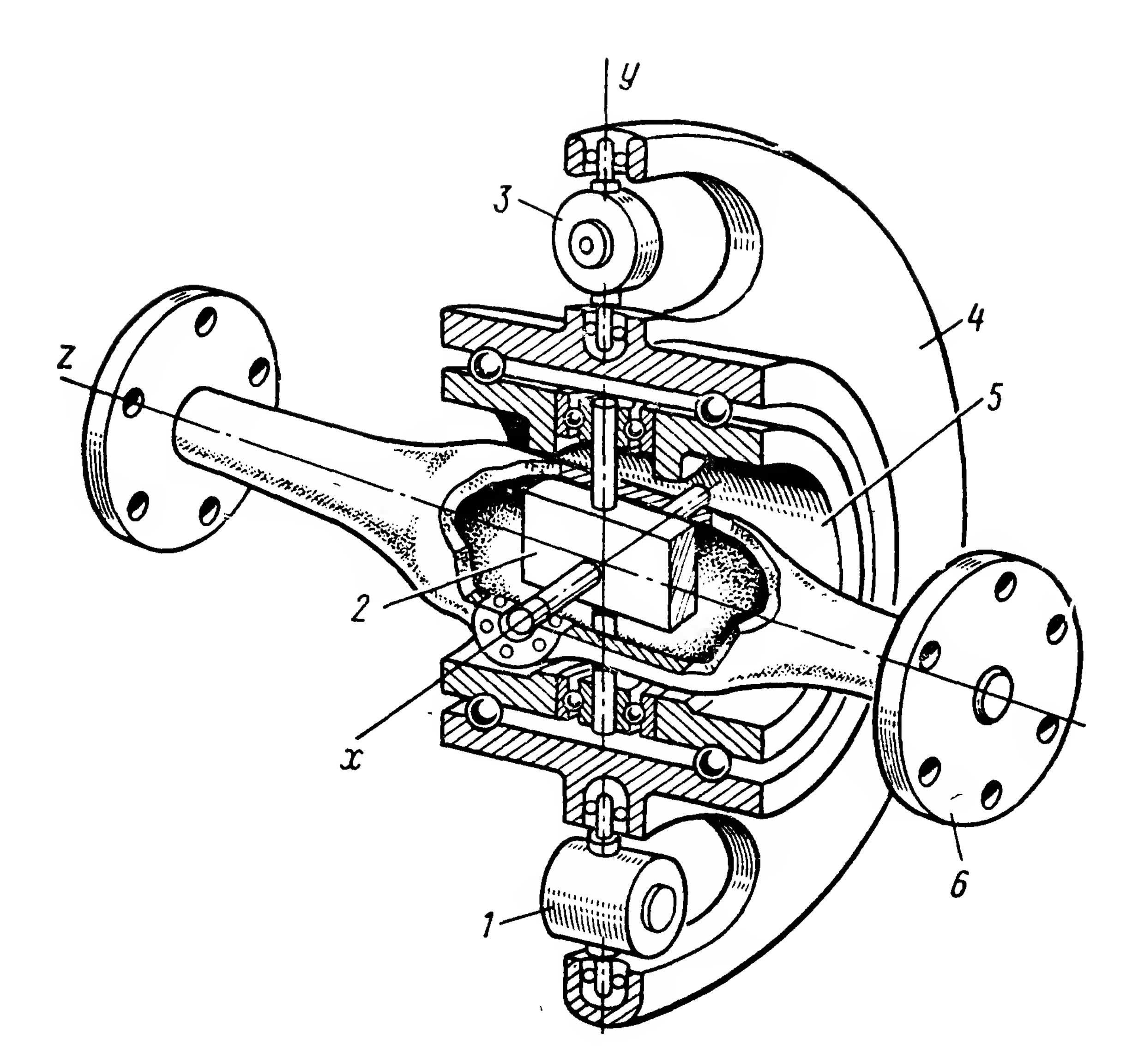


Рис. 4.2. Схема пространственного гиростабилизатора с внутренним кардановым подвесом:

1, 3 — гироскопы; 2 — крестовина; 4 — платформа; 5 — наружная рама карданова подвеса; 6 — фланцы, крепящиеся к основанию

Классификация моментов $M_x^{\text{в.с}}$, $M_{y_1}^{\text{в.с}}$, $M_z^{\text{в.с}}$, $M_\rho^{\text{в.с}}$, $M_\sigma^{\text{в.с}}$ и $M_\tau^{\text{в.с}}$ внешних сил приведена в гл. 2. Моменты $M_\rho^{\text{упр}}$, $M_\sigma^{\text{упр}}$, $M_\tau^{\text{упр}}$, управляющие движением платформы вокруг осей x_0, y_0 и z_0, формируются в соответствии с задачами, выполняемыми гиростабилизатором.

Частоты $n_{\text{н.н}}$, $n_{\text{н.в}}$, $n_{\text{н.п}}$ собственных нутационных незатухающих колебаний платформы (если $H_1 = H_2 = H_3 = H$, $A_{\text{I}} = A_{\text{II}} = A_{\text{III}} = A_*$ и $\varepsilon_0 = 0$) при ее колебаниях вокруг осей наружной Oy_1, внутренней Ox рамок карданова подвеса и вокруг оси Oz' платформы равны

$$n_{\text{н.н}} = \frac{H\cos\beta_0}{\sqrt{[A_2 + (A + B_1)\cos^2\beta_0 + C_1\sin^2\beta_0]\,A_*}};$$

$$n_{\text{н.в}} = \frac{H}{\sqrt{(A + A_1)\,A_*}}; \qquad (4.3)$$

$$n_{\text{н.п}} = \frac{H}{\sqrt{CA_*}}.$$

Широкое применение находят пространственные гироскопические стабилизатора с внутренним кардановым подвесом (рис. 4.2). В этом случае удобнее пользоваться дифференциальными уравнениями движения гиростабилизатора, приведенными к осям x_0y_0z' платформы гиростабилизатора. Полагая в дифференциальных уравнениях (4.2) $K_x^{\text{p}}\cos\beta_0 = K_{\text{p}}$, а также пренебрегая при малых углах β_0 малым моментом $K_z^{\text{p}}W_z(s)\,\text{tg}\,\beta_0\tau$, в первом приближении получаем

$$-M_{x_0}^{\text{н}}+H_1 s\rho+K_{\text{р}}W_x(s)\rho+M_{x_0}^{\text{в.с}}=0;$$
$$-M_{y_0}^{\text{ин}}-H_2 s\sigma-K_{\text{р}}W_y(s)\sigma+M_{y_0}^{\text{в.с}}=0;$$
$$-M_{z_0'}^{\text{ин}}+H_3 s\tau+K_{\text{р}}W_z(s)\tau+M_{z_0}^{\text{в.с}}=0;$$
$$-A_{\text{I}}s^2\rho-H_1\omega_{x_0}\cos\rho-H_1\omega_{y_0}\sin\rho+M_\rho^{\text{в.с}}+M_\rho^{\text{упр}}=0;$$
$$-A_{\text{II}}s^2\sigma+H_3\omega_{y_0}\cos\sigma-H_2\omega_{x_0}\sin\sigma+M_\sigma^{\text{в.с}}+M_\sigma^{\text{упр}}=0; \qquad (4.4)$$
$$-A_{\text{III}}s^2\tau+H_3\omega_{z_0'}\cos\tau+H_3\omega_{y_0}\sin\tau+M_\tau^{\text{в.с}}+M_\tau^{\text{упр}}=0.$$

В случае гиростабилизатора с внутренним кардановым подвесом моментами инерции рам карданова подвеса можно пренебречь и приближенно считать, что

$$M_{x_0}^{\text{ин}}=A\dot{\omega}_{x_0}^0;\quad M_{y_0}^{\text{ин}}=B\dot{\omega}_{y_0};\quad M_{z_0'}^{\text{ин}}=C\dot{\omega}_{z_0}.$$

Определим динамические погрешности гиростабилизатора, возникающие при действии моментов $M_{x_0}^{\text{в.с}}$ и $M_{y_0}^{\text{в.с}}$, изменяющихся по гармоническому закону:

$$M_{x_0}^{\text{в.с}}=M_{x_0}^0\sin\nu t;\quad M_{y_0}^{\text{в.с}}=M_{y_0}^0\sin(\nu t+\delta), \qquad (4.5)$$

и сдвинутых по фазе на угол δ. При этом ограничимся уравнениями прецессии гироскопов и примем формирование $W(s)=1$* разгрузочных устройств простейшего вида.

Из первого и второго уравнений (4.4) получаем

$$\rho=-\frac{M_{x_0}^0}{\sqrt{H_1^2\nu^2+K_{\text{р}}^2}}\sin(\nu t-\delta_1);\quad \operatorname{tg}\delta_1=\frac{\nu}{K_{\text{р}}};$$
$$\sigma=\frac{M_{y_0}^0}{\sqrt{H_2^2\nu^2+K_{\text{р}}^2}}\sin(\nu t+\delta-\delta_1).$$

В пятом и шестом уравнениях (4.4) в начале, в первом приближении, пренебрегаем членами $H_1\omega_{y_0}\sin\rho$ и $H_2\omega_{x_0}\sin\sigma$ второго порядка малости, полагаем $M_\rho^{\text{в.с}}=M_\rho^{\text{упр}}=M_\sigma^{\text{в.с}}=M_\sigma^{\text{упр}}=0$ и тогда, считая углы ρ и σ малыми, получаем

$$\omega_{x_0}^{\text{I}}=-\frac{A_{\text{I}}}{H_1}\ddot{\rho}=\frac{A_{\text{I}}M_{x_0}^0\nu^2}{H_1\sqrt{H_2^2\nu^2+K_{\text{р}}^2}}\sin(\nu t-\delta_1);$$
$$\omega_{y_0}^{\text{I}}=\frac{A_{\text{II}}}{H_2}\ddot{\sigma}=-\frac{A_{\text{II}}M_{y_0}^0\nu^2}{H_2\sqrt{H_2^2\nu^2+K_{\text{р}}^2}}\sin(\nu t-\delta-\delta_1). \qquad (4.6)$$

---

* Собственная скорость прецессии гиростабилизатора в более общем случае формирования разгрузочных устройств определяется в гл. 2.

Во втором приближении, полагая $\sin\rho \simeq \rho$, $\sin\sigma \simeq \sigma$, имеем

$$\omega_{x_0}^{II} = -\frac{A_I}{H_1}\ddot{\rho} - \omega_{y_0}^{I}\rho;$$

$$\omega_{y_0}^{II} = \frac{A_{II}}{H_2}\ddot{\sigma} + \omega_{x_0}^{I}\sigma. \qquad (4.7)$$

Вторые члены правых частей равенств (4.7) содержат постоянные составляющие $\omega_{x_0}^{*}$ и $\omega_{y_0}^{*}$ собственной скорости прецессии гироскопа, а именно,

$$\omega_{x_0}^{II0} = -\frac{A_{II}M_{x_0}^{0}M_{y_0}^{0}\nu^2}{H_2\sqrt{H_2^2\nu^2 + K_p^2}\sqrt{H_1^2\nu^2 + K_p^2}}\sin(\nu t - \delta_1)\sin(\nu t + \delta - \delta_1);$$

$$\omega_{y_0}^{II0} = -\frac{A_I M_{x_0}^{0}M_{y_0}^{0}\nu^2}{2H_1\sqrt{H_1^2\nu^2 + K_p^2}\sqrt{H_2^2\nu^2 + K_p^2}}\sin(\nu t - \delta_1)\sin(\nu t + \delta - \delta_1). \qquad (4.8)$$

При $H_1 = H_2 = H$ постоянные составляющие $\omega_{x_0}^{II*}$ и $\omega_{y_0}^{II*}$ собственной скорости прецессии соответственно равны

$$\omega_{x_0}^{II*} = -\frac{A_{II}M_{x_0}^{0}M_{y_0}^{0}\nu^2}{2H(H^2\nu^2 + K_p^2)}\cos\delta = -\frac{A_{II}M_{x_0}^{0}M_{y_0}^{0}}{2H\left(H^2 + \frac{K_p^2}{\nu^2}\right)}\cos\delta;$$

$$\omega_{y_0}^{II*} = \frac{A_I M_x^{0}M_{y_0}^{0}}{2H\left(H^2 + \frac{K_p^2}{\nu^2}\right)}\cos\delta. \qquad (4.9)$$

При выключении каналов разгрузочных устройств ($K_p = 0$) постоянные составляющие $\omega_{x_0}^{II*}$ и $\omega_{y_0}^{II*}$ собственной скорости прецессии гироскопов представляют собой произведения соответствующих амплитуд «нутационных бросков» $\frac{A_I M_{x_0}^{0}}{H_1^2}$ и $\frac{A_{II}M_{y_0}^{0}}{H_2^2}$ и амплитуд углов поворотов гироскопов, возникающих в результате их прецессии с угловыми скоростями $\frac{M_{y_0}^{0}}{H_2}$ и $\frac{M_{x_0}^{0}}{H_1}$.

Если частота ν возмущающих колебаний относительно высока и близка к частоте $n_н$ нутационных колебаний гироскопов, а канал разгрузочного устройства содержит запаздывающие звенья, то в этом случае, в первом приближении, полагая $K_p = 0$, получаем

$$\omega_{x_0}^{*} = -\frac{1}{2}\lambda_\rho\lambda_\sigma\frac{A_I M_{x_0}^{0}M_{y_0}^{0}}{H_1 H_2^2}\cos[\delta - (\chi_\sigma - \chi_\rho)];$$

$$\omega_{y_0}^{*} = \frac{1}{2}\lambda_\rho\lambda_\sigma\frac{A_I M_{x_0}^{0}M_{y_0}^{0}}{H_2 H_1^2}\cos[\delta - (\gamma_\sigma - \chi_\rho)], \qquad (4.10)$$

где λ_ρ и λ_σ; χ_ρ и χ_σ — коэффициенты динамичности и сдвиги фаз колебаний гироскопов, представляющих собой колебательные контуры с частотами $n_н^\rho$ и $n_н^\sigma$ незатухающих нутационных колебаний, равными $\frac{H_1}{\sqrt{AA_I}}$ и $\frac{H_2}{\sqrt{AA_{II}}}$.

Например, полагая $H_1 = H_2 = 10^4$ гс·см·с$=1$ Н·м·с, $A_{II} = 10$ гс·см·с$^2 = 10^{-3}$ Н·м·с^2, $\lambda_\rho = \lambda_\sigma = 20$, $M_{x_0}^0 = M_{y_0} = 10^3$ гс·см$=0{,}1$ Н·м, $\chi_\sigma = \chi_\rho$, $\delta = 0$, получаем $\omega_{x_0}^* = -7{,}2 \quad = 7{,}2°$/мин.

4.2. ГИРОСТАБИЛИЗАТОР С ПОПЛАВКОВЫМИ ИНТЕГРИРУЮЩИМИ ГИРОСКОПАМИ

Движение платформы гиростабилизатора с поплавковыми интегрирующими гироскопами (рис. 4.3) в значительной мере определяет моменты $D_\rho\dot\rho$ и $\dot D_\sigma\sigma$, возникающие при поворотах поплавков интегрирующих гироскопов вокруг осей их прецессии в вязкой жидкости. Дифференциальные уравнения движения платформы гиростабилизатора с поплавковыми интегрирующими гироскопами первого приближения согласно (4.4) принимают вид

$$
\begin{aligned}
&As\omega_{x_0} - H_1 s\rho - K_x^\rho W_x(s)\rho = M_{x_0}^{в.с};\\
&As\omega_{y_0} + H_2 s\sigma + K_y^\rho W_y(s)\sigma = M_{y_0}^{в.с};\\
&Cs\omega_{z_0} - H_3 s\tau - K_z^\rho W_z(s)\tau = M_{z_0'}^{в.с};
\end{aligned}
\tag{4.11}
$$

$$
\begin{aligned}
&A_I s^2\rho - H_2\omega_{x_0}\cos\rho + H_2\omega_{y_0}\sin\rho + D_\rho s\rho = -A_I s\omega_{z_0'} + M_\rho^{в.с} + M_\rho^{упр};\\
&A_{II} s^2\sigma - H_2\omega_{y_0}\cos\sigma + H_2\omega_{x_0}\sin\sigma + D_\sigma s\sigma = -A_{II} s\omega_{z_0'} + M_\sigma^{в.с} + M_\sigma^{упр};\\
&A_{III} s^2\tau + H_3\omega_{z_0'}\cos\tau + H_3\omega_{y_0}\sin\tau + D_\tau s\tau = -A_{III} s\omega_{y_0} + M_\tau^{в.с} + M_\tau^{упр}.
\end{aligned}
$$

В первом приближении согласно (4.11) для поплавковых гироскопов имеем

$$
\begin{aligned}
&\rho \simeq -\frac{H_1}{D_\rho}\theta_{x_0} = -i_1\theta_{x_0};\\
&\sigma \simeq \frac{H_2}{D_\sigma}\theta_{y_0} = i_2\theta_{y_0};\\
&\tau \simeq -\frac{H_3}{D_\tau}\theta_{z_0'} = -i_3\theta_{z_0'},
\end{aligned}
\tag{4.12}
$$

где $\theta_{x_0}, \theta_{y_0}$, $\theta_{z_0'}$ — малые углы поворота платформы гиростабилизатора в пространстве вокруг осей Ox_0, Oy_0 и $O_{z_0'}$ соответственно; i_1, i_2, i_3 — передаточные числа интегрирующих поплавковых гироскопов.

Подставляя значения ρ, σ, τ из (4.12) в дифференциальные уравнения (4.11) движения гиростабилизатора, в первом приближении получаем

$$s_2\theta_{x_0} + \frac{H_1 i_1}{A} s\theta_{x_0} + \frac{k_x^{\text{p}}}{A} W_x(s)\, i_1\theta_{x_0} = \frac{M_{x_0}^{\text{в.с}}}{A};$$

$$s^2\theta_{y_0} + \frac{H_2 i_2}{A} s\theta_{y_0} + \frac{K_y^{\text{p}}}{A} W_y(s)\, i_2\theta_{y_0} = \frac{M_{y_0}^{\text{в.с}}}{A}; \qquad (4.13)$$

$$s^2\theta_{z_0'} + \frac{H_3 i_3}{C} s\theta_{z_0'} + \frac{K_z^{\text{p}}}{C} W_z(s)\, i_3\theta_{z_0'} = \frac{M_{z_0'}^{\text{в.с}}}{C}.$$

По-прежнему (4.5) считаем, что вокруг осей Ox_0 и Oy_0 одновременно действуют моменты

$$M_{x_0}^{\text{в.с}} = M_{x_0}^{0} \sin \nu t; \quad M_{y_0}^{\text{в.с}} = M_{y_0}^{0} \sin(\nu t + \delta). \qquad (4.14)$$

Полагая в дифференциальных уравнениях (4.13)

$$K_x^{\text{p}} = K_y^{\text{p}} = K_z^{\text{p}} = K_{\text{p}};\ W_x(s) = W_y(s) = W_z(s) = 1,$$

получаем частные решения

$$\theta_{x_0} = \lambda_{\theta_{x0}} \frac{M_{x_0}^{0}}{K_{\text{p}} i_1} \sin(\nu t - \chi_{\theta_{x0}});$$

$$\theta_{y_0} = \lambda_{\theta_{y0}} \frac{M_{y_0}^{0}}{K_{\text{p}} i_2} \sin(\nu t + \delta - \chi)\, \theta_{y_0}, \qquad (4.15)$$

а также согласно (4.12)

$$\rho = -i_1\theta_{x_0} = -\lambda_{\theta_{x0}} \frac{M_{x_0}^{0}}{K_{\text{p}}} \sin(\nu t - \chi_{\theta_{z0}});$$

$$\sigma = i_2\theta_{y_0} = \lambda_{\theta_{y0}} \frac{M_{y_0}^{0}}{K_{\text{p}}} \sin(\nu t + \delta - \chi_{\theta_{y0}}), \qquad (4.16)$$

где $\lambda_{\theta_{x0}}$, $\lambda_{\theta_{y0}}$, $\chi_{\theta_{x0}}$, $\chi_{\theta_{y0}}$ — коэффициенты динамичности и соответствующие сдвиги фаз вынужденных колебаний системы, описываемой дифференциальными уравнениями (4.13).

Одновременно колебания гироскопов *1* и *3* (рис. 4.3) вокруг осей Ox_0, Oy_0, O_1z_{I} и O_2z_{II} приводят к возникновению собственной скорости прецессии платформы вокруг осей Ox_0 и Oy_0 с угловыми скоростями:

$$\omega_{x_0}^{*} = -\omega_{y_0}\rho = -\dot\theta_{y_0}\rho;$$

$$\omega_{y_0}^{*} = \omega_{x_0}\sigma = \dot\theta_{x_0}\sigma. \qquad (4.17)$$

Дифференцируя равенства (4.15), подставляя значения $\dot\theta_{x_0}$, $\dot\theta_{y_0}$, а

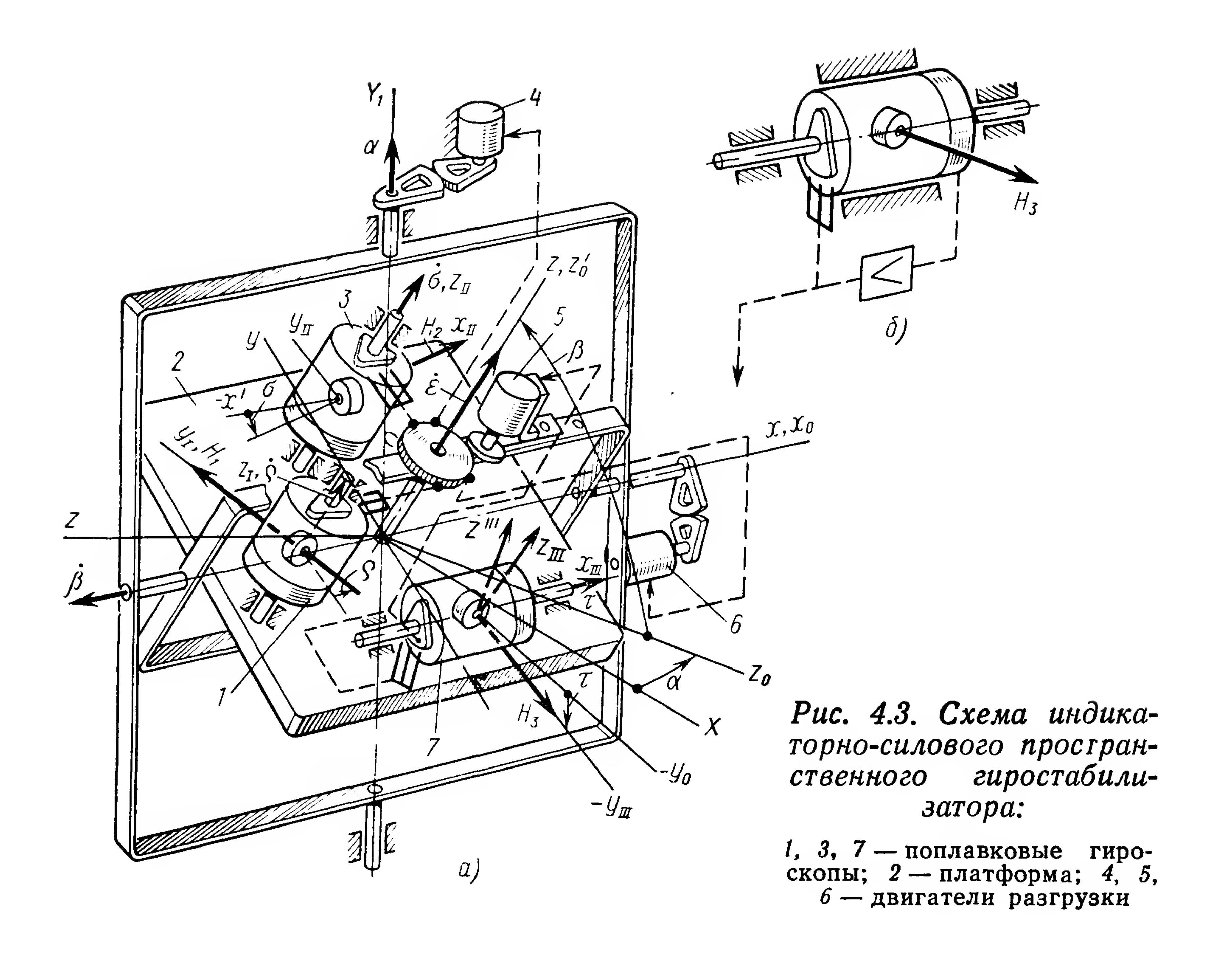


Рис. 4.3. Схема индикаторно-силового пространственного гиростабилизатора:

1, 3, 7 — поплавковые гироскопы; *2* — платформа; *4, 5, 6* — двигатели разгрузки

также ρ и σ из (4.16) в (4.17) и выделяя постоянные составляющие $\omega^0_{x_0}$ и $\omega^0_{y_0}$, получаем

$$\omega^0_{x_0} = -\frac{1}{2}\lambda_{\theta_{x_0}}\lambda_{\theta_{y_0}}\frac{M^0_{x_0}M^0_{y_0}\nu}{K^2_{\text{p}}i_2}\sin(\delta+\chi_{\theta_{x_0}}-\chi_{\theta_{y_0}}),$$

$$\omega^0_{y_0} = \frac{1}{2}\lambda_{\theta_{x_0}}\lambda_{\theta_{y_0}}\frac{M^0_{x_0}M^0_{y_0}\nu}{K^2_{\text{p}}i_1}\sin(\delta-\chi_{\theta_{y_0}}-\chi_{\theta_{x_0}}). \qquad (4.18)$$

Формулы (4.18) определяют постоянную составляющую ($\omega^0_{x_0}$, $\omega^0_{y_0}$) собственной скорости прецессии платформы гиростабилизатора с интегрирующими гироскопами, порождаемую моментами (4.14) внешних сил, действующими вокруг осей Ox_0 и Oy_0 ее стабилизации.

4.3. ГИРОСТАБИЛИЗАТОР С ДАТЧИКАМИ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ

Движение гироскопов (датчиков угловой скорости), вокруг осей O_1z_{I}, O_2z_{II} и O_3x_{III} которых действуют упругие моменты $S_1\rho$, $S_2\sigma$ и $S_3\tau$, развиваемые электрическими пружинами, (см. гл. 2 и рис. 4.3, *б*), согласно (4.11) и применительно к их расположению на платформе гиростабилизатора (рис. 4.3, *а*) описывается дифференциальными уравнениями

$$\ddot{\rho}+\frac{D_\rho}{A_I}\dot{\rho}+\frac{S_1}{A_I}\rho=-\dot{\omega}_{z'_0}-\frac{H_1}{A_I}\omega_{y_0}\sin\rho-\frac{H_1}{A_I}\omega_{x_0}\cos\rho+\frac{M_\rho}{A_I};$$

$$\ddot{\sigma}+\frac{D_\sigma}{A_{II}}\dot{\sigma}+\frac{S_2}{A_{II}}\sigma=-\dot{\omega}_{z'_0}-\frac{H_2}{A_{II}}\omega_{x_0}\sin\sigma+\frac{H_2}{A_{II}}\omega_{y_0}\cos\sigma+\frac{M_\sigma}{A_{II}};\qquad(4.19)$$

$$\ddot{\tau}+\frac{D_\tau}{A_{III}}\dot{\tau}+\frac{S_3}{A_{III}}\tau=-\dot{\omega}_{y_0}-\frac{H_3}{A_{III}}\omega_{y_0}\sin\tau-\frac{H_3}{A_{III}}\omega_{z'_0}\cos\tau+$$

$$+\frac{M_\tau}{A_{III}};$$

$$n'_д=\sqrt{\frac{S_I}{A_1}}\;n''_д=\sqrt{\frac{S_2}{A_2}}\text{ и }n'''_д=\sqrt{\frac{S_3}{A_{III}}}.\qquad(4.19а)$$

Полагаем, что частоты $n_д'$, $n_д''$, $n_д'''$ свободных незатухающих колебаний ДУС значительно выше частоты ν изменения возмущающих моментов, углы ρ, σ и τ малые, а $M_\rho=M_\sigma=M_\tau=0$ и в первом приближении принимаем

$$\rho\simeq-\frac{H_1}{S_1}\omega_{x_0};$$

$$\sigma\simeq\frac{H_2}{S_2}\omega_{y_0};\qquad(4.20)$$

$$\tau\simeq\frac{H_3}{S_3}\omega_{z'_0}.$$

Подставляя значения ρ, σ и τ в дифференциальные уравнения (4.11) движения платформы гиростабилизатора, получаем

$$\left(A+\frac{H_1^2}{S_1}\right)s\omega_{x_0}+\frac{K_р}{S_1}H_1W(s)\omega_{x_0}=M^{в.с}_{x_0};$$

$$\left(A+\frac{H_2^2}{S_2}\right)s\omega_{y_0}+\frac{K_р}{S_2}H_2W(s)\omega_{y_0}=M^{в.с}_{y_0};$$

$$\left(C+\frac{H_3^2}{S_3}\right)s\omega_{z_0}+\frac{K_р}{S_3}H_3W(s)\omega_{z'_0}=M^{в.с}_{z'_0}.\qquad(4.21)$$

Определим реакцию платформы гиростабилизатора на гармоническое возмущение (4.14) при условии, что $M_\rho=M_\sigma=M_\tau=0$, а также $W(s)=1$.

Обозначая

$$\frac{\frac{K_р}{S_1}H_1}{A+\frac{H_1^2}{S_1}}=\varepsilon_{x_0};\qquad\frac{\frac{K_р}{S_2}H_2}{A+\frac{H_1^2}{S_2}}=\varepsilon_y;$$

$$\frac{M_{x_0}}{A+\frac{H_1^2}{S_1}}=m_{x_0}; \quad \frac{M_{y_0}}{A+\frac{H_2^2}{S_2}}=m_{y_0},$$

находим частные решения дифференциальных уравнений (4.21):

$$\omega_{x_0}=\frac{m_{x_0}}{\sqrt{\varepsilon_{x_0}^2+\nu^2}}\sin(\nu t-\chi_{x_0});$$
$$\omega_{y_0}=\frac{m_{y_0}}{\sqrt{\varepsilon_{y_0}^2+\nu^2}}\sin(\nu t+\delta-\chi_{y_0}). \quad (4.22)$$

Под действием моментов (4.14) согласно (4.20) и (4.22) гироскопы совершают угловые колебания вокруг осей O_1z_I и O_2z_II, определяемые по формулам

$$\rho=-\frac{H_1}{S_1}\frac{m_{x_0}}{\sqrt{\varepsilon_{x_0}^2+\nu^2}}\sin(\nu t-\chi_{x_0});$$
$$\sigma=-\frac{H_2}{S_2}\frac{m_{y_0}}{\sqrt{\varepsilon_{y_0}^2+\nu^2}}\sin(\nu t+\delta-\chi_{y_0}). \quad (4.23)$$

Одновременные гармонические колебания гироскопов и платформы по аналогии с (4.17) приводят, в частности, к возникновению постоянных составляющих $\omega_{x_0}^0$ и $\omega_{y_0}^0$ собственной скорости прецессии платформы вокруг осей Ox_0 и Oy_0:

$$\omega_{x_0}^0=\frac{m_{x_0}m_{y_0}H_1}{2S_1(\varepsilon^2+\nu^2)}\cos\delta;$$
$$\omega_{x_0}^0=\frac{m_{x_0}m_{y_0}H_2}{2S_2(\varepsilon^2+\nu^2)}\cos\delta, \quad (4.24)$$

где $\varepsilon_{x_0}=\varepsilon_{y_0}=\varepsilon$, $\chi_{x_0}=\chi_{y_0}=\chi$,

$H_1=H_2=H_\text{д}$, $S_1=S_2=S$.

$$\omega_{x_0}^0=\omega_{y_0}^0=\frac{M_{x_0}^0M_{y_0}^0H_\text{д}\cos\delta}{2S\left[\left(\frac{K_\text{р}H_\text{д}}{S}\right)^2+\left(A+\frac{H_\text{д}^2}{S}\right)^2\nu^2\right]}. \quad (4.25)$$

4.4. СРАВНЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРОВ

Определим отношения Δ_1 и Δ_2 значений собственной скорости прецессии различных пространственных гиростабилизаторов, возникающей в результате действия на платформу гиростабилизатора периодически изменяющихся моментов $M_{x_0}^{\text{в.с}}$ и $M_{y_0}^{\text{в.с}}$ внешних сил.

Полагаем, что δ сдвиг фаз колебаний моментов $M_{x_0}^{\text{в.с}}$ и $M_{y_0}^{\text{в.с}}$ в каждом случае имеет наименее благоприятное значение, т. е. соответствует наибольшему значению собственной скорости прецессии гироскопов. Для силового гиростабилизатора и гиростабилизатора с датчиками угловой скорости полагаем $\delta=0$, а для гиростабилизатора с интегрирующими гироскопами $\delta=90°$. При этом, обращаясь к формулам (4.8) и (4.18) для низкой частоты ν изменения моментов $M_{x_0}^{\text{в.с}}$ и $M_{y_0}^{\text{в.с}}$ в дорезонансной зоне колебаний ($\lambda_p \approx \lambda_\sigma \simeq 1$), определяем отношение Δ_1 собственной скорости прецессии $\omega_{x_0}^{0\,\text{с.г}}$ платформы силового гиростабилизатора к собственной скорости $\omega_{x_0}^{0\,\text{и.г}}$ прецессии платформы с интегрирующими гироскопами:

$$\Delta_1 = \frac{\omega_{x_0}^{0\,\text{с.г}}}{\omega_{x_0}^{0\,\text{и.г}}} = \frac{A_{\text{II}} \nu i}{H\left(\dfrac{H^2\nu^2}{K_p^2}+1\right)}, \quad i=\frac{H}{D}. \tag{4.26}$$

Например, при $A_{\text{II}}=5$ гс·см·с$^2=5\cdot10^{-4}$ Н·м·с^2; $\nu=2\pi$ 1/с, $i=5$, $H=5000$ гс·см·с$=0{,}5$ Н·м·с; $K_p=5\cdot10^5$ гс·см$=50$ Н·м $\Delta_1 \approx 1/33$. Следовательно, в данном примере рассматриваемая динамическая погрешность силового гиростабилизатора в 33 раза меньше погрешности гиростабилизатора с интегрирующими поплавковыми гироскопами.

Обращаясь к формулам (4.18) и (4.25), определяем отношение Δ_2 собственных скоростей прецессии $\omega_{x_0}^{0\text{и.г}}$ гиростабилизатора с интегрирующими гироскопами и с датчиками угловой скорости ($\omega_{x_0}^{0\,\text{ДУС}}$). Если $S=A_\text{I} n_\text{д}^2$, то [см. (4.19а)] имеем

$$\Delta_2 = \frac{\omega_{x_0}^{0\text{и.г}}}{\omega_{x_0}^{0\,\text{ДУС}}} = \frac{[K_p^2 H_\text{д}^2 + (A A_\text{I} n_\text{д}^2 + H_\text{д}^2)\nu^2]\,\nu}{A_\text{I} i n_\text{д}^2 H_\text{д} K_p^2}. \tag{4.27}$$

Например, при $H_\text{д}=100$ гс·см·с$=10^{-2}$ Н·м·с; $K_p=5\cdot10^5$ гс·см$=$ $=50$ Н·м; $A=1000$ гс·см·с$^2=0{,}1$ Н·м·с^2, $A_\text{I}=0{,}1$ гс·см·с^2; $n_\text{д}=$ $=20$ Гц, $\nu=2\pi$ 1/с, $i=5$ получаем

$$\Delta_2 = \frac{\{[25\cdot10^{10}\cdot10^4+[10^3\cdot0{,}1\cdot20^2(2\pi)^2+10^4)(2\pi)^2]\}\,2\pi}{0{,}1\cdot5\cdot20^2(2\pi)^2\cdot10^2\cdot25\cdot10^{10}} \simeq \frac{1}{13}.$$

В последнем примере динамическая погрешность интегрирующего гироскопа в 13 раз меньше погрешности гиростабилизатора с датчиками угловой скорости.

Оценка отдельных членов, входящих в выражения для Δ_2, позволяет в первом приближении упростить формулу (4.27) и привести ее к виду

$$\Delta_2 \simeq \frac{H_\text{д}\nu}{A_\text{I} i n_\text{д}^2}. \tag{4.28}$$

Оценка отношения Δ_2, выполненная для значений параметров гиростабилизатора, приведенных в примере, показывает, что резуль-

таты вычислений Δ_2 по формулам (4.27) и (4.28) практически совпадают.

Пользуясь формулами (4.8), (4.18), можно провести сравнение динамических погрешностей гиростабилизаторов с различными чувствительными элементами и при высокой частоте ν изменения возмущающих моментов, например, в случае резонанса, когда коэффициенты динамичности (λ_ρ и λ_σ) каналов стабилизации достигают максимальной величины.

Важное преимущество пространственного гиростабилизатора заключается в том, что его платформа имеет полную свободу вращения относительно корпуса ЛА и, следовательно, вращение ЛА вокруг центра его масс, в отличие от одноосного и двухосного гиростабилизаторов, не сообщается платформе. При этом динамические погрешности пространственного гиростабилизатора, возникающие при угловых колебаниях ЛА и порождаемые моментами внешних сил, действующими вокруг осей стабилизации, (моменты трения в опорах осей стабилизации, инерционные моменты, развиваемые рамками карданова подвеса и др.), а также моментами, развиваемыми разгрузочными двигателями, значительно меньше соответствующих погрешностей двухосных и одноосных гироскопических стабилизаторов.

Ограничиваясь прецессионным движением платформы гиростабилизатора, согласно уравнениям (4.4) для малых углов получаем

$$\omega_{x_0} \simeq \frac{M_\rho^{\text{в.с}}}{H} + \frac{M_\rho^{\text{упр}}}{H}; \quad \omega_{y_0} \simeq -\frac{M_\sigma^{\text{в.с}}}{H} - \frac{M_\sigma^{\text{упр}}}{H}; \quad \omega_{z_0} \simeq -\frac{M_\tau^{\text{в.с}}}{H} - \frac{M_\tau^{\text{упр}}}{H}. \tag{4.29}$$

Моменты $M_\rho^{\text{в.с}}$, $M_\sigma^{\text{в.с}}$ и $M_\tau^{\text{в.с}}$ внешних сил, действующие вокруг осей прецессии гироскопов, порождают собственную скорость прецессии платформы, определяемую так же, как для двухосных и одноосных гиростабилизаторов.

Управляющие моменты (4.29) $M_\rho^{\text{упр}}$, $M_\sigma^{\text{упр}}$ и $M_\tau^{\text{упр}}$ непосредственно определяют независимое вращение платформы вокруг соответствующих осей Ox_0, Oy_0, Oz_0, связанных с платформой. Формирование команд управления платформой гиростабилизатора рассматривается в гл. 2.

Одинаковые моменты внешних сил, действующие вокруг осей прецессии гироскопов и определяемые их несовершенством (моменты трения в опорах оси прецессии, смещение центра масс ротора гироскопа, неравножесткость конструкции гироскопа, моменты тяжения токоподводов и др.) (см. гл. 2) у различных видов (одноосных, двухосных и пространственных) гиростабилизаторов порождают одинаковую собственную скорость прецессии стабилизируе-

мой платформы. Однако угловые и линейные колебания платформы пространственного гиростабилизатора (установленного на борту одинаковых ЛА) при одинаковых эксплуатационных условиях менее интенсивны, чем колебания платформы двухосного или тем более одноосного гиростабилизатора. При этом фактические условия работы гироскопов, установленных на платформе пространственного гиростабилизатора, обычно оказываются более благоприятными, чем условия работы гироскопов, установленных на платформе двухосного и тем более одноосного гиростабилизатора.

В результате точность стабилизации платформы пространственного гиростабилизатора оказывается выше, чем точность соответствующих двухосных или одноосных гиростабилизаторов (в случае использования одинаковых гироскопов, установленных на платформах гиростабилизаторов).

Глава 5

ДВУХГИРОСКОПНАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ГРАВИТАЦИОННО-ГИРОСКОПИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ПАССИВНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ СПУТНИКА В ОРБИТАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ *

Двухгироскопная гравитационно-гироскопическая система типа «V-крен» предназначена для стабилизации спутника вокруг центра его масс в орбитальной системе координат. Возникающие в центрально-симметричном гравитационном поле Земли или какой-либо иной планеты гравитационные моменты определенным образом ориентируют его относительно направления гравитационного поля Земли (эффект гантелей). При соответствующем выборе соотношения моментов инерции спутника относительно главных осей его инерции достигается пассивная трехосная стабилизация спутника в орбитальной системе координат, называемая его либрацией. (Об образовании восстанавливающего момента вокруг нормальной оси спутника при естественной его стабилизации в орбитальной системе координат см. гл. 1).

В астрономии широко известен так называемый эффект либрации Луны, вследствие которого Луна повернута к Земле всегда только одной стороной. Однако применение эффекта либрации для стабилизации спутника Земли возможно лишь при малых возмущающих моментах, действующих на спутник, и при низких требованиях к точности ориентации осей спутника относительно орбитальной системы координат. В системе «V-крен» для повышения точности ориентации спутника относительно орбитальной системы координат на борту устанавливается два поплавковых гироскопа с двумя степенями свободы, обеспечивающих затухание собственных его колебаний вокруг центра масс и сообщающих восстанавли-

* Материалы гл. 5 подготовлены совместно с канд. техн. наук Ю. В. Карповым.

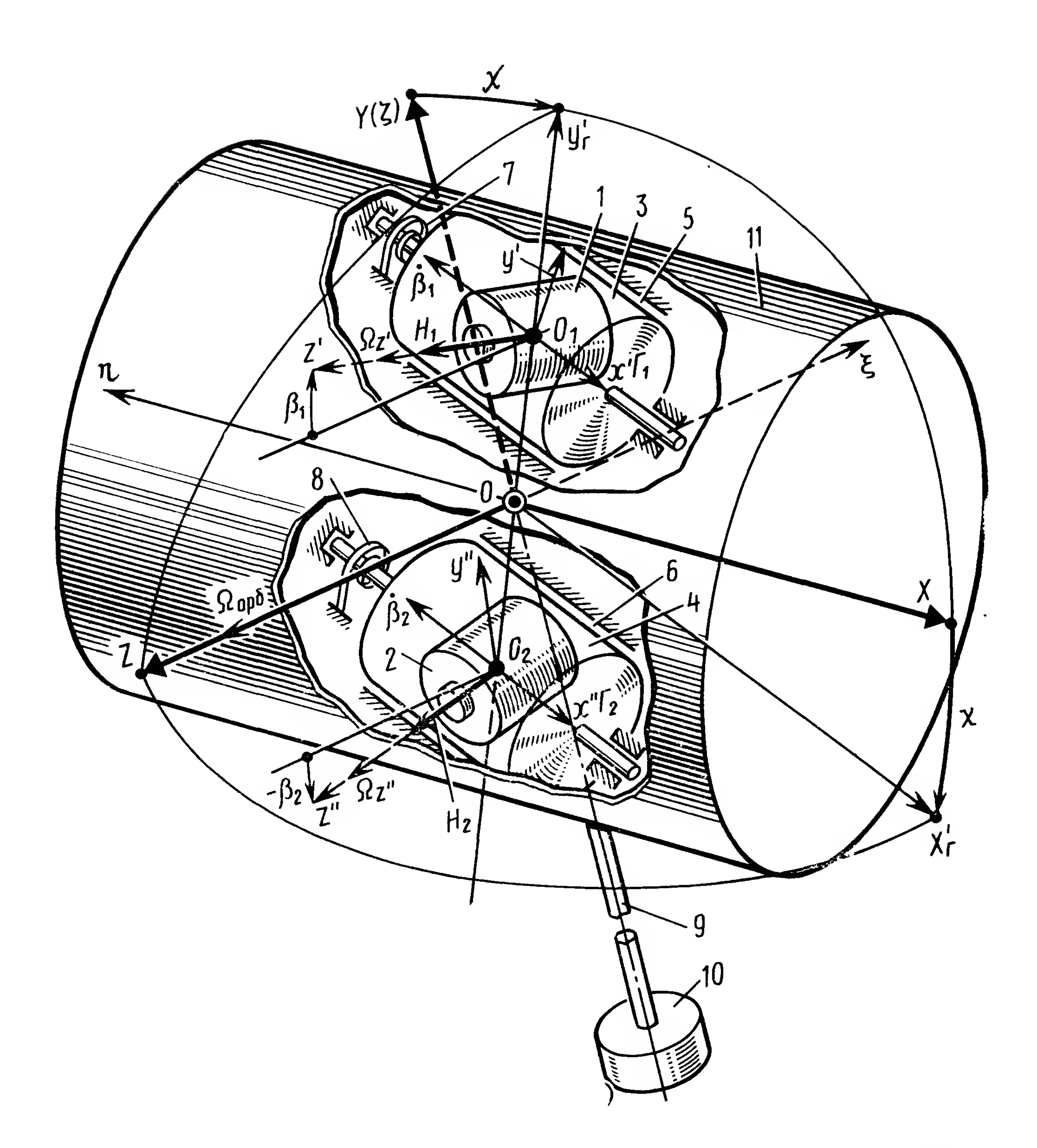


Рис. 5.1. Кинематическая схема двухгироскопной гравитационногироскопической системы пассивной стабилизации типа «V-крен»:

1, 2 — гироскопы; *3, 4* — поплавки; *5—6* — корпусы гироскопов; *7, 8* — спиральные пружины; *9* — штанга; *10* — масса; *11* — корпус КЛА

вающие моменты, действующие вокруг продольной и нормальной осей спутника.

Кинематическая схема гироскопической системы «V-крен», расположенной в корпусе *11* КЛА, представлена на рис. 5.1. Роторы гироскопов помещены в кожухах *1* и *2* (роторы на рис. 5.1 не показаны) и вращаются вокруг осей Oz' и Oz'' с большими угловыми скоростями $\Omega_{z'}$ и $\Omega_{z''}$. Кожухи *1* и *2* закреплены внутри цилиндрических поплавковых камер *3* и *4*, вращающихся вокруг осей O_1x' и O_2x'' их прецессии. Поплавковые камеры *3* и *4* помещены в цилиндрические полости *5* и *6* корпусов гироскопов и взвешены в специальной жидкости. При вращении поплавковых камер вокруг осей O_1x' и O_2x'' прецессии гироскопов вследствие большой вязкости жидкости, при малых зазорах между цилиндрическими поверхностями поплавка и корпуса прибора, возникают значительные диссипативные моменты, величина которых пропорциональна угловым скоростям вращения поплавков вокруг этих осей. Вокруг осей O_1x' и O_2x'' также действуют моменты, развиваемые спиральными пружинами *7* и *8*. Для создания гравитационного момента, дейст-

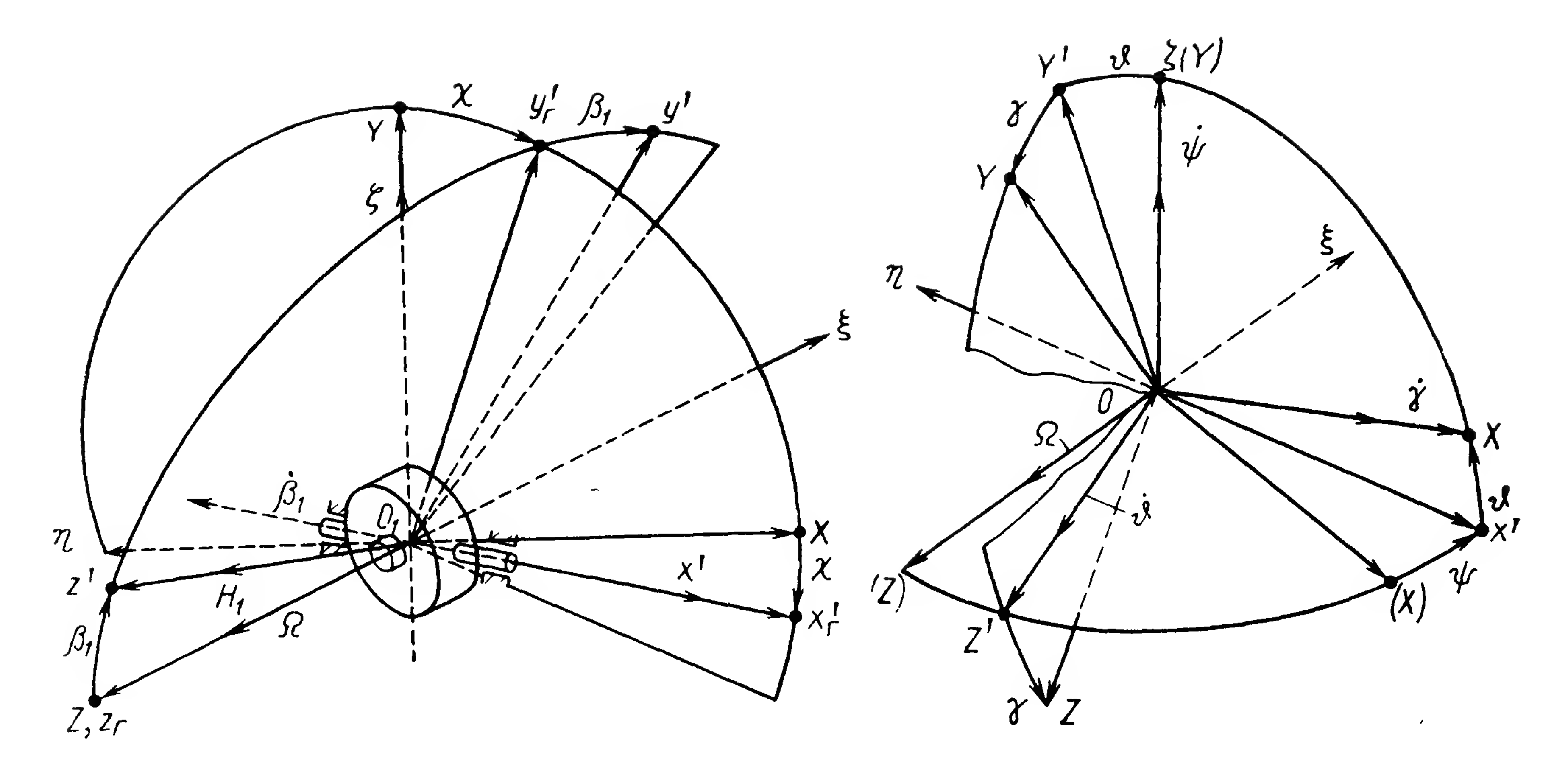


Рис. 5.2. Расположение координатных осей гироскопа

Рис. 5.3. Расположение координатных осей спутника

вующего на спутник вокруг горизонтальной оси, используется штанга *9* с расположенным на ее конце грузом *10*. Оси O_1x' и O_2x'' прецессии гироскопов лежат в плоскости OXY симметрии КЛА и в общем случае составляют с осью OX угол χ. Оси, проходящие через точки O_1 и O_2 пересечения осей прецессии O_1x' и O_2x'' и осей O_1z' и O_2z'' роторов гироскопов, перпендикулярные осям O_1x' и O_2x'' и лежащие в плоскости OXY, обозначаем через $O_1y'_г$ и $O_2y''_г$, угол между осями OY и $O_1y'_г$, OY и $O_2y''_г$ равен χ. Измерительные оси O_1y' и O_2y'' перпендикулярны плоскостям $O_1x'z'$ и $O_2x''z''$ и составляют с осями $O_1y'_г$ и $O_2y''_г$ углы β_1 и β_2 (рис. 5.2)*. Полагаем, что спутник движется по круговой орбите с угловой скоростью $\Omega^{**}_{орб}$, направленной по отрицательной оси $O\xi$ орбитального трехгранника $O\xi\eta\zeta$ (рис. 5.1—5.2). На рис. 5.3 представлено расположение связанного координатного трехгранника $OXYZ$* относительно орбитального трехгранника $O\xi\eta\zeta$. Проекции ω'_x, ω'_y, ω'_z переносной угловой скорости Ω на ребра связанного трехгранника $OXYZ$ имеют вид

$$\omega'_x = -\Omega \sin\psi \cos\vartheta;$$

$$\omega'_y = \Omega(\sin\psi \sin\vartheta \cos\gamma + \cos\psi \sin\gamma); \tag{5.1}$$

$$\omega'_z = \Omega(\cos\psi \cos\gamma - \sin\psi \sin\vartheta \sin\gamma).$$

Угловой скоростью $\Omega_р$ регрессии орбиты пренебрегаем. Проекции ω''_x, ω''_y, ω''_z относительных угловых скоростей $\dot\psi$, $\dot\vartheta$ и $\dot\gamma$ трехгранника $OXYZ$ на ребра того же трехгранника следующие:

---

* На рис. 5.2 начало O трехгранника $OXYZ$ совмещено с началом трехгранника $O_1x'y'z'$.

** В дальнейшем в обозначении орбитальной угловой скорости $\Omega_{орб}$ индекс «орб» опускаем.

$$\omega''_x = \dot{\psi} \sin \vartheta + \dot{\gamma};$$
$$\omega''_y = \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \gamma + \dot{\vartheta} \sin \gamma; \quad (5.2)$$
$$\omega''_z = \dot{\vartheta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \gamma.$$

Полагая углы ψ, ϑ и γ малыми и равными $\Delta\psi$, $\Delta\vartheta$ и $\Delta\gamma$, получаем значения проекций ω_x, ω_y и ω_z угловой скорости вращения трехгранника $OXYZ$ на его ребра в первом приближении:

$$\omega_x = -\Omega\Delta\psi + \Delta\dot{\gamma};$$
$$\omega_y = \Omega\Delta\gamma + \Delta\dot{\psi}; \quad (5.3)$$
$$\omega_z = \Omega + \Delta\dot{\vartheta}.$$

5.1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Для составления дифференциальных уравнений движения КЛА, отнесенных к главным осям $OXYZ$ его инерции, воспользуемся простыми (необобщенными) уравнениями Эйлера, записанными в общепринятых обозначениях:

$$J_x\dot{\omega}_x - (J_y - J_z)\,\omega_y\omega_z = \sum M_x;$$
$$J_y\dot{\omega}_y - (J_z - J_x)\,\omega_x\omega_z = \sum M_y; \quad (5.4)$$
$$J_z\dot{\omega}_z - (J_x - J_y)\,\omega_x\omega_y = \sum M_z,$$

где J_x, J_y и J_z — осевые моменты инерции КЛА, взятые относительно главных осей OX, OY, OZ его инерции; ΣM_x, ΣM_y и ΣM_z проекции суммы моментов внешних сил, действующих на КЛА.

Согласно (5.3) и (5.4) получаем дифференциальные уравнения движения КЛА первого приближения для случая малых углов $\Delta\psi$, $\Delta\vartheta$ и $\Delta\gamma$:

$$J_x\Delta\ddot{\gamma} - (J_x + J_y - J_z)\,\Omega\Delta\dot{\psi} - (J_y - J_z)\,\Omega^2\Delta\gamma = \sum M_x;$$
$$J_y\Delta\ddot{\psi} + (J_x + J_y - J_z)\,\Omega\Delta\dot{\gamma} + (J_z - J_x)\,\Omega^2\Delta\psi = \sum M_y; \quad (5.5)$$
$$J_z\Delta\ddot{\vartheta} = \sum M_z.$$

В данном случае $J_z > J_y < J_x$. Проекции моментов гравитационных сил M_x^G, M^G, M_z^G [3] на ребра трехгранника $OXYZ$ для малых углов $\Delta\psi$, $\Delta\vartheta$ и $\Delta\gamma$ приближенно равны

$$M_x^G \simeq -3\Omega^2(J_z - J_y)\,\Delta\gamma;$$
$$M_z^G \simeq -3\Omega^2(J_x - J_y)\,\Delta\vartheta; \quad (5.6)$$
$$M_y^G \simeq 0.$$

Для составления уравнений движения системы стабилизации КЛА определим величины гироскопических моментов, развиваемых роторами гироскопов Γ_1 и Γ_2.

Согласно рис. 5.1—5.2 для гироскопа $Г_1$ получаем выражения для гироскопических моментов, действующих вокруг осей O_1x' и O_1y':

$$M_{x'}^{Г_1} = M_x^{Г_1} = -H_1\omega_{y'};$$
$$M_{y'}^{Г_1} = H_1\omega_{x_г'}. \tag{5.7}$$

Гироскопический момент $M_{y'}^{Г_1}$, действующий на КЛА, раскладываем сначала на оси $O_1X_г'$, $O_1Y_г'$, $O_1Z_г'$, а затем на связанные оси $OXYZ$:

$$M_y^{Г_1} = H_1\omega_{x_г}\cos\beta_1\cos\chi;$$
$$M_x^{Г_1} = H_1\omega_{x_г}\cos\beta_1\sin\chi; \tag{5.8}$$
$$M_z^{Г_1} = -H_1\omega_{x_г}\sin\beta_1.$$

Гироскопический момент $M_{x_г}^{Г_1}$ действует на кожух гироскопа вокруг оси его прецессии.

Выражая угловые скорости $\omega_{x_г}$ и $\omega_{y'}$ через проекции угловой скорости ω вращения связанного трехгранника $OXYZ$ на его ребра и относительную скорость $\dot\beta$ прецессии гироскопа согласно рис. 5.2 получаем

$$M_x^{Г_1} = H_1\cos\beta_1\sin\chi(\omega_x\cos\chi - \omega_y\sin\chi - \dot\beta_1);$$
$$M_y^{Г_1} = H_1\cos\beta_1\cos\chi(\omega_x\cos\chi - \omega_y\sin\chi - \dot\beta_1); \tag{5.9}$$
$$M_z^{Г_1} = -H_1\sin\beta_1(\omega_x\cos\chi - \omega_y\sin\chi - \dot\beta_1),$$

а также

$$M_{x_г}^{Г_1} = -H_1(\omega_y\cos\chi\cos\beta_1 + \omega_x\sin\chi\cos\beta_1 - \omega_z\sin\beta_1). \tag{5.10}$$

Угловые скорости ω_x, ω_y, ω_z представляют собой суммы проекций угловых скоростей:

а) вращения опорного трехгранника $O\xi\eta\zeta$ с орбитальной угловой скоростью Ω;

б) поворотов спутника вокруг центра O его масс с угловыми скоростями $\dot\psi$, $\dot\vartheta$ и $\dot\gamma$ ($\Delta\dot\psi$, $\Delta\dot\vartheta$ и $\Delta\dot\gamma$).

При этом согласно (5.9) и (5.3) получаем приближенные выражения для гироскопических моментов, непосредственно действующих на КЛА:

$$M_x^{Г_1} \simeq H_1\cos\beta_1\sin\chi\cos\chi(-\Omega\Delta\psi + \Delta\dot\gamma) - H_1\cos\beta_1\sin\chi(\Omega\Delta\gamma + \Delta\dot\psi) - H_1\cos\beta_1\sin\chi\dot\beta_1;$$

$$M_y^{Г_1} \simeq H_1\cos\beta_1\cos^2\chi(-\Omega\Delta\psi + \Delta\dot\gamma) - H_1\cos\beta_1\sin\chi\cos\chi(\Omega\Delta\gamma + \dot\psi) - H_1\cos\beta_1\cos\chi\dot\beta_1;$$

(5.11)

$$M_z^{\Gamma_1} \simeq -H_1 \sin\beta_1 \cos^2\chi(-\Omega\Delta\psi + \Delta\dot{\gamma}) + H_1 \sin\beta_1 \sin\chi\,(\Omega\Delta\gamma + $$
$$+ \Delta\dot{\psi}) + H_1 \sin\beta_1\dot{\beta}_1,$$

а также согласно (5.3) и (5.10) — выражение для гироскопического момента, действующего на кожух гироскопа вокруг оси O_1x_Γ':

$$M_{x_\Gamma}^{\Gamma_1} = -H_1 \cos\beta_1 \cos\chi(\Omega\Delta\gamma + \Delta\dot{\psi}) - H_1 \cos\beta_1 \sin\chi(-\Omega\Delta\psi + \Delta\dot{\gamma}) +$$
$$+ H_1 \sin\beta_1(\Omega + \Delta\dot{\vartheta}). \qquad (5.12)$$

Имея в виду, что гироскопы Γ_1 и Γ_2 в положении равновесия повернуты относительно оси OZ на углы $\beta_1{}^0$ и $-\beta_2{}^0$ (при этом $|\beta_1{}^0| \simeq \simeq |\beta_2{}^0|$), а также, что в процессе стабилизации КЛА гироскопы Γ_1 и Γ_2 относительно положения их равновесия ($\beta_1{}^0$, $\beta_2{}^0$) отклоняются лишь на малые углы $\Delta\beta_1$ и $\Delta\beta_2$, полагаем

$$\beta_1 = \beta_1^0 + \Delta\beta_1, \qquad (5.13)$$

а в дальнейшем считаем, что $\beta_2 = \beta_2{}^0 + \Delta\beta_2$.

Угол $\Delta\beta_1$ мал, и поэтому принимаем

$$\sin\beta_1 \simeq \sin\beta_1^0 + \cos\beta_1^0\Delta\beta_1;$$
$$\cos\beta_1 \simeq \cos\beta_1^0 - \sin\beta_1^0\Delta\beta_1; \qquad (5.14)$$
$$\dot{\beta}_1 = \Delta\dot{\beta}_1.$$

Подставляя значения $\sin\beta_1$ и $\cos\beta_1$ в (5.11) и (5.12), в первом приближении имеем

$$M_x^{\Gamma_1} = -\frac{1}{2} H_1 \cos\beta_1^0 \sin 2\chi\Omega\Delta\psi + \frac{1}{2} H_1 \cos\beta_1^0 \sin 2\chi\Delta\dot{\gamma} -$$
$$-\frac{1}{2} H_1 \cos\beta_1^0\,\Omega \sin^2\chi\Delta\gamma - H_1 \cos\beta_1^0 \sin^2\chi\Delta\dot{\psi} - H_1 \cos\beta_1^0 \sin\chi\Delta\dot{\beta}_1;$$

$$M_y^{\Gamma_1} = -\frac{1}{2} H_1 \cos\beta_1^0 \cos^2\chi\Omega\Delta\psi + \frac{1}{2} H_1 \cos\beta_1^0 \cos^2\chi\Delta\dot{\gamma} -$$
$$-\frac{1}{2} H_1 \cos\beta_1^0 \sin 2\chi\Omega\Delta\gamma - \frac{1}{2} H_1 \cos\beta_1^0 \sin 2\chi\Delta\dot{\psi} - H_1 \cos\beta_1^0 \cos\chi\Delta\dot{\beta}_1^0;$$
$$(5.15)$$

$$M_z^{\Gamma_1} = H_1 \sin\beta_1^0 \cos\chi\Omega\Delta\psi - H_1 \sin\beta_1^0 \cos\chi\Delta\dot{\gamma} + H_1 \sin\beta_1^0 \sin\chi\Omega\Delta\gamma +$$
$$+ H_1 \sin\beta_1^0 \sin\chi\Delta\dot{\psi} + H_1 \sin\beta_1^0\Delta\dot{\beta}_1,$$

а также

$$M_{x_\Gamma}^{\Gamma_1} = -H_1 \cos\beta_1^0 \cos\chi\Omega\Delta\gamma - H_1 \cos\beta_1^0 \cos\chi\Delta\dot{\psi} + H_1 \cos\beta_1^0 \sin\chi\Omega\Delta\psi -$$
$$-H_1 \cos\beta_1^0 \sin\chi\Delta\dot{\gamma} + H_1 \sin\beta_1^0\Omega + H_1 \cos\beta_1^0\,\Omega\Delta\beta_1 + H_1 \sin\beta_1^0\Delta\dot{\vartheta}.$$
$$(5.16)$$

Выражения для гироскопических моментов второго гироскопа получаем путем замены в (5.15) и (5.16) β_1^0 на β_2^0, а H_1 на H_2:

$$M_x^{\Gamma_2} = -\frac{1}{2} H_2 \cos\beta_2^0 \sin 2\chi\Omega\Delta\psi + \frac{1}{2} H_2 \cos\beta_2^0 \sin 2\chi\Delta\dot{\gamma} - $$

$$-\frac{1}{2} H_2 \cos\beta_2^0 \sin^2\chi\Omega\Delta\gamma - H_2 \cos\beta_2^0 \sin^2\chi\Delta\dot{\psi} - H_2 \cos\beta_2^0 \sin\chi\Delta\dot{\beta}_2; \quad (5.17)$$

$$M_y^{\Gamma_2} = -\frac{1}{2} H_2 \cos\beta_2^0 \cos^2\chi\Omega\Delta\psi + \frac{1}{2} H_2 \cos\beta_2^0 \cos^2\chi\Delta\dot{\gamma} - $$

$$-\frac{1}{2} H_2 \cos\beta_2^0 \sin 2\chi\Omega\Delta\gamma - \frac{1}{2} H_2 \cos\beta_2^0 \sin 2\chi\Delta\dot{\psi} - H_2 \cos\beta_2^0 \cos\chi\Delta\dot{\beta}_2;$$

$$M_z^{\Gamma_2} = H_2 \sin\beta_2^0 \cos\chi\Omega\Delta\dot{\psi} - H_2 \sin\beta_2^0 \cos\chi\Delta\dot{\gamma} + H_2 \sin\beta_2^0 \sin\chi\Omega\Delta\gamma + $$

$$+ H_2 \sin\beta_2^0 \sin\chi\Delta\dot{\psi} + H_2 \sin\dot{\beta}_2^0 \Delta\dot{\beta}_2,$$

а также

$$M_{x_\Gamma^1}^{\Gamma_2} = -H_2 \cos\beta_2^0 \cos\chi\Omega\Delta\gamma - H_2 \cos\beta_2^0 \cos\chi\Delta\dot{\psi} + H_2 \cos\beta_2^0 \sin\chi\Omega\Delta\psi - $$

$$- H_2 \cos\beta_2^0 \sin\chi\Delta\dot{\gamma} + H_2 \sin\beta_2^0\Omega + H_2 \cos\beta_2^0\Omega\Delta\beta_0 + H_2 \sin\beta_2^0 \Delta\dot{\vartheta}. \quad (5.18)$$

Складываем гироскопические моменты, развиваемые первым Γ_1 и вторым Γ_2 гироскопами. При этом полагаем, что $H_1 = H_2 = H$, $|\beta_1^0| = |\beta_2^0| = |\beta^0|$, а также, что $\beta_1^0 > 0$, а $\beta_2^0 < 0$. В результате получаем значения гироскопических моментов, непосредственно действующих на спутник:

$$M_x^{\Gamma_1+\Gamma_2} = -H \cos\beta^0 \sin 2\chi\Omega\Delta\psi - 2H \cos\beta^0 \sin^2\chi\Delta\dot{\psi} - 2H \cos\beta^0 \times$$

$$\times \sin^2\chi\Delta\gamma + H \cos\beta^0 \sin 2\chi\Delta\dot{\gamma} - H \cos\beta^0 \sin\chi(\Delta\dot{\beta}_1 + \Delta\dot{\beta}_2), \quad (5.19)$$

$$M_y^{\Gamma_1+\Gamma_2} = -2H \cos\beta^0 \cos^2\chi\Omega\Delta\psi - H \cos\beta^0 \sin 2\chi\Delta\dot{\psi} - H \cos\beta_0 \times$$

$$\times \sin 2\chi\Omega\Delta\gamma + 2H \cos\beta^0 \cos^2\chi\Delta\dot{\gamma} - H \cos\beta^0 \cos\chi(\Delta\dot{\beta}_1 + \Delta\dot{\beta}_2),$$

$$M_z^{\Gamma_1+\Gamma_2} = H \sin\beta^0 (\Delta\dot{\beta}_1 - \Delta\dot{\beta}_2).$$

В соответствии с принципом Д'Аламбера составим уравнения моментов, развиваемых первым Γ_1 и вторым Γ_2 гироскопами вокруг осей O_1x' и O_2x'', параллельных оси Ox_Γ.

Для первого гироскопа Γ_1 в первом приближении получаем

$$\sum M_{x_1}^{\Gamma_1} = \sum M_{x_\Gamma}^{\Gamma_1} = A_1(\Delta\ddot{\beta}_1 - \Delta\ddot{\gamma}) - H \cos\beta^0 \cos\chi\Omega\Delta\gamma - H \cos\beta^0 \cos\chi \times$$

$$\times \Delta\dot{\psi} + H \cos\beta^0 \sin\chi\Omega\Delta\psi - H \cos\beta^0 \sin\chi\Delta\dot{\gamma} + H \sin\beta^0\Omega + H \cos\beta^0\Omega\Delta\beta_1 +$$

$$+ H \sin\beta^0\Delta\dot{\vartheta} - K_1\beta_1^{00} + K_1\Delta\beta_1 + D_1\Delta\dot{\beta}_1 + M_{x'}^{\text{в.с}} = 0, \quad (5.20)$$

где A_1 — осевой момент инерции гироскопа Γ_1, взятый относительно оси Ox'; K_1 — жесткость пружины; D_1 — удельный момент демпфирования, развиваемый поплавком; $M_{x'}^{\text{в.с}}$ — момент прочих внешних сил, действующих на гироскоп; β_1^{00} — угол начальной закрутки пружины, соответствующий равенству

$$-K_1\beta_1^{00}+H\sin\beta^0\Omega=0; \quad (5.21)$$

или

$$\beta_1^{00}=\frac{H\sin\beta^0}{K_1}\Omega.$$

Угол β^{00} считаем положительным при закрутке конца спиральной пружины, закрепленного на корпусе, против вращения часовой стрелки ($\beta_1^{00}>0$).

При выполнении равенства (5.21) упругий момент, развиваемый пружиной 7, в установившемся режиме полета КЛА уравновешивает гироскопический момент, развиваемый гироскопом при его вращении вокруг оси $O\xi$ с угловой скоростью Ω.

Для второго гироскопа Γ_2 также в первом приближении получаем

$$\sum M_{x''}^{\Gamma_2}=\sum M_{x_\Gamma}^{\Gamma_2}=A_2(\Delta\ddot\beta-\Delta\ddot\gamma)-H\cos\beta^0\cos\chi\,\Omega\Delta\gamma-H\cos\beta^0\times$$

$$\times\cos\chi\Delta\dot\psi+H\cos\beta^0\sin\chi\Omega\Delta\psi-H\cos\beta^0\sin\chi\Delta\dot\gamma-H\sin\beta^c\Omega+$$

$$+H\cos\beta^0\Omega\Delta\beta_2-H\sin\beta^0\Delta\dot\vartheta-K_2\beta_2^{00}+K_2\Delta\beta_2+D_2\Delta\dot\beta_2+M_{x''}^{\text{в.с}}=0. \quad (5.22)$$

Обозначения A_2, K_2, D_2 $M_{x''}^{\text{в.с}}$ и β_2^{00} соответствуют тем же значениям, что и в случае первого гироскопа Γ_1, но только имеют индекс 2. Начальный угол закрутки пружины здесь будет

$$\beta_2^{00}=-\frac{H\sin\beta^0}{K_2}\Omega. \quad (5.23)$$

Сумма моментов $\sum M_{x_\Gamma}^{(\Gamma_1+\Gamma_2)'}$, развиваемых пружинами и демпферами гироскопов Γ_1 и Γ_2, сообщается корпусу спутника:

$$\sum M_{x_\Gamma}^{(\Gamma_1+\Gamma_2)'}=K_1\beta_1^{00}-K_1\Delta\beta_1-D_1\Delta\dot\beta_1-K_2\Delta\beta_2-D_2\Delta\dot\beta_2-K_2\beta_2^{00}. \quad (5.24)$$

Сумму моментов $\sum M_{x_\Gamma}^{(\Gamma_1+\Gamma_2)'}$, действующих на спутник вокруг оси OX_Γ, определяем из уравнений (5.20) и (5.22) в предположении, что $M_{x'}^{\text{в.с}}=M_{x''}^{\text{в.с}}=0$, $A_1=A_2=A$, а именно:

$$\sum M_{x_\Gamma}^{(\Gamma_1+\Gamma_2)'}=A(\Delta\ddot\beta_1+\Delta\ddot\beta_2)+2A\Delta\ddot\gamma-2H\cos\beta^0\cos\chi\Omega\Delta\gamma-$$

$$-2H\cos\beta^0\cos\chi\Delta\dot\psi+2H\cos\beta^0\sin\chi\Omega\Delta\psi-2H\cos\beta_0\sin\chi\Omega\Delta\dot\gamma+$$

$$+H\cos\beta^0\Omega(\Delta\beta_1+\Delta\beta_2). \quad (5.25)$$

Раскладывая $\sum M_{x_\text{г}}^{(\text{Г}_1+\text{Г}_2)'}$ на оси O_1X и O_1Y согласно рис. 5.2, получаем

$$\sum M_x^{(\text{Г}_1+\text{Г}_2)'}=A(\Delta\ddot{\beta}_{1\text{a}}+\Delta\ddot{\beta}_{2\text{a}})\cos\chi-2H\cos\beta^0\Delta\dot{\psi}-2H\cos\beta^0\Omega\Delta\gamma+$$

$$+H\cos\beta^0\cos\chi\Omega(\Delta\beta_1+\Delta\beta_2)-H\cos\beta^0\sin\chi(\Delta\dot{\beta}_1+\Delta\dot{\beta}_2);$$

$$\sum M_y^{(\text{Г}_1+\text{Г}_2)'}=-A(\Delta\ddot{\beta}_{1\text{a}}+\Delta\ddot{\beta}_{2\text{a}})\sin\chi+2H\cos\beta^0\Delta\dot{\gamma}-2H\cos\beta^0\Omega\Delta\psi-$$

$$-H\cos\beta^0\sin\chi\Omega(\Delta\beta_1+\Delta\beta_2)-H\cos\beta^0\cos\chi(\Delta\dot{\beta}_1+\Delta\dot{\beta}_2), \qquad (5.26)$$

где $\Delta\ddot{\beta}_{1\text{a}}$, $\Delta\ddot{\beta}_{2\text{a}}$ — абсолютные угловые ускорения гироскопов.

Составим дифференциальные уравнения движения, включающие в себя уравнения движения спутника и системы стабилизации типа «V-крен». Используя уравнения (5.5), (5.6), (5.19) и (5.26), в первом приближении имеем

$$J_x\Delta\ddot{\gamma}+[2H\cos\beta^0\Omega+4(J_z-J_y)\Omega^2]\Delta\gamma+[2H\cos\beta^0-(J_x+J_y-J_z)\Omega]+$$

$$+\Delta\dot{\psi}+H\cos\beta^0\sin\chi(\Delta\dot{\beta}_1+\Delta\dot{\beta}_2)-H\cos\beta^0\cos\chi\Omega(\Delta\beta_1+\Delta\beta_2)-$$

$$-A(\Delta\ddot{\beta}_{1\text{a}}+\Delta\ddot{\beta}_{2\text{a}})\cos\chi=M_x^{\text{в.с}}, \qquad (5.27)$$

$$J_y\Delta\ddot{\psi}+[2H\cos\beta^0\Omega+(J_z-J_x)\Omega^2]\Delta\psi-[2H\cos\beta^0-(J_x+J_y-J_z)\times$$

$$\times\Omega]\Delta\dot{\gamma}+H\cos\beta^0\cos\chi(\Delta\dot{\beta}_1+\Delta\dot{\beta}_2)+H\cos\beta^0\sin\chi\Omega(\Delta\beta_1+\Delta\beta_2)+$$

$$+A(\Delta\ddot{\beta}_{1\text{a}}+\Delta\ddot{\beta}_{2\text{a}})\sin\chi=M_y^{\text{в.с}};$$

$$J_z\Delta\ddot{\vartheta}+3(J_x-J_y)\Omega^2\Delta\vartheta-H\sin\beta^0(\Delta\dot{\beta}_1-\Delta\dot{\beta}_2)=M_z^{\text{в.с}}.$$

Складывая левые и правые части равенств (5.20) и (5.22) с явным учетом знаков β_1^{00} и β_2^{00}, при $A_1=A_2=A$, $K_1=K_2=K$, $D_1=D_2=D$, $|\beta_1^{00}|=|\beta_2^{00}|=|\beta^{00}|$ получаем

$$A(\Delta\ddot{\beta}_{1\text{a}}+\Delta\ddot{\beta}_{2\text{a}})-2H\cos\beta^0\cos\chi\Omega\Delta\gamma-2H\cos\beta^0\cos\chi\Delta\ddot{\psi}+$$

$$+2H\cos\beta^0\sin\chi\Omega\Delta\psi-2H\cos\beta^0\sin\chi\Delta\dot{\gamma}+H\cos\beta^0\Omega(\Delta\beta_1+\Delta\beta_2)+$$

$$+K(\Delta\beta_1+\Delta\beta_2)+D(\Delta\dot{\beta}_1+\Delta\dot{\beta}_2)+M_{x'}^{\text{в.с}}+M_{x''}^{\text{в.с}}=0. \qquad (5.28)$$

Вычитая из левой части равенства (5.20) левую часть равенства (5.22), а из правой части равенства (5.20) правую часть равенства (5.22) при тех же допущениях, что и в (5.28), имеем

$$A(\Delta\ddot{\beta}_1-\Delta\ddot{\beta}_2)+2H\sin\beta^0\Omega+H\cos\beta^0\Omega(\Delta\beta_1-\Delta\beta_2)+2H\sin\beta^0\Delta\dot{\vartheta}-$$

$$-2K\beta^{00}+K(\Delta\beta_1-\Delta\beta_2)+D(\Delta\dot{\beta}_1-\Delta\dot{\beta}_2)+M_{x'}^{\text{в.с}}-M_{x''}^{\text{в.с}}=0. \qquad (5.29)$$

В уравнении (5.29) $2H\sin\beta^0\Omega-2K\beta^{00}=0$ так же, как и в каждом из уравнений (5.20) и (5.22), моменты $H\sin\beta^0\Omega$ и $K\beta^{00}$ взаимно уравновешиваются ($H\sin\beta_1^0\Omega=K\beta^{00}$ и $H\sin\beta_2^0\Omega=K\beta_2^{00}$).

Из дифференциальных уравнений (5.27) следует, что в выражение для гироскопического момента $M_y^\text{г}=-H\cos\beta^0\cos\chi(\Delta\beta_1+$

$\Delta\dot{\beta}_2$), уравновешивающего момент $M_y^{\text{в.с}}$, действующий вокруг оси Oy, входит сумма угловых скоростей $\Delta\dot{\beta}_1+\Delta\dot{\beta}_2$, а в выражение для гироскопического момента $M_z^{\text{г}}=-H\sin\beta^0(\Delta\dot{\beta}_1-\Delta\dot{\beta}_2)$, уравновешивающего момент $M_z^{\text{в.с}}$, действующий вокруг оси OZ, — разность угловых скоростей $\Delta\dot{\beta}_1-\Delta\dot{\beta}_2$.

В последнем случае при действии момента $M_z^{\text{в.с}}$ вокруг оси OZ гироскопы *1* и *2* (см. рис. 5.1) прецессируют вокруг осей O_1x' и O_2x'' в разные стороны с угловыми скоростями $\Delta\dot{\beta}_1>0$ и $\Delta\dot{\beta}_2<0$, а следовательно, с явным учетом знаков угловых скоростей $\Delta\dot{\beta}_1$ и $\Delta\dot{\beta}_2$ гироскопический момент, развиваемый гироскопами *1* и *2*, равен

$$M_z^{\text{г}}=-H\sin\beta^0(\Delta\dot{\beta}_1+\Delta\dot{\beta}_2).$$

Приближенные дифференциальные уравнения (5.27), (5.28), (5.29) представляют собой уравнения движения спутника и системы его стабилизации типа «V-крен». Систему дифференциальных уравнений (5.27), (5.28), (5.29) движения разделим на две, в первом приближении, независимые системы дифференциальных уравнений, определяющих продольное и боковое движение КЛА. Переходя к символической форме записи согласно (5.27) и (5.29) для продольного движения имеем

$$\begin{gathered}[J_zs^2+3(J_x-J_y)\Omega^2]\,\Delta\vartheta-H\sin\beta^0 s\delta\beta=M_z^{\text{в.с}};\\ [As^2+Ds+(H\cos\beta^0\Omega+K)]\,\delta\beta+2H\sin\beta^0 s\Delta\vartheta=M_{x'}^{\text{в.с}}-M_{x''}^{\text{в.с}},\end{gathered}\qquad(5.3)$$

где $\delta\beta=\Delta\beta_1-\Delta\beta_2$.

Для бокового движения, пренебрегая малым инерционным моментом $A\Delta\ddot{\beta}$, согласно (5.27) и (5.28) получаем

$$\begin{gathered}\{J_xs^2+2[H\cos\beta^0\Omega+2(J_z-J_y)\Omega^2]\}\,\Delta\gamma+[2H\cos\beta^0-(J_x+J_y-\\ -J_z)\Omega]\,s\Delta\psi+H\cos\beta^0(\sin\chi s-\cos\chi\Omega)\,\Delta\beta=M_x^{\text{в.с}};\\ \{J_ys^2+[2H\cos\beta^0\Omega+(J_z-J_x)\Omega^2]\}\,\Delta\psi-[2H\cos\beta^0-(J_x+J_y-\\ -J_z)\Omega]\,s\Delta\gamma+H\cos\beta^0(\cos\chi s+\sin\chi\Omega)\,\Delta\beta=M_y^{\text{в.с}};\qquad(5.31)\\ [Ds+(H\cos\beta^0\Omega+K)]\,\Delta\beta-2H\cos\beta^0(\cos\chi s-\sin\chi\Omega)\,\Delta\psi-\\ -2H\cos\beta^0(\sin\chi s+\cos\chi\Omega)\,\Delta\gamma+M_{x'}^{\text{в.с}}+M_{x''}^{\text{в.с}}=0,\end{gathered}$$

где $\Delta\beta=\Delta\beta_1+\Delta\beta_2$.

Дифференциальные уравнения (5.30) и (5.31) позволяют определить реакцию системы на моменты внешних сил $M_z^{\text{в.с}}$, $M_x^{\text{в.с}}$ и $M_y^{\text{в.с}}$, действующие на спутник и вокруг осей прецессии O_1x' и O_2x'' гиростабилизатора, а следовательно, оценить качество стабилизации спутника гравитационно-гироскопической системой «V-крен».

5.2. ПРОДОЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ СПУТНИКА

Рассмотрим продольное движение спутника. Полагая в (5.30) $M_{x'}^{\text{в.с}} = M_{x''}^{\text{в.с}} = M_z^{\text{в.с}} = 0$ и исключая из (5.30) $\delta\beta$, получаем характеристическое уравнение системы:

$$AJ_z\mu^4 + DJ_z\mu^3 + [3A(J_x - J_y)\Omega^2 + J_z(H\cos\beta^0\Omega + K) + 2H^2\sin^2\beta_0]\mu^2 +$$

$$+ 3D(J_x - J_y)\Omega^2\mu + 3(H\cos\beta^0\Omega + K)(J_x - J_y)\Omega^2 = 0. \qquad (5.32)$$

Если при $J_x > J_y$ и $H > 0$ коэффициенты характеристического уравнения положительны, то из последнего условия Гурвица, определяющего устойчивость движения системы (5.32), при $D > 0$ получаем

$$6H^2\sin^2\beta^0 > 0. \qquad (5.33)$$

Следовательно, движение системы устойчиво при любом H и $\beta^0 \neq 0$. Наглядное представление о продольном движении спутника, стабилизируемого гравитационно-гироскопической системой типа «V-крен», можно получить из рассмотрения простой модели системы (рис. 5.4). Модель системы продольной стабилизации КЛА представляет собой одноосный двухгироскопный стабилизатор с нижней маятниковостью ($K_z = Gl$) и с поплавковыми гироскопами, движение которых ограничено спиральными пружинами с жесткостями K_1 и K_2. При поворотах модели вокруг оси OZ возникает момент M_z^G от силы тяжести, равный

$$M_z^G = -Gl\sin\Delta\vartheta \simeq -Gl\Delta\vartheta = -K_z\Delta\vartheta. \qquad (5.34)$$

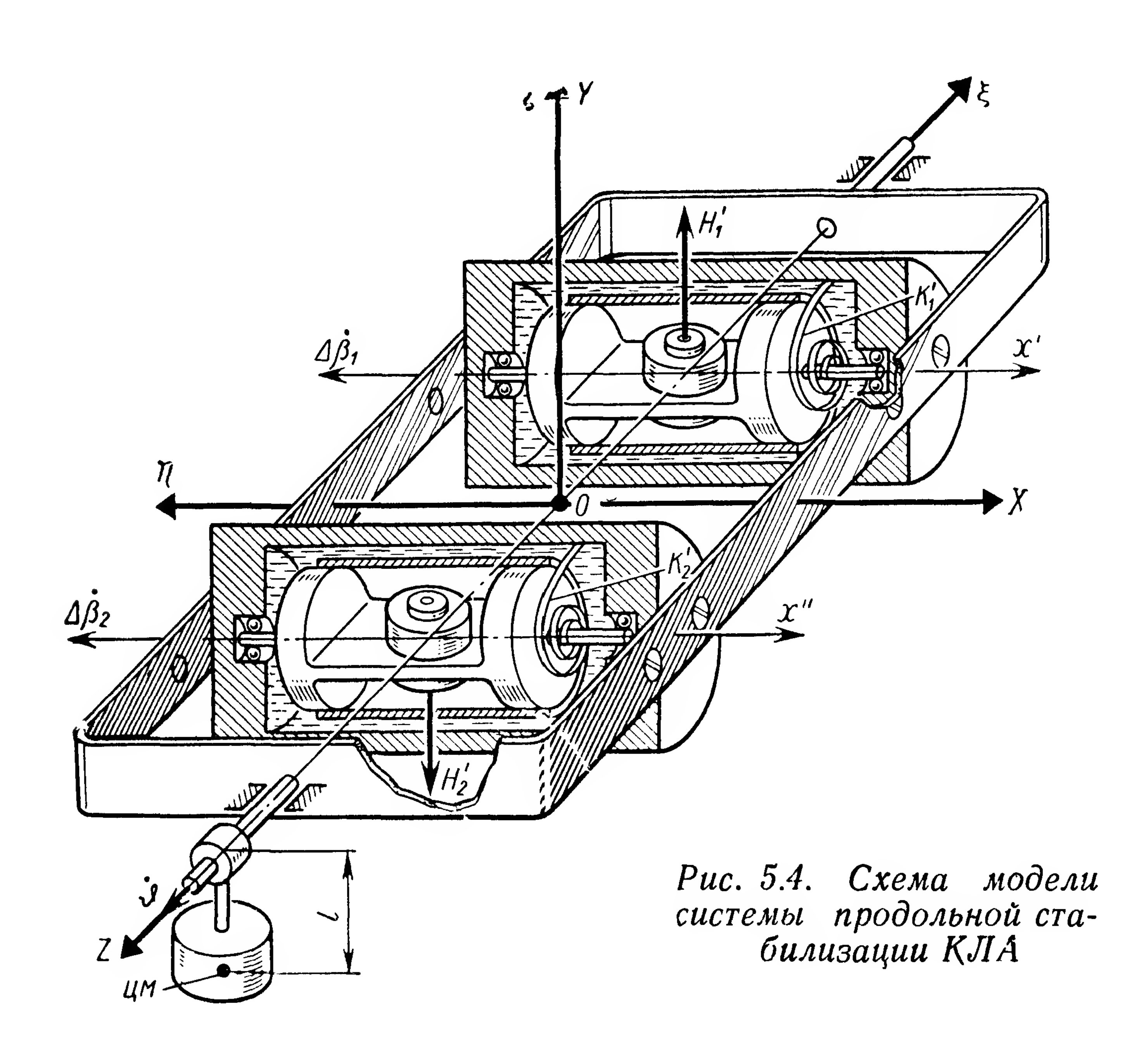


Рис. 5.4. Схема модели системы продольной стабилизации КЛА

В соответствии с рис. 5.4 и при условии, что

$$H'_1=H'_2=H',\ A'_1=A'_2=A',\ K'_1=K'_2=K_x,\ D'_1=D'_2=D,$$

для неподвижной опорной системы координат $O\xi\eta\zeta$ получаем дифференциальные уравнения движения модели в виде

$$(J_z s^2+Gl)\,\Delta\vartheta=K's\delta\beta+M_z^{\text{в.с}};$$
$$(As^2+D_x s+K_x)\,\delta\beta=-2H's\Delta\vartheta+M_x^{\text{в.с}}. \qquad (5.35)$$

В уравнении (5.35) собственный кинетический момент H' соответствует составляющей $H\sin\beta^0$, жесткость K_x пружины модели соответствует жесткости $K+H\cos\beta^0\Omega$, а крутизна Gl момента, создаваемого нижней маятниковостью (Gl), — крутизне $3(J_x-J_y)\Omega^2$ гравитационного момента. Исключая из дифференциальных уравнений (5.35) координаты $\delta\beta$ и полагая $M_z^{\text{в.с}}=M_x^{\text{в.с}}=0$, находим характеристическое уравнение модели:

$$AJ_z\mu^4+D_xJ_x\mu^3+(AGl+J_zK_x+2(H')^2)\mu^2+D_xGl\mu+GlK_x=0. \qquad (5.36)$$

Устойчивость движения модели (рис. 5.4), имитирующей продольное движение спутника, следует из условия Гурвица. Согласно последнему определителю Гурвица при положительных коэффициентах (5.36) и $D_x>0$ получаем

$$D_x^2J_z(AGl+J_zK_x+2(H')^2)Gl>AJ_zD_x^2G^2l^2+GlK_xD_x^2J_z^2 \qquad (5.37)$$

или

$$AGl+J_zK_x+2(H')^2>AGl+J_zK_x \qquad (5.38)$$

или $|H'|>0$. (5.39)

Из (5.39) следует, что движение гироскопической системы устойчиво при любом значении H'. При $D_x=0$ система все же (5.36) оказывается на границе колебательной устойчивости. Определим движение системы на границе ее колебательной устойчивости. При $D_x=0$ характеристическое уравнение (5.36) принимает вид

$$AJ_z\mu^4+(AGl+J_zK_x+2(H')^2)\mu^2+GlK_x=0. \qquad (5.40)$$

Обозначая $\mu^2=x$, получаем квадратное уравнение

$$x^2+\frac{AGl+J_zK_x+(2H')^2}{AJ_z}x+\frac{GlK_x}{AJ_z}=0, \qquad (5.41)$$

решением которого будет

$$x_{1,2}=-\frac{1}{2AJ_z}[AGl+J_zK_x+2(H')^2]\pm\frac{1}{2AJ_z}[AGl+J_zK_x+$$
$$+2(H')^2]\sqrt{1-\frac{4AJ_zGlK_x}{[AGl+J_zK_x+2(H')^2]^2}}. \qquad (5.42)$$

Полагая, что собственный кинетический момент H' гироскопа относительно велик, а $\frac{4AJ_zGlK_x}{[AGl+J_zK_x+2(H')^2]^2}<1$, и раскладывая подкоренное выражение (5.42) в степенной ряд, в первом приближении получаем значения корней x_1 и x_2:

$$x_1 \simeq -\frac{GlK_x}{AGl+J_zK_z+2(H')^2};$$
$$x_2 \simeq -\left(\frac{2(H')^2}{AJ_z}+\frac{K_x}{A}\right), \tag{5.43}$$

и значения корней $\lambda_{1,2}$ и $\lambda_{3,4}$ характеристического уравнения (5.41):

$$\mu_{1,2} \simeq \mp j\sqrt{\frac{Gl}{J_z+\frac{2(H')^2}{K_x}}};$$
$$\mu_{3,4} \simeq \mp j\sqrt{\frac{2(H')^2}{AJ_x}+\frac{K_x}{A}}.$$

При значительном увеличении собственного кинетического момента H' гироскопа приближенно получаем

$$\mu_{1,2} \simeq \mp j\sqrt{2\frac{GlK_x}{(H')^2}};$$
$$\mu_{3,4} \simeq \mp j\sqrt{\frac{2(H')^2}{AJ_z}}. \tag{5.44}$$

Формулы (5.44) определяют приближенные значения частот $n_н$ собственных незатухающих колебаний модели спутника при продольном его движении:

$$n_{н.у}=\sqrt{\frac{GlK_x}{2(H')^2}}; \quad n_{н.н}=\sqrt{\frac{2(H')^2}{AJ_2}}.$$

Частоты упругих $n_{н.у}$ и нутационных $n_{н.н}$ колебаний системы спутника «V-крен» являются важными динамическими ее характеристиками.

Применительно к системе «спутник — V-крен»

$$n_{н.у}=\sqrt{\frac{3(J_x-J_y)(H\cos\beta_0\Omega+K)\Omega^2}{2H^2\sin^2\beta_0}};$$
$$n_{н.н}=\sqrt{\frac{2H^2\sin^2\beta_0}{AJ_z}}. \tag{5.45}$$

Частоты $n_{н.у}$ и $n_{н.н}$ собственных колебаний системы используются при предварительной приближенной оценке характера переходных процессов, возникающих при продольных колебаниях спутника.

5.3. БОКОВОЕ ДВИЖЕНИЕ СПУТНИКА

Так же как и при рассмотрении продольного движения, обратимся к простейшей модели (рис. 5.5) бокового движения спутника в наиболее простом и наглядном случае, когда $\chi=0$, $J_x=J_y=J_z=J$. Гироскопы *1* и *2* (см. рис. 5.1), отклоненные от оси OZ на угол β^0, заменим одним гироскопом с эквивалентным собственным кинетическим моментом, равным $2H_0=2H\cos\beta^0$. Уравнения движения модели получаем из дифференциальных уравнений (5.31) бокового движения КЛА, полагая $M_x^{\text{в.с}}=M_y^{\text{в.с}}=M_{x'}^{\text{в.с}}=M_{x''}^{\text{в.с}}$ и по-прежнему имея в виду, что $\Delta\beta=\beta_1+\beta_2$, а также $A\Delta\ddot{\beta}=0$. При этом получаем

$$\begin{aligned}
&(Js^2+2H_0\Omega)\,\Delta\gamma+(2H_0J\Omega)\,s\Delta\psi-H_0\Omega\Delta\beta=0;\\
&(Js^2+2H_0\Omega)\,\Delta\psi-(2H_0-J\Omega)\,s\Delta\gamma+H_0s\Delta\beta=0;\\
&[Ds+(H_0\Omega+K)]\,\Delta\beta-2H_0s\Delta\psi-2H_0\Omega\Delta\gamma=0.
\end{aligned}\qquad(5.46)$$

Для движения рыскания КЛА, не зависимого от движения крена, т. е. в предположении, что $\Delta\gamma=\Delta\dot{\gamma}=0$, исключая из второго и третьего уравнений (5.46) координату $\Delta\beta$, имеем

$$\{JDs^3+[J(H_0\Omega+K)+2H_0^2]\,s^2+2H_0D\Omega s+2H_0\Omega(H_0\Omega+K)\}\,\Delta\psi=0.\qquad(5.47)$$

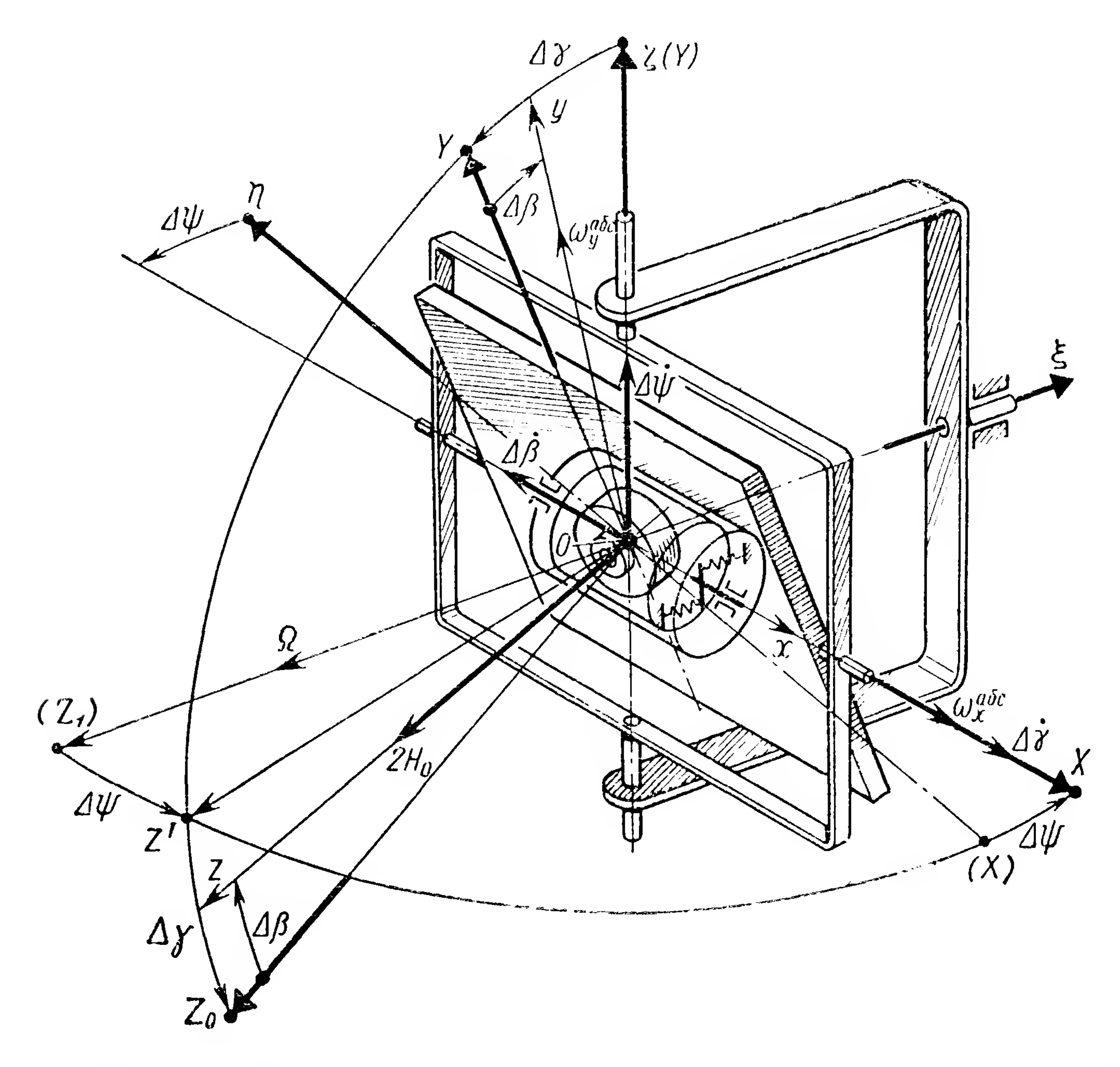


Рис. 5.5. Схема модели системы стабилизации бокового движения КЛА

Движение рыскания спутника, определяемое дифференциальным уравнением (5.47), устойчиво при $D>0$.

При $D=0$ получаем

$$\Delta\ddot{\psi}+\frac{H_0}{\frac{J}{2}+\frac{H_0^2}{H_0\Omega+K}}\Omega\Delta\psi=0. \qquad (5.48)$$

Решением (5.48) будет

$$\Delta\psi=\Delta\psi_0\sin(n_{н.р}t+\gamma_0),$$

где
$$n_{н.р}=\sqrt{\frac{H_0\Omega}{\frac{J}{2}+\frac{H_0^2}{H_0\Omega+K}}} \qquad (5.49)$$

— частота собственных незатухающих колебаний рыскания системы.

Частота $n_{н.р}$ незатухающих колебаний при ограниченном значении K с увеличением H_0 ($H_0\to\infty$) стремится к $n_{н.р}\simeq\Omega$, т. е. к частоте Ω вращения спутника на орбите. Если возмущающий момент, например $M_y^{в.с}$, изменяется с частотой Ω, то возникает опасность резонанса колебаний спутника и увеличение отклонений оси Oz ротора гироскопа от направления вектора $\bar{\Omega}$. Если значение H_0 ограничено, а увеличивается жесткость K пружины (в пределе при $K\to\infty$ гироскоп оказывается жестко связанным с корпусом спутника), то $n_р\simeq\sqrt{\frac{2H_0\Omega}{J}}$. Здесь $2H_0\Omega$ — крутизна характеристики восстанавливающего момента, развиваемого гироскопом при отклонении оси Oz его ротора от направления вектора $\bar{\Omega}$ (см. гл. 1).

Для движения крена спутника, не зависимого от движения рыскания (т. е. в предположении, что $\Delta\psi=\Delta\dot{\psi}=0$), исключая из первого и третьего уравнений (5.46) координату $\Delta\beta$, имеем

$$[JDs^3+J(H_0\Omega+K)s^2+2H_0\Omega Ds+2H_0\Omega K]\,\Delta\gamma=0. \qquad (5.50)$$

Непосредственно из (5.50) следует, что движение крена устойчиво при $D>0$, $H_0>0$ и $K>0$, а также (из условия Гурвица) при $(H_0\Omega+ +K)>0$. При этом, как это легко представить и из физических рассуждений (см. рис. 5.3, $\chi=0$), пружина является необходимым элементом в системе стабилизации спутника по крену, так как при $K=0$ гироскоп вокруг оси OX не сообщает КЛА восстанавливающего момента $K\Delta\gamma$.

При $D=0$ и $K>0$ получаем

$$\Delta\ddot{\gamma}+\frac{2K}{J+\frac{JK}{H_0\Omega}}\Delta\gamma=0. \qquad (5.51)$$

Решением (5.51) будет

$\Delta\gamma=\Delta\gamma_0 \sin(n_к t+\gamma_к)$,

$$\text{где } n_{н.к}=\sqrt{\frac{2K}{J+\frac{JK}{H_0\Omega}}} \qquad (5.52)$$

— частота собственных незатухающих колебаний системы по крену.

Частота $n_{н.к}$ собственных колебаний системы при ограниченном значении K с увеличением H_0 стремится к частоте упругих колебаний спутника $n_{к.у} \underset{H_0\to\infty}{\simeq} \sqrt{\frac{2K}{J}}$ при условии, что ось Oz ротора гироскопа сохраняет неизменное направление в пространстве. Если значение H_0 ограничено, а увеличивается жесткость K пружины ($K\to\infty$), то аналогично движению рыскания $n_{н.к}\simeq\sqrt{\frac{2H_0\Omega}{J}}$. При увеличении жесткости K ($K\to\infty$) пружина неблагоприятно влияет на продольное движение спутника и при большой жесткости K приводит к связыванию гироскопа с корпусом спутника. Уменьшение K снижает частоту собственных колебаний спутника и может привести к неустойчивости его движения.

Рассмотрим боковое движение спутника, управляемого системой стабилизации типа «V-крен», когда оси Ox' и Ox'' прецессии гироскопов наклонены по отношению к продольной оси OX спутника на угол, равный χ.

Исключая из дифференциальных уравнений (5.31) $\Delta\psi$ и $\Delta\beta$, получаем характеристическое уравнение системы

$$a_0\mu^5+a_1\mu^4+a_2\mu^3+a_3\mu^2+a_4\mu+a_5=0, \qquad (5.53)$$

где $a_0=DJ_xJ_y$;

$a_1=J_xJ_y(H_0\Omega+K)+2H_0^2(J_x\cos^2\chi+J_y\sin^2\chi)$;

$a_2=D\{J_x\Omega[2H_0+(J_z-J_x)\Omega]+2J_y\Omega[H_0+2(J_z-J_y)\Omega]+$
$+[2H_0-(J_x+J_y-J_z)\Omega]^2\}$;

$a_3=4H_0^2\Omega[(J_x+J_y-J_z)\Omega-2H_0]+2H_0^2\{[2H_0\Omega+4(J_z-J_y)\Omega^2-$
$-J_y\Omega^2]\cos^2\chi+[2H_0\Omega+(J_z-J_x)\Omega^2-J_x\Omega^2]\sin^2\chi\}+(H_0\Omega+K)\times$
$\times\{J_x\Omega[2H_0+J_z-J_x)\Omega]+2J_y\Omega[H_0+2(J_z-J_y)\Omega]+[2H_0-$
$-(J_x+J_y-J_z)\Omega]^2\}$;

$a_4=2D\Omega^2[H_0+2(J_z-J_y)\Omega][2H_0+(J_z-I_x)\Omega]$;

$a_5=2(H_0\Omega+K)[H_0+2(J_z-J_y)\Omega][2H_0+(J_z-J_x)\Omega]\Omega^2-$

$2H_0^2\Omega^3\{2[H_0+2(J_z-J_y)\Omega]\sin^2\chi+[2H_0+(J_z-J_x)\Omega]\cos^2\chi\}$,

где $H_0=H\cos\beta^0$.

Анализ характеристического уравнения (5.53) показывает, что система «спутник — V-крен» ($D>0$) при отключении пружины 7 (см. рис. 5.1) находится на границе устойчивости, а следовательно, пружины 7 являются необходимыми элементами в системе стабилизации «V-крен» при любом расположении гироскопов ($\chi \neq 0$).

В ряде монографий [4, 18] приведены всесторонние исследования движения спутника, стабилизируемого системой «V-крен», и даны рекомендации по выбору параметров системы «V-крен». Для выяснения особенностей влияния гиростабилизатора на движение спутника рассмотрим лишь частный случай бокового его движения. По-прежнему принимаем в дифференциальных уравнениях (5.31) и в характеристическом уравнении (5.53) $J_x=J_y=J_z=J$, а также полагаем $\chi=45°$ ($\sin\chi=\cos\chi=\sin 45°=\sqrt{2}/2$).

В целях определения частот собственных колебаний системы при боковом движении спутника, имея в виду, что практически частоты затухающих колебаний системы при $D\neq 0$ близки к частотам незатухающих ее колебаний, полагаем $D=0$. При этом коэффициенты характеристического уравнения (5.53) равны

$$\begin{aligned}
&a_0=0;\\
&a_1=J^2(H_0\Omega+K)+2H_0^2J;\\
&a_2=0;\\
&a_3=H_0J\Omega^2(2H_0+J\Omega)+K(4H_0^2+J^2\Omega^2);\\
&a_4=0;\\
&a_5=4H_0^2\Omega^2K,
\end{aligned} \tag{5.54}$$

а характеристическое уравнение системы принимает вид

$$\mu^4+\frac{a_3}{a_1}\mu^2+\frac{a_5}{a_1}=0. \tag{5.55}$$

Приближенные значения корней биквадратного характеристического уравнения (5.55) при условии, что

$$\Delta=\frac{4a_1a_5}{a_3^2}<1, \tag{5.56}$$

будут

$$\mu_{1,2}\simeq\pm j\sqrt{\frac{a_5}{a_3}},\quad \mu_{3,4}\simeq\pm j\sqrt{\frac{a_3}{a_1}}. \tag{5.57}$$

Условие (5.56) выполняется при малом значении K, так как при $K\to 0$ $\Delta\to 0$.

Подставляя значения a_1, a_3 и a_5 (из 5.54) в (5.57), получаем

$$\begin{aligned}
&\mu_{1,2}\simeq\pm j\sqrt{\frac{4H_0^2\Omega^2K}{H_0J\Omega^2(2H_0+J\Omega)+K(4H_0^2+J^2\Omega^2)}};\\
&\mu_{3,4}\simeq j\sqrt{\frac{H_0J\Omega^2(2H_0+J\Omega)+K(4H_0^2+J^2\Omega^2)}{H_0J(2H_0+J\Omega)+KJ^2)}}.
\end{aligned} \tag{5.58}$$

При малом значении K приближенно имеем

$$\mu_{1,2} \simeq \pm j \sqrt{\frac{K}{J} \frac{4H_0}{2H_0 + J\Omega}}; \tag{5.59}$$

$$\mu_{3,4} \simeq \pm j\Omega.$$

В пределе при $H_0 \to \infty$ $\mu_{1,2} \to \pm j \sqrt{\frac{2K}{J}}$, что соответствует частоте $n_{н.к}$ (5.52) при $H_0 \to \infty$, частота же $n_{н.р}$ (5.49) в пределе при $H_0 \to \infty$ соответствует частоте, определяемой корнем $\mu_{3,4}$. Корнем $\mu_{1,2}$ определяются низкочастотные колебания системы (значение K мало). Из формул (5.52) и (5.59) так же следует, что уменьшение жесткости K пружины снижает частоты собственных колебаний системы «спутник — V-крен». Кроме того, как было указано ранее, стабилизируемая система «спутник — V-крен» при $K=0$ находится на границе устойчивости (определитель системы $(a_1a_2-a_0a_3) \times (a_3a_4-a_2a_5) - (a_1a_4-a_0a_5)^2=0$). Однако и при $\chi=45°$ увеличение жесткости K пружин неблагоприятно влияет на продольное движение спутника, так как в пределе ($K \to \infty$) с увеличением K корпус спутника оказывается жестко связанным с гироскопом и гиростабилизатор уже не способствует затуханию собственных колебаний спутника при продольном его движении.

Эффективное затухание собственных колебаний системы «спутник — V-крен» также возможно только при относительно малой жесткости K пружин, так как соответствующие демпфирующие (диссипативные) моменты D возникают вследствие вязкого трения поплавков при их вращении в жидкости, а при $K \to \infty$ и $\dot{\beta}_1 \to 0$ и $\dot{\beta}_2 \to 0$, и $D\Delta\dot{\beta} \to 0$.

Частота, соответствующая корню $\mu_{3,4}$ собственных боковых колебаний системы «спутник — V-крен» вокруг центра масс спутника, близка к частоте Ω вращения спутника на орбите. При этом динамические характеристики системы «спутник — V-крен» при боковом его движении близки к динамическим характеристикам вращающегося спутника или спутника, стабилизируемого гироскопом, жестко закрепленным в его корпусе (см. гл. 1). Более эффективное влияние на динамику спутника оказывают активные методы стабилизации, рассматриваемые в гл. 6 и 7.

Гравитационно-гироскопическая система типа «V-крен» пригодна для стабилизации спутника при действии на него малых возмущающих моментов, низкой точности угловой его стабилизации и нежестких требованиях к качеству переходных процессов.

Глава 6

СТАБИЛИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ КЛА С ПОМОЩЬЮ МАХОВИКОВ

Стабилизация и управление движением КЛА вокруг центра его масс с помощью маховиков представляет собой «активный» метод стабилизации. На рис.

6.1 представлена принципиальная схема стабилизации и управления КЛА с помощью маховика вокруг одной из его связанных осей (ось OX). На корпусе *4* КЛА установлен тяжелый маховик *1*, вращающийся вокруг оси OX двигателем *2, 3*, управляемым с помощью усилителя *6*. На вход усилителя поступают сигналы с потенциометров *7, 8* и *9* гироскопа *10*, датчика угловой скорости *11* и задатчика разворотов *12*. Задатчик разворотов *12* включает в себя рукоятку *13* управления двигателем *14*, потенциометр *9* и переключатель *15* режимов стабилизации и управления.

6.1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ «КЛА — МАХОВИК»

Составим дифференциальное уравнение движения КЛА и маховика при их вращении вокруг оси OX. Полагаем, что ось OX является главной осью инерции корпуса КЛА и маховика.

Принимаем следующие обозначения:

$J_x^{\text{м}}$ и $J_x^{\text{к}}$* — осевые моменты инерции маховика и КЛА; $\Omega_x^{\text{абс.м}}$ и $\Omega_x^{\text{абс.к}}$ — абсолютные угловые скорости вращения маховика и КЛА;

$\mp M_{\dot\varphi}$ — момент сил сухого трения в опорах маховика; $M_x^{\text{с.м}}$ — момент сопротивления вращению маховика, включающий в себя момент аэродинамического сопротивления, момент вязкого трения в опорах маховика и др.

Полагая вначале, что вокруг осей OY и OZ движение КЛА стабилизировано идеально и не влияет на его движение вокруг оси OX, для маховика получаем

$$J_x^{\text{м}}\dot\Omega_x^{\text{абс.м}} = \mp M_{\dot\varphi} - M_x^{\text{с.м}} + M_x^{\text{дв.м}} = M_x^{\text{эф.м}};$$

$$\Omega_x^{\text{абс.м}} = \dot\varphi + \Omega_x^{\text{абс.к}}, \quad (6.1)$$

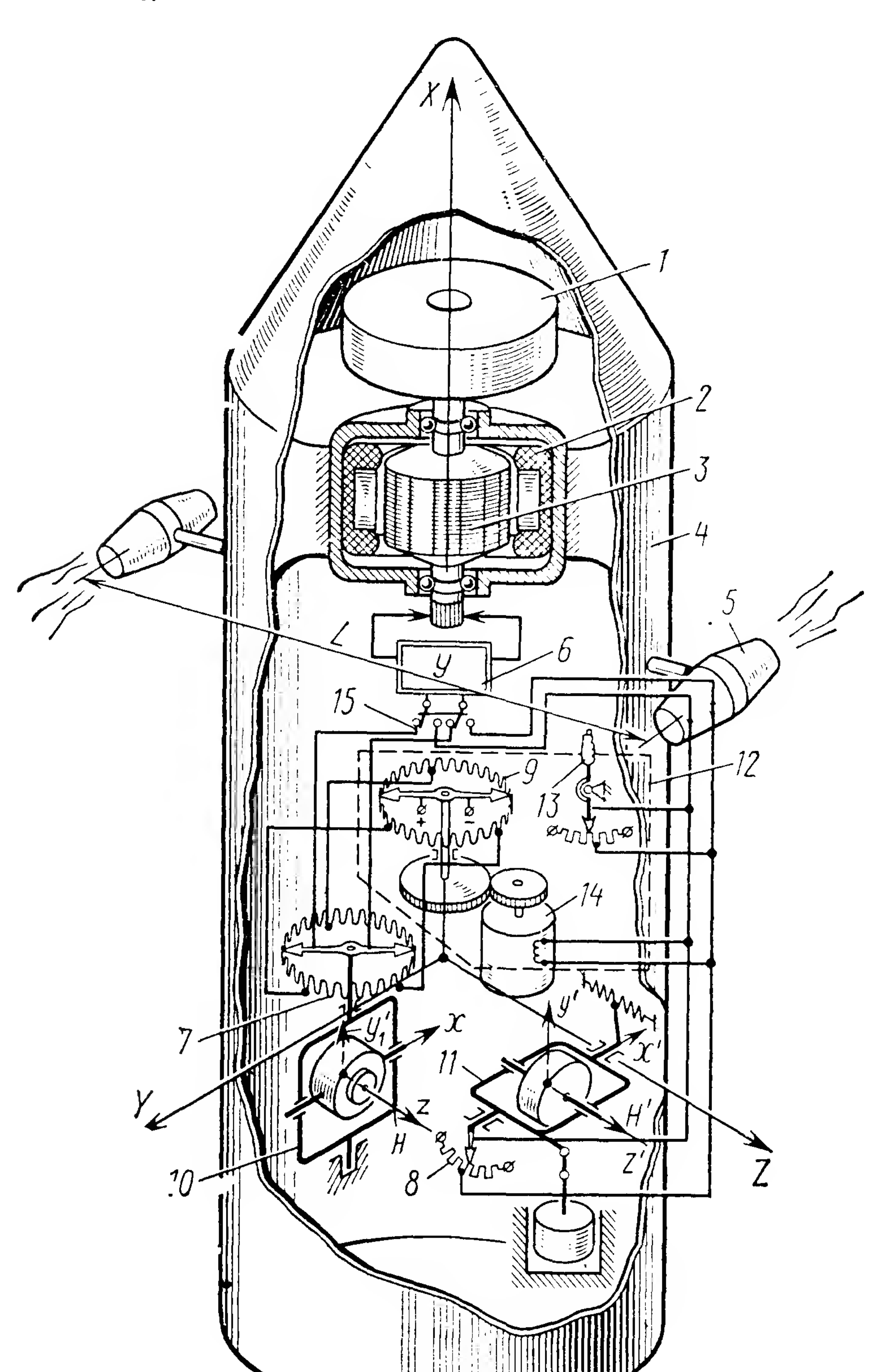


Рис. 6.1. Принципиальная схема стабилизации и управления КЛА с помощью маховика вокруг одной из его связанных осей:

1 — тяжелый маховик; *2, 3* — электродвигатель маховика; *4* — корпус КЛА; *5* — реактивные сопла; *6* — усилитель; *7, 8, 9* — потенциометры гироскопов; *10* — астатический гироскоп; *11* — датчик угловой скорости; *12* — задатчик разворотов; *13* — рукоятка разворотов; *14* — двигатель разворота; *15* — переключатель

---

* При рассмотрении движения КЛА, стабилизируемого путем вращения вокруг оси его симметрии, обозначения моментов инерции КЛА были выбраны такими же, как и для симметричного гироскопа. Здесь же КЛА — объект регулирования и его параметры обозначаем в соответствии с ГОСТом для летательных аппаратов.

где $M_x^{\text{эф.м}}$ — эффективный момент, вызывающий вращение маховика с угловым ускорением $\dot{\Omega}_x^{\text{абс.м}}$; $\dot{\varphi}$ — угловая скорость вращения маховика относительно корпуса КЛА.

Если в начале процесса стабилизации или управления $\dot{\varphi}=0$ (при этом $M^{\text{с.м}}=0$), то вращение маховика начинается только при условии, что

$$|M_x^{\text{дв.м}}| > |M_{\dot{\varphi}}|; \qquad (6.2)$$

при этом $M_x^{\text{дв.м}} = KI$, где K — крутизна характеристики электродвигателя, маховика, а I — управляющий ток, поступающий на якорь электродвигателя. В первом приближении для вращения маховика относительно корпуса КЛА необходимо, чтобы

$$|I| > \left|\frac{M_{\dot{\varphi}}}{K}\right| \qquad (6.3)$$

и движение маховика начинается при токе $I_{\text{н}} = M_{\dot{\varphi}}/K$, определяющем ток «нечувствительности» маховичного привода.

Увеличение момента $M_{\dot{\varphi}}$ сил сухого трения в опорах маховика приводит к увеличению тока $I_{\text{н}}$ привода и снижает точность стабилизации КЛА. При этом следует принимать конструктивные меры для уменьшения момента трения $M_{\dot{\varphi}}$ в опорах вала маховика, а крутизну K характеристики электродвигателя увеличивать. По-прежнему полагая, что движение КЛА вокруг оси OX не зависит от его движений относительно осей OY и OZ, для КЛА получаем

$$J_x^{\text{к}}\dot{\Omega}_x^{\text{абс.к}} = M_x^{\text{эф.к.м.}} + M_x^{\text{в.с.к}}, \qquad (6.4)$$

где $\dot{\Omega}_x^{\text{абс.к}}$ — абсолютное угловое ускорение вращения КЛА вокруг оси OX; $M_x^{\text{в.с.к}}$ — момент внешних сил, действующих на КЛА (аэродинамический момент, гравитационный момент, и др.); $M_x^{\text{эф.к.м}}$ — эффективный момент, действующий на КЛА со стороны маховика и равный моменту $M_x^{\text{эф.м}}$

$$M_x^{\text{эф.м}} = M_x^{\text{эф.к.м}}.$$

Если момент $M_x^{\text{в.с.к.м}}$ внешних сил, действующих на КЛА, равен нулю, то согласно (6.4) имеем

$$\dot{\Omega}_x^{\text{абс.к}} = \frac{M_x^{\text{эф.к.м}}}{J_x^{\text{к}}} = \frac{M_x^{\text{эф.м}}}{J_x^{\text{к}}}. \qquad (6.5)$$

На рис. 6.2 показана примерная характеристика асинхронного двигателя *2, 3* (см. рис. 6.1), представляющая собой зависимость $M_x^{\text{дв.м}} = F(\dot{\varphi})$. Эффективный момент $M_x^{\text{эф.к.м}}$ зависит не только от управляющего тока I, но также и от угловой скорости $\dot{\varphi}$:

$$M_x^{\text{эф.м}} = F_1(I, \dot{\varphi})_{\text{эф.к.м}}. \qquad (6.6)$$

Преобразуя равенство (6.4), получаем

$$J_x^{\text{к}}\dot{\Omega}_x^{\text{абс.к}} + J_x^{\text{м}}\dot{\Omega}_x^{\text{абс.м}} = M_x^{\text{в.с.к}}. \qquad (6.7)$$

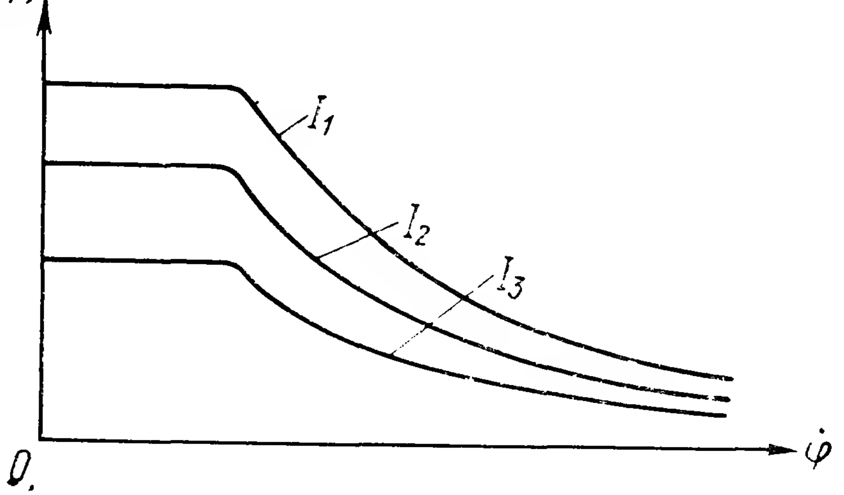


Рис. 6.2. Характеристики электродвигателя маховика

Последнее дифференциальное уравнение можно также непосредственно получить с помощью теоремы о моменте количества движения.

При вращении КЛА и маховика проекция θ_x момента количества движения системы на ось OX определяется суммой

$$\theta_x = J_x^{к} \Omega_x^{абс.к} + J_x^{м} \Omega_x^{абс.м}. \tag{6.8}$$

Дифференцируя равенство (6.8) по времени, на основании теоремы о моменте количества движения $\left(\frac{d\theta_x}{dt} = M_x^{в.с.к}\right)$ по-прежнему получаем дифференциальное уравнение (6.7). Моменты $M_x^{эф.к.м}$ и $M_x^{в.с.м}$ для механической системы КЛА — маховик являются внутренними моментами и, естественно, не содержатся в правой части равенства (6.7). Если момент внешних сил $M_x^{в.с.к} = 0$, то после интегрирования равенства (6.7) имеем

$$\Omega_x^{абс.к} = -\frac{J_x^{м}}{J_x^{к}} \Omega_x^{абс.м} + S_1, \tag{6.9}$$

где S_1 — постоянная интегрирования Полагая, что при $t = 0$ $\Omega_x^{абс.к} = \Omega_x^{абс.м} = 0$, получаем $S_1 = 0$.

6.2. СТАБИЛИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ КЛА С ПОМОЩЬЮ МАХОВИКОВ

Если на систему «КЛА — маховик» не действуют моменты внешних сил, то при вращении маховика с помощью двигателя *2, 3* с абсолютной угловой скоростью $\Omega_x^{абс.м}$ КЛА (при нулевых начальных условиях) вращается с абсолютной угловой скоростью $\Omega_x^{абс.к}$, определяемой по формуле (6.9), в сторону, противоположную угловой скорости $\Omega_x^{абс.м}$ вращения маховика. Если момент внешних сил $M_x^{в.с.к} \neq 0$, то интегрируя равенство (6.7), имеем

$$J_x^{к} \Omega_x^{абс.к} + J_x^{м} \Omega_x^{абс.м} = \int M_x^{в.с.к}(t)\, dt + S_2. \tag{6.10}$$

Полагая при $t = 0$ $\Omega_x^{абс.к} = \Omega_x^{абс.м} = 0$, $M_x^{в.с.к} = 0$, $S_2 = 0$, получаем

$$\Omega_x^{абс.м} \simeq \dot{\varphi} \simeq \int_0^t \frac{M_x^{в.с.к}(t)}{J_x^{м}} dt - \frac{J_x^{к}}{J_x^{м}} \Omega_x^{абс.к}. \tag{6.11}$$

Здесь можно принять $\Omega_x^{абс.м} \simeq \dot{\varphi}$, так как $\dot{\varphi} = \Omega_x^{абс.м} - \Omega_x^{абс.к}$

и в процессе работы маховика обычно

$$\left|\Omega_x^{абс.м}\right| \gg \left|\Omega_x^{абс.к}\right|, \text{ а также } J_x^{к} \gg J_x^{м}.$$

Момент $M_x^{эф.м}$, развиваемый двигателем маховика, равный моменту $M_x^{эф.к.м}$ действующему на КЛА, при управлении его вращением вокруг оси OX порождает приращение углового ускорения КЛА, равное

$$\Delta\dot{\Omega}_x^{абс.к} = \frac{M_x^{эф.к.м}}{J_x^{к}}. \tag{6.12}$$

Согласно (6.11) в процессе стабилизации КЛА угловая скорость $\Omega_x^{\text{абс.м}}$ вращения маховика зависит от предыстории действия момента $M_x^{\text{в.с.к}}$ внешних сил $\left(\int\limits_0^t M_x^{\text{в.с.к}}(t)\,dt\right)$ до рассматриваемого момента времени t. Следовательно, в соответствии с (6.6) и (6.11) управляющий (а также и стабилизирующий) эффективный момент, действующий на КЛА,

$$M_x^{\text{эф.к.м}} = M_x^{\text{эф.м}} = F_1'\left(I,\ \int\limits_0^t M_x^{\text{в.с.к}}(t)\,dt\right). \qquad (6.13)$$

сложным образом зависит от предыстории действия момента $M_x^{\text{в.с.к}}$ внешних сил на КЛА, уровня управляющего тока I, что существенно затрудняет формирование каналов управления и стабилизации КЛА.

Допустим, что в режиме управления движением КЛА вокруг оси OX необходимо разворачивать КЛА с угловой скоростью $\Omega_x^{\text{абс.к}\,0}$. Допустим, что электродвигатель *2, 3* маховика развивает постоянный момент, равный $M_x^{\text{дв.м}\,0}$, который в случае идеального маховика равен моменту $M_x^{\text{эф.м}\,0}$ (в формуле (6.11) здесь полагаем $M_x^{\text{в.с.к}}=0$). При этом получаем, что $\Omega_x^{\text{абс.к}\,0} = \text{const}$ и, следовательно,

$$\Omega_x^{\text{абс.к}\,0} = \dot{\Omega}_x^{\text{абс.к}\,0} t_0, \qquad (6.14)$$

где t_0 — время действия момента $M_x^{\text{эф.м}\,0}$.

Обращаясь к (6.12), имеем

$$\Omega_x^{\text{абс.к}\,0} = \frac{M_x^{\text{эф.к.м}\,0}}{I_x^{\text{к}}} t_0 \qquad (6.15)$$

и, следовательно,

$$t_0 = \frac{\Omega_x^{\text{абс.к}\,0} J_x^{\text{к}}}{M_x^{\text{эф.к.м}\,0}}. \qquad (6.16)$$

За это же время t_0 в режиме управления КЛА угловая скорость $\Omega_x^{\text{абс.м}}$ вращения маховика согласно (6.11) достигает величины

$$\Omega_x^{\text{абс.м}} = -\frac{J_x^{\text{к}}}{J_x^{\text{м}}} \Omega_x^{\text{абс.к}\,0}. \qquad (6.17)$$

Формула (6.17) также непосредственно следует и из формулы (6.9). Практически $J_x^{\text{к}} \gg J_x^{\text{м}}$, а следовательно, возникает опасность «насыщения» маховика за малое время t_0 управления движением КЛА, т. е. достижения маховиком максимально допустимой угловой скорости $\Omega_x^{\text{абс.м}\max}$ вращения, ограниченной либо предельной мощностью электродвигателя (рис. 6.2), либо допустимым пределом прочности материала маховика, обод которого может быть разрушен центробежными силами или кориолисовыми силами, возникающими при поворотах КЛА вокруг осей OY и OZ.

Если угловая скорость вращения маховика достигает максимально допустимого значения $\Omega_x^{\text{абс.м}\max}$, то маховичная система управления и стабилизации КЛА выключается переключателем *15* и включается система стабилизации КЛА реактивными соплами *5*, при этом угловая скорость $\Omega_x^{\text{абс.м}}$ маховика снижается путем

его торможения двигателем *2, 3* до полной остановки. По окончании режима торможения маховик снова используется для стабилизации и управления КЛА, а реактивные сопла *5* выключаются. В режиме стабилизации, когда на КЛА действуют моменты $M_x^{\text{в.с.к}}$ внешних сил, при $M_x^{\text{эф.к.м}} = 0$ согласно (6.4) КЛА приобретает угловое ускорение

$$\dot{\Omega}_x^{\text{абс.к}} = \frac{M_x^{\text{в.с.к}}}{J_x^{\text{к}}}. \tag{6.18}$$

Представим, что канал маховичной стабилизации идеальный и что в тот же начальный момент времени $t=0$ мгновенно возникает момент $M_x^{\text{эф.к.м}}$, сообщаемый КЛА электродвигателем маховика, равный $M_x^{\text{в.с.к}}$ и направленный в сторону, противоположную моменту $M_x^{\text{в.с.к}}$.

В этом случае угловое ускорение, определяемое по формуле (6.4), не возникает, так как

$$\dot{\Omega}_x^{\text{абс.к}} = \frac{M_x^{\text{в.с.к}} - M_x^{\text{эф.к.м}}}{J_x^{\text{к}}} = 0. \tag{6.19}$$

Однако при этом электродвигатель идеального маховика развивает момент $M_x^{\text{дв м}} = M_x^{\text{эф.м}} = M_x^{\text{в.с.к}}$ и согласно (6.1) сообщает маховику угловое ускорение, равное

$$\dot{\Omega}_x^{\text{абс.м}} = \frac{M_x^{\text{эф.м}}}{J_x^{\text{м}}}. \tag{6.20}$$

Интегрируя равенство (6.20), получаем формулу

$$\Omega_x^{\text{абс.м}} = \frac{\int_0^t M_x^{\text{эф.м}}(t)\,dt}{J_x^{\text{м}}} = \frac{\int_0^t M_x^{\text{в.с.к}}(t)\,dt}{J_x^{\text{м}}}, \tag{6.21}$$

определяющую угловую скорость $\Omega_x^{\text{абс.м}}$ вращения маховика Если в течение длительного времени знак момента $M_x^{\text{в.с.к}}$ не изменяется, то угловая скорость $\Omega_x^{\text{абс.м}}$ так же, как и при управлении КЛА, достигает максимально допустимого значения $\Omega_x^{\text{абс.м max}}$.

В процессе идеальной стабилизации КЛА с помощью маховика момент $M_x^{\text{в.с.к}}$ внешних сил, действующий на КЛА, как бы сообщается маховику, который (при нулевых начальных условных) под действием этого момента приобретает угловое ускорение в $J_x^{\text{к}}/J_x^{\text{м}}$ раз большее, чем приобрел бы КЛА при отсутствии системы стабилизации.

6.3. ЭНЕРГИЯ, ПОТРЕБЛЯЕМАЯ ДВИГАТЕЛЯМИ МАХОВИКОВ

«Активная» стабилизация и управление КЛА с помощью маховиков требует непрерывной затраты энергии на их вращение и на вращение КЛА Для оценки расхода энергии, потребляемой системой «маховик—КЛА», по-прежнему ограничимся рассмотрением управления КЛА только вокруг одной оси *OX* Полагаем, что задача состоит в том, чтобы неподвижному в начальный момент времени ($t=0$) в абсолютном пространстве КЛА сообщить вокруг оси *OX* угловую ско-

рость $\Omega_x^{абс.к}$. При этом кинетическая энергия КЛА возрастает на величину

$$\Delta T_к = \frac{1}{2} J_x^к (\Omega_x^{абс.к})^2. \tag{6.22}$$

Считаем, что в начальный момент времени ($t=0$) маховик уже приобрел угловую скорость $\Omega_x^{абс.м\,0}$ и его кинетическая энергия при $t=0$

$$T_{м0} = \frac{1}{2} J_x^м (\Omega_x^{абс.м\,0})^2. \tag{6.23}$$

В процессе управления движением КЛА маховик изменяет угловую скорость на величину $\Delta\Omega_x^{абс.м}$ и, следовательно, в момент времени t угловая скорость $\Omega_x^{абс.м}$ вращения маховика

$$\Omega_x^{абс.м} = \Omega_x^{абс.м\,0} + \Delta\Omega_x^{абс.м}, \tag{6.24}$$

а кинетическая энергия маховика

$$T_м = \frac{1}{2} J_x^м (\Omega_x^{абс.м\,0} + \Delta\Omega_x^{абс.м})^2. \tag{6.25}$$

За время t изменение $\Delta T_м$ кинетической энергии маховика

$$\Delta T_м = T_м - T_{м0} = J_x^м \Omega_x^{абс.м\,0} \Delta\Omega_x^{абс.м} + \frac{1}{2} J_x^м (\Delta\Omega_x^{абс.м})^2. \tag{6.26}$$

и полное изменение ΔT кинетической энергии системы, которое происходит в результате действия момента, развиваемого электродвигателем маховика, потребляющего энергию от бортовых источников питания, равно

$$\Delta T = \Delta T_к + \Delta T_м = \frac{1}{2} J_x^к (\Omega_x^{абс.к})^2 + J_x^м \Omega_x^{абс.м\,0} \Delta\Omega_x^{абс.м} + \frac{1}{2} J_x^м (\Delta\Omega_x^{абс.м})^2. \tag{6.27}$$

Определим отношение n полного приращения кинетической энергии системы «КЛА — маховик» к приращению кинетической энергии только КЛА, необходимому для достижения КЛА угловой скорости $\Omega_x^{абс.к}$ например, в случае непосредственного действия управляющего момента внешних сил на КЛА.

Обращаясь к (6.22) и (6.27), получаем

$$n = \frac{\Delta T}{\Delta T_к} = 1 + \frac{J_x^м}{J_x^к} \frac{\Omega_x^{абс.м\,0} \Delta\Omega_x^{абс.м}}{(\Omega_x^{абс.к})^2} + \frac{J_x^м}{J_x^к} \left(\frac{\Delta\Omega_x^{абс.м}}{\Omega_x^{абс.к}} \right)^2. \tag{6.28}$$

Имея в виду, что в процессе управления на систему «КЛА — маховик» не действует момент $M_x^{в.с\,к}$ внешних сил и момент количества движения θ_0 системы «КЛА — маховик» остается неизменным, т. е. если в момент времени $t=0$

$$J_x^м \Omega_x^{абс.м0} = \theta_0, \tag{6.29}$$

то и в момент времени t

$$J_x^м \Omega_x^{абс.м} + J_x^м \Delta\Omega_x^{абс.м} + J_x^к \Omega_x^{абс.к} = \theta_0. \tag{6.30}$$

Вычитая из левой и правой частей равенства (6.30) правые и левые части равенства (6.29), получаем

$$J_x^м \Delta\Omega_x^{абс.м^0} + J_x^к \Omega_x^{абс.к} = 0, \tag{6.31}$$

или

$$\Delta\Omega_x^{\text{абс.к}} = -\frac{J_x^{\text{м}}}{J_x^{\text{к}}}\,\Delta\Omega_x^{\text{абсм}}. \qquad (6.32)$$

Подставляя значение $\Omega_x^{\text{абс.к}}$ из (6.32) в (6.28), имеем

$$n = 1 + \frac{J_x^{\text{к}}}{J_x^{\text{м}}} + \frac{J_x^{\text{к}}}{J_x^{\text{м}}}\,\frac{\Omega_x^{\text{абс.м}\,0}}{\Delta\Omega_x^{\text{абс.м}}}. \qquad (6.33)$$

Так как отношение $J_x^{\text{к}}/J_x^{\text{м}}$ практически велико, то и отношение n энергии, необходимой для управления КЛА с помощью маховиков, к энергии, затрачиваемой в случае непосредственного приложения управляющего момента к корпусу КЛА, оказывается весьма значительным.

Другим недостатком управления КЛА вокруг центра его масс с помощью маховиков является эффективная зависимость между движениями КЛА вокруг связанных его осей $OXYZ$, порождаемая гироскопическими моментами, развиваемыми маховиками в процессе управления КЛА. Зависимость между движениями вокруг связанных осей OX, OY, OZ КЛА при управлении им с помощью маховиков приводит к необходимости формирования сложной структуры каналов стабилизации и управления, при этом нецелесообразно использование маховиков при одновременном управлении КЛА вокруг трех связанных осей $OXYZ$.

Такое управление практически осуществляется не одновременно, а путем последовательных поворотов КЛА вокруг каждой из связанных осей.

6.4. ФОРМИРОВАНИЕ КАНАЛА СТАБИЛИЗАЦИИ КЛА

Рассмотрим простейший случай формирования идеальной одноосной системы стабилизации КЛА с помощью маховичного привода.

Допустим, что управление двигателем маховика осуществляется от астатического гироскопа *10* и датчика угловой скорости *11* (рис. 6.1). Момент, развиваемый двигателем $M_x^{\text{дв.м}} = kI$.

Полагаем, что характеристика канала управления маховиком в пределах малого угла $\Delta\psi$ линейная и, следовательно, согласно рис. 6.1 имеем $I = -E_1'\Delta\psi - E_2'\Delta\dot\psi$, где E_1' и E_2' — крутизны характеристик каналов управлением двигателем (2.3), а также

$$M_x^{\text{дв.м}} = -k\,(E_1'\Delta\psi + E_2'\Delta\dot\psi) = -E_1\Delta\psi - E_2\Delta\dot\psi; \qquad (6.34)$$

$$E_1 = kE_1',\; E_2 = kE_2'.$$

Подставляя значения момента $M_x^{\text{дв.м}} \simeq M_x^{\text{эф.к.м}}$ в дифференциальное уравнение (6.4), получаем

$$J_x^{\text{к}}\dot\Omega_x^{\text{абс.к}} = -E_1\Delta\psi - E_2\Delta\dot\psi + M_x^{\text{в.с.к}}. \qquad (6.35)$$

Обозначая $\dot\Omega_x^{\text{абс.к}} = \Delta\ddot\psi$, имеем

$$J_x^{\text{к}}\Delta\ddot\psi + E_2\Delta\dot\psi + E_1\Delta\psi = M_x^{\text{в.с.к}} \text{ или}$$

$$\Delta\ddot\psi + \frac{E_2}{J_x^{\text{к}}}\Delta\dot\psi + \frac{E_1}{J_x^{\text{к}}}\Delta\psi = \frac{M_x^{\text{в.с}}}{J_x^{\text{к}}}. \qquad (6.36)$$

Из (6.36) видно, что КЛА, управляемый вокруг оси OX маховиком по схеме, при-

веденной на рис. 6.1, представляет собой колебательное звено с частотой свободных незатухающих колебаний

$$n_н = \sqrt{\frac{E_1}{J_x^к}}$$

и статической погрешностью

$$\Delta\psi_{ст} = \frac{M_x^{в.с\,0}}{E_1}, \quad M_x^{в.с\,0} = \text{const}.$$

Эффективность затухания свободных колебаний КЛА определяется крутизной E_2 характеристики момента, развиваемого управляющим двигателем, по угловой скорости $\Delta\dot{\psi}$. Дальнейшее уточнение характеристик канала стабилизации КЛА с помощью маховика определяется задачами, возлагаемыми на систему стабилизации КЛА и возможностями технической реализации элементов этой системы.

Конкретные схемы стабилизации и управления КЛА с помощью маховиков в связи с ограниченностью объема книги здесь не рассматриваются.

Глава 7

СТАБИЛИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ КЛА ГИРОСКОПИЧЕСКИМ ПРИВОДОМ, ПРЕДСТАВЛЯЮЩИМ СОБОЙ ДВА СПАРЕННЫХ ГИРОСКОПА С ТРЕМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Задача активной стабилизации и управления КЛА вокруг центра его масс, например, может быть решена с помощью трех одноосных двухроторных гироскопических стабилизаторов (гироприводов) (см. гл. 2). Схема пространственной системы гироскопической стабилизации и управления КЛА вокруг центра его масс содержит шесть гироскопов.

Для тех же целей может быть использован гиропривод (рис. 7.1, *а*), представляющий собой два спаренных гироскопа с тремя степенями свободы *. Такой гиропривод обеспечивает стабилизацию и управление движением КЛА вокруг двух осей стабилизации (например, осей OX и OZ), стабилизация же КЛА вокруг третьей связанной его оси OY может быть осуществлена с помощью одноосного гиростабилизатора. При этом активная система пространственной стабилизации и управления КЛА будет содержать только три гироскопа. Активный метод стабилизации и управления КЛА на примере одноосного гиростабилизатора излагается в гл. 2. Здесь же рассмотрим задачу о стабилизации и управлении КЛА вокруг двух связанных его осей OX и OZ с помощью гиропривода, представляющего собой два гироскопа с тремя степенями свободы, спаренных с помощью бугелей и ленточных передач.

---

* В иностранной литературе такой привод называют коническим гироприводом, так как, например, при угле $\beta_1 = \beta_1^0 = \text{const}$ и при вращении гироскопов вокруг оси $O_1y_1^{I}$ с угловой скоростью α_1 оси O_1z^{I} (и O_1z^{II}) гироскопов описывают в пространстве круговые конусы (см. рис. 7.2).

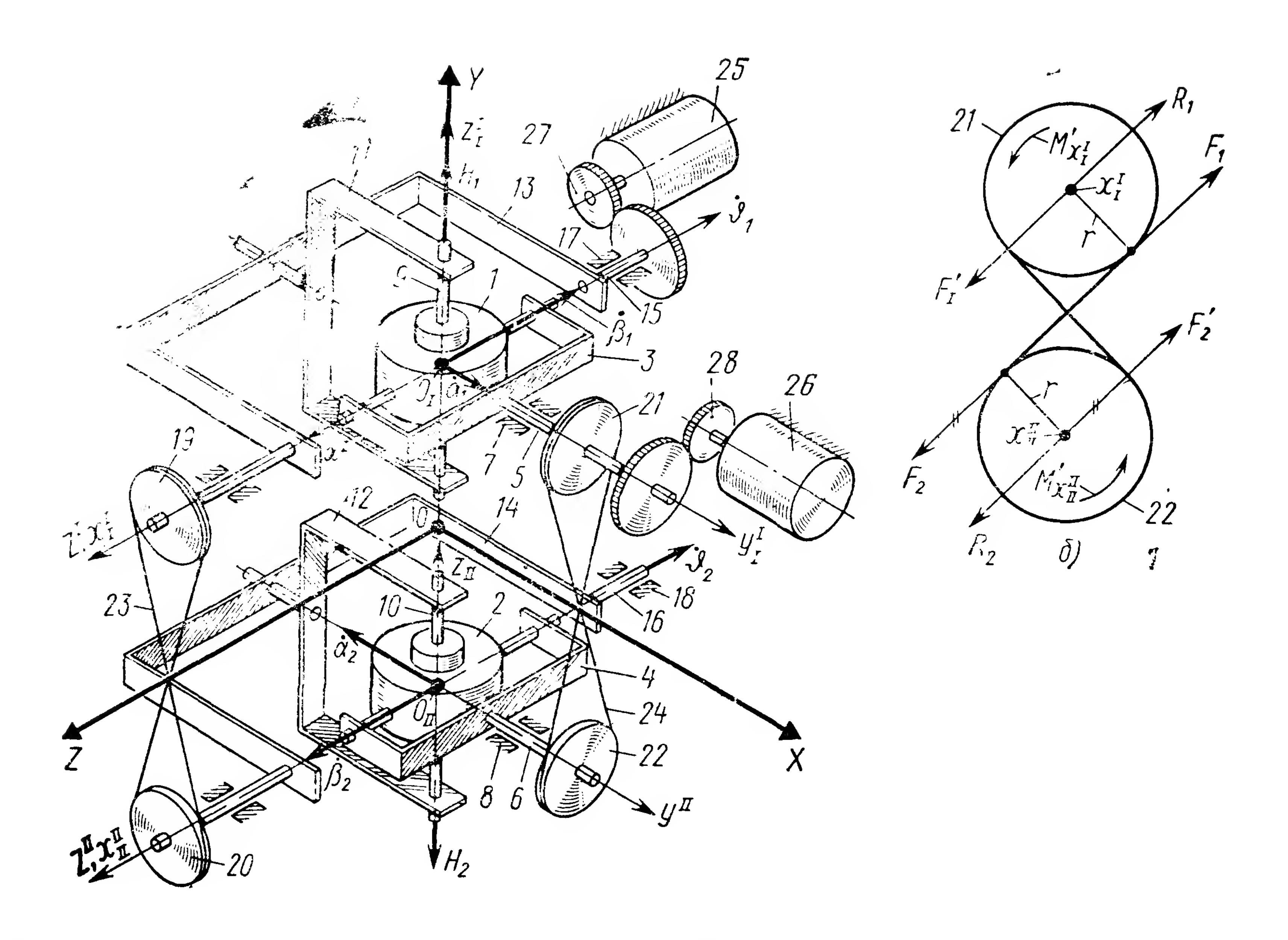


Рис. 7.1. Схема гиропривода, представляющего собой два спаренных гироскопа с тремя степенями свободы:

1, 2 — кожухи гиромоторов; *3, 4* — наружные рамы; *5, 6* — полуоси; *7, 8* — подшипники, *9, 10* — полуоси кожухов гироскопов; *11, 12* — вилки; *13, 14* — бугели *15, 16* — полуоси; *17, 18* — подшипники, *19, 20, 21, 22* — шкивы; *23, 24* — ленточные передачи; *25, 26* — управляющие двигатели; *27, 28* — редукторы

Схема двухгироскопного привода-гиростабилизатора с бугелями представлена на рис. 7.1, *а*. Привод-гиростабилизатор представляет собой устройство, состоящее из двух гироскопов с тремя степенями свободы, включающих в себя роторы и кожухи *1* и *2* (роторы гироскопов находятся внутри кожухов и на рис. 7.2 не показаны). Оси кожухов *1* и *2* поворачиваются в опорах наружных рам *3* и *4* и имеют полуоси *5* и *6*. Наружные рамы *3* и *4* вместе с полуосями *5* и *6* поворачиваются в подшипниках *7* и *8* относительно корпуса КЛА. Специальные полуоси *9* и *10* кожухов гироскопов с помощью вилок *11* и *12* связаны с бугелями *13* и *14*, поворачивающимися на полуосях *15* и *16* в подшипниках *17* и *18* относительно корпуса КЛА. Полуоси *15* и *16* бугелей *13* и *14* связаны с помощью ленточной передачи, состоящей из шкивов *19* и *20* и ленты *23, 24;* полуоси *5* и *6* наружных рам карданова подвеса также связаны с помощью ленточной передачи, состоящей из шкивов *21* и *22* и ленты *24*.

7.1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ГИРОСКОПОВ

Обратимся к рис. 7.2, где обозначены углы α_1 и β_1 поворота одного из спаренных гироскопов, а также оси координат, связан-

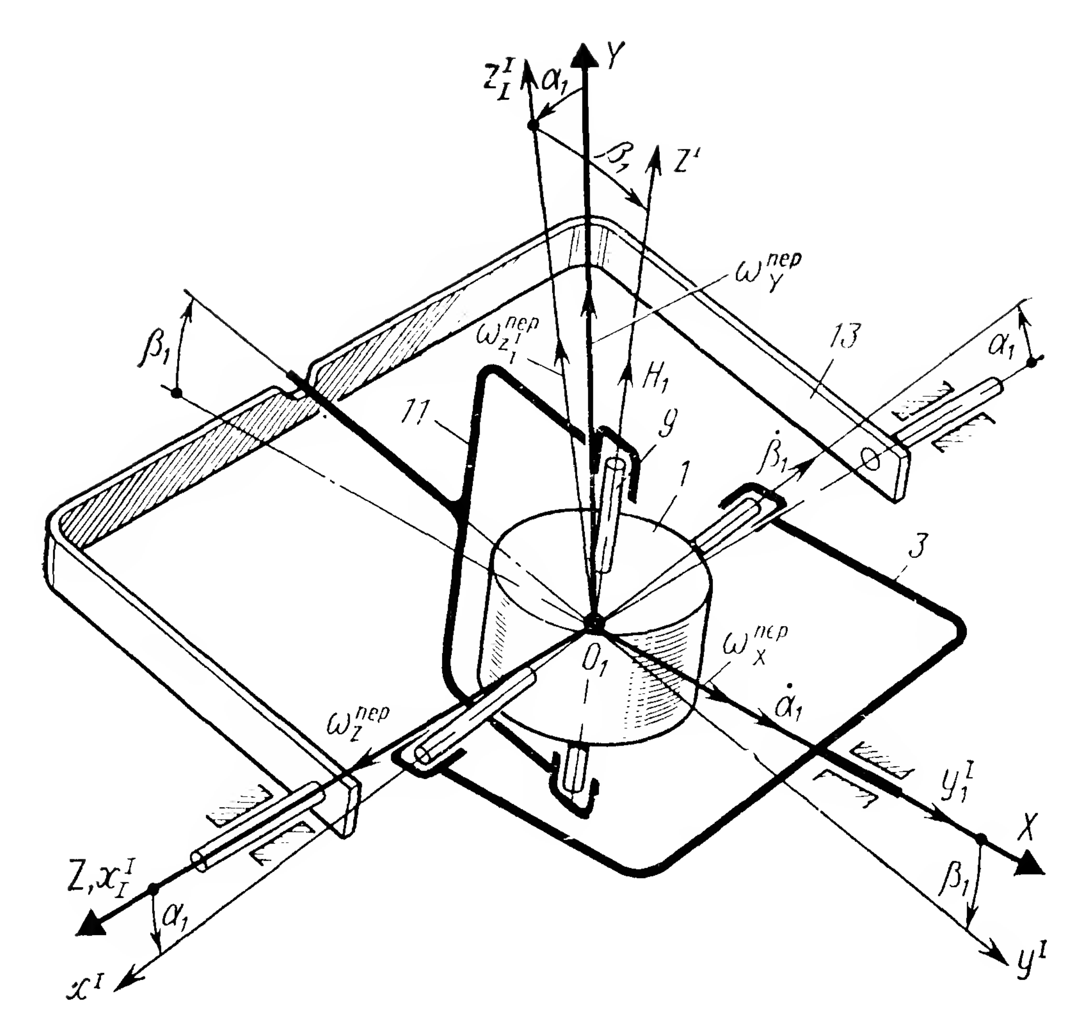


Рис. 7.2. Расположение координатных осей гироскопа

ные с КЛА (O_1XYZ)*. С наружной рамой карданова подвеса связаны оси O_1x^{I}, O_1y^{I} и Oz_0^{I}; с кожухом гироскопа — оси Ox^{I}, Oy^{I} и Oz^{I}; с бугелем — ось $O_1x_0^{\mathrm{I}}$, углы α_1 и β_1 определяют направление оси O_1z^{I} ротора гироскопа относительно опорных осей O_1XYZ координат, связанных с КЛА.

Составим приближенные уравнения движения гироскопа *1* в осях, связанных с наружной рамкой карданова подвеса (в осях карданова подвеса). Моментами инерции бугеля пренебрегаем. Тогда в соответствии с обозначениями, принятыми в (2.10)—(2.12), получаем

$$\sum M_{y_1^{\mathrm{I}}}=0;\quad -J_0^{\mathrm{I}}\dot\omega_{y_1^{\mathrm{I}}}^{\text{абс}}+H_1\cos\beta_1\omega_{x^{\mathrm{I}}}^{\text{абс}}+M_{y_1^{\mathrm{I}}}^{\text{в.с}}+M_{y_1^{\mathrm{I}}}^{\text{упр}}=0;$$

$$\sum M_{x^{\mathrm{I}}}=0;\quad -A_0^{\mathrm{I}}\dot\omega_{x^{\mathrm{I}}}^{\text{абс}}-H_1\cos\beta_1\omega_{y_1^{\mathrm{I}}}^{\text{абс}}+H_1\sin\beta_1\omega_{z_0^{\mathrm{I}}}^{\text{пер}}+M_{x^{\mathrm{I}}}^{\text{в.с}}+$$

$$+M_{x^{\mathrm{I}}}^{\text{упр}}=0. \qquad (7.1)$$

При этом следует также учитывать момент $M'_{z_0^{\mathrm{I}}}=-H_1\sin\times\times\beta_1\omega_{x^{\mathrm{I}}}^{\text{абс}}$, действующий на КЛА, и его составляющие $M'_y=-H_1\sin\beta_1\omega_{x^{\mathrm{I}}}^{\text{абс}}\cos\alpha_1$ и $M'_z=-H_1\sin\beta_1\omega_{x^{\mathrm{I}}}^{\text{абс}}\sin\alpha_1$, также действующие на КЛА.

---

* На рис. 7.2 начало O трехгранника $OXYZ$ совмещено с началом O_1 трехгранника $O_1x^{\mathrm{I}}y\,z^{\mathrm{I}}$.

Моменты внешних сил $M^{в.с}_{x^I_0}$, $M^{в.с}_{y^I_1}$ и управляющие моменты $M^{упр}_{x^I_0}$, $M^{упр}_{y^I_1}$ действуют вокруг осей $x^I_0(Z)$ и $y^I_1(X)$.

Моменты $M^{в.с}_{x^I_0}$ и $M^{упр}_{x^I_0}$ раскладываем на оси x^I и z^I_0.

При этом момент

$$M_{x^I} = (M^{в.с}_{x^I_0} + M^{упр}_{x^I_0}) \cos \alpha_1 \tag{7.2}$$

действует на кожух гироскопа, а момент

$$M''_{z^I_0} = (M^{в.с}_{x^I_0} + M^{упр}_{x^I_0}) \sin \alpha_1 \tag{7.3}$$

через связи действует на КЛА.

Момент $M''_{z^I_0}$, действующий на КЛА, раскладываем на оси OY и OZ:

$$M''_y = M''_{z^I_0} \cos \alpha_1 = (M^{в.с}_{x^I_0} + M^{упр}_{x^I_0}) \sin \alpha_1 \cos \alpha_1; \tag{7.4}$$

$$M''_z = M''_{z^I_0} \sin \alpha_1 = (M^{в.с}_{x^I_0} + M^{упр}_{x^I_0}) \sin^2 \alpha_1.$$

Вокруг оси OZ КЛА также действует момент реакций

$$M^R_z = -(M^{в.с}_{x^I_0} + M^{упр}_{x^I_0}) \tag{7.5}$$

и, следовательно,

$$M'''_z = M''_z + M^R_z = -(M^{в.с}_{x^I_0} + M^{упр}_{x^I_0}) \cos^2 \alpha_1. \tag{7.6}$$

Опоры бугеля *13* (рис. 7.1) считаем идеальными и моментами сопротивления, возникающими в его элементах, пренебрегаем.

Уравнение движения гироскопа *1* согласно (7.2) с учетом моментов внешних сил $M^{в.с}_{x_0}$ и управляющего момента $M^{упр}_{x_0}$ действующих непосредственно вокруг оси $O_1x_0{}^I$, будет (см. рис. 7.2):

$$-\frac{A^I_0}{\cos \alpha_1} \dot{\omega}^{абс}_{x^I} - H_1 \frac{\cos \beta_1}{\cos \alpha_1} \omega^{абс}_{y^I_1} + H_1 \frac{\sin \beta_1}{\cos \alpha_1} \omega^{пер}_{z^I_0} + M^{в.с}_{x^I_0} + M^{упр}_{x^I_0}. \tag{7.7}$$

При $\omega^{абс}_{x^I} = -\dot{\beta}_1 + \omega^{пер}_{x^I}$ имеем

$$\omega^{пер}_{x^I} = \omega^{пер}_z \cos \alpha_1 - \omega^{пер}_y \sin \alpha_1; \tag{7.8}$$

$$\omega^{абс}_{x^I} = -\dot{\beta}_1 + \omega^{пер}_z \cos \alpha_1 + \omega^{пер}_y \sin \alpha_1;$$

$$\dot{\omega}^{абс}_{x^I} = -\ddot{\beta}_1 + \dot{\omega}^{пер}_z \cos \alpha_1 - \omega^{пер}_z \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_1 + \dot{\omega}^{пер}_y \sin \alpha_1 + \omega^{пер}_y \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_1;$$

$$\omega^{абс}_{y^I_1} = \dot{\alpha}_1 + \omega^{пер}_x; \quad \dot{\omega}^{абс}_{y^I_1} = \ddot{\alpha}_1 + \dot{\omega}^{пер}_x;$$

а также

$$\omega_{z_0^{\mathrm{I}}}^{\text{пер}}=\omega_y^{\text{пер}}\cos\alpha_1+\omega_z^{\text{пер}}\sin\alpha_1. \qquad (7.9)$$

Подставляя значения угловых скоростей $\omega_{x^{\mathrm{I}}}^{\text{абс}}$, $\omega_{y_1^{\mathrm{I}}}^{\text{абс}}$, $\omega_{z_0^{\mathrm{I}}}^{\text{пер}}$ в (7.1) и (7.7), составляем уравнения моментов гироскопа *1:*

$$\sum M_{y_1^{\mathrm{I}}}=0;\quad -J_0^{\mathrm{I}}\ddot{\alpha}_1-J_0^{\mathrm{I}}\dot{\omega}_x^{\text{пер}}-H_1\cos\beta_1\dot{\beta}_1+H_1\cos\beta_1\cos\alpha_1\omega_z^{\text{пер}}+$$

$$+H_1\cos\beta_1\sin\alpha_1\omega_y^{\text{пер}}+M_{y_1^{\mathrm{I}}}^{\text{в.с}}+M_{y_1^{\mathrm{I}}}^{\text{упр}}=0;$$

$$\sum M_{x_0^{\mathrm{I}}}=0;\quad \frac{A_0^{\mathrm{I}}}{\cos\alpha_1}\ddot{\beta}_1-A_0^{\mathrm{I}}\dot{\omega}_z^{\text{пер}}+A_0^{\mathrm{I}}\operatorname{tg}\alpha_1\omega_z^{\text{пер}}\dot{\alpha}_1-A_0^{\mathrm{I}}\operatorname{tg}\alpha_1\dot{\omega}_y^{\text{пер}}-$$

$$-A_0\omega_y^{\text{пер}}\dot{\alpha}_1-H_1\frac{\cos\beta_1}{\cos\alpha_1}\dot{\alpha}_1-H_1\frac{\cos\beta_1}{\cos\alpha_1}\omega_x^{\text{пер}}+H_1\sin\beta_1\omega_y^{\text{пер}}+$$

$$+H_1\operatorname{tg}\alpha_1\sin\beta_1\omega_z^{\text{пер}}+M_{x_0^{\mathrm{I}}}^{\text{в.с}}+M_{x_0^{\mathrm{I}}}^{\text{упр}}=0; \qquad (7.10)$$

а также получаем моменты, действующие на КЛА:

$$\sum M_x^{\mathrm{I}}=-M_{y_1^{\mathrm{I}}}^{\text{в.с}}-M_{y_1^{\mathrm{I}}}^{\text{упр}};$$

$$\sum M_y^{\mathrm{I}}=-H_1\sin\beta_1\cos\alpha_1\omega_{x^{\mathrm{I}}}^{\text{абс}}+M_{x_0^{\mathrm{I}}}^{\text{в.с}}\sin\alpha_1\cos\alpha_1+ \qquad (7.11)$$

$$+M_{x_0^{\mathrm{I}}}^{\text{упр}}\sin\alpha_1\cos\alpha_1;$$

$$\sum M_z^{\mathrm{I}}=-H_1\sin\beta_1\sin\alpha_1\omega_{x^{\mathrm{I}}}^{\text{абс}}-M_{x_0^{\mathrm{I}}}^{\text{в.с}}\cos^2\alpha_1-M_{x_0^{\mathrm{I}}}^{\text{упр}}\cos^2\alpha_1.$$

Уравнения моментов, развиваемых вторым гироскопом, получаем из (7.10) и (7.11), имея в виду иное, чем для гироскопа *1*, направление собственного кинетического момента H_2 и действие кинематических связей привода (передаточное число ленточных передач $i=-1$), определяемых соотношениями $H_2=-H_1$, $\alpha_2=-\alpha_1$, $\beta_2=-\beta_1$.

Для гироскопа *2* из (7.10) получаем

$$\sum M_{y_1^{\mathrm{II}}}=0;\quad J_0^{\mathrm{II}}\ddot{\alpha}_2-J_0^{\mathrm{II}}\dot{\omega}_x^{\text{пер}}-H_2\cos\beta_2\dot{\beta}_2-H_2\cos\alpha_2\cos\beta_2\omega_z^{\text{пер}}+$$

$$+H_2\sin\alpha_2\cos\beta_2\omega_z^{\text{пер}}+M_{y_1^{\mathrm{II}}}^{\text{в.с}}+M_{y_1^{\mathrm{II}}}^{\text{упр}}=0; \qquad (7.12)$$

$$\sum M_{x_0^{\mathrm{II}}}=0;\quad -\frac{A_0}{\cos\alpha_2}\ddot{\beta}_2-A_0^{\mathrm{II}}\dot{\omega}_z^{\text{пер}}+A_0^{\mathrm{II}}\operatorname{tg}\alpha_2\omega_z^{\text{пер}}\dot{\alpha}_2+A_0^{\mathrm{II}}\operatorname{tg}\alpha_2\dot{\omega}^{\text{пер}}+$$

$$+A_0^{\mathrm{II}}\dot{\alpha}_2\omega_y^{\text{пер}}-H_2\frac{\cos\beta_2}{\cos\alpha_2}\dot{\alpha}_2+H_2\frac{\cos\beta_2}{\cos\alpha_2}\omega_x^{\text{пер}}+H_2\sin\beta_2\omega_y^{\text{пер}}-$$

$$-H_2\operatorname{tg}\alpha_2\sin\beta_2\omega_z^{\text{пер}}+M_{x_0^{\mathrm{II}}}^{\text{в.с}}+M_{x_0^{\mathrm{II}}}^{\text{упр}}=0.$$

Моменты, развиваемые гироскопом 2, приводим к осям x_0^{I} и y_0^{I}, для чего левые части равенств (7.12) умножим на —1 и сложим с левыми частями равенств (7.10) в предположении, что

$$J_0^{\mathrm{I}}=J_0^{\mathrm{II}}=J_0;\ A_0^{\mathrm{I}}=A_0^{\mathrm{II}}=A_0;\ |H_1|=|H_2|=|H|;$$

$$|\alpha_1|=|\alpha_2|=|\alpha|;\ |\beta_1|=|\beta_2|=|\beta|,$$

а также $M_{y_1^{\mathrm{II}}}^{\text{упр}}=M_{x_0^{\mathrm{II}}}^{\text{упр}}=0$, и получим моменты, развиваемые гироскопами 1 и 2, но действующие вокруг осей Ox_0^{I} и Oy_1^{I} гироскопа 1:

$$\sum M_{y_1^{\mathrm{I}}}^{\mathrm{I\ и\ II}}=0;\ -2J_0\ddot{\alpha}+2H\cos\alpha\cos\beta\omega_z^{\text{пер}}+M_{y_1^{\mathrm{I}}}^{\text{в.с}}-M_{y_1^{\mathrm{II}}}^{\text{в.с}}+M_{y_1}^{\text{упр}}=0;$$

$$\sum M_{x_0^{\mathrm{I}}}^{\mathrm{I\ и\ II}}=0;\ 2\frac{A_0}{\cos\alpha}\ddot{\beta}-2A_0\operatorname{tg}\alpha\dot{\omega}_y^{\text{пер}}-2A_0\omega_y^{\text{пер}}\dot{\alpha}- \tag{7.13}$$

$$-2H\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\omega_x^{\text{пер}}+2H\operatorname{tg}\alpha\sin\beta\omega_z^{\text{пер}}+M_{x_0^{\mathrm{I}}}^{\text{в.с}}-M_{x_0^{\mathrm{II}}}^{\text{в.с}}+M_{x_0^{\mathrm{I}}}^{\text{упр}}=0.$$

Эти моменты (7.13) действуют вокруг осей гироскопа 1 и его бугеля. При приведении моментов, развиваемых гироскопом 2, к осям гироскопа 1 инерционные моменты — $J_0^{\mathrm{II}}\dot{\omega}_x^{\text{пер}}$, $-H_2\cos\beta_2\dot{\beta}_2$ и $H_2\sin\alpha_2\cos\beta_2\omega_y^{\text{пер}}$, действующие вокруг оси Oy_1^{II}, а также инерционные моменты $-A_0^{\mathrm{II}}\dot{\omega}_z^{\text{пер}}$; $-A_0\operatorname{tg}\alpha_2\dot{\omega}_z^{\text{пер}}\ \alpha_2$; $-H_2\frac{\cos\beta_2}{\cos\alpha_2}\dot{\alpha}_2$ и $H_2\sin\beta_2\omega_y^{\text{пер}}$, действующие вокруг оси Ox_0^{II}, уравновешиваются соответствующими инерционными моментами 1-го гироскопа. Однако здесь возникают моменты реакций связей, действующие вокруг осей КЛА. Согласно рис. 7.1, *б*, моменты $M'_{x_0^{\mathrm{I}}}$ и $M'_{x_0^{\mathrm{II}}}$ можно заменить парами F_1r и F_2r, образуемыми силами F_1 и F_2, растягивающими ленту, натянутую на шкивы 21 и 22. Силы реакций R_1 и R_2 в опорах осей бугеля (гироскопа 1) образуют пару

$$M_z^R=2R_1r=-2F_1r=-2M_{x_0}^{\mathrm{I}}. \tag{7.14}$$

При этом получаем величины моментов, действующих вокруг осей Oz и Ox:

$$\sum M_x^R=-2M'_{y_1^{\mathrm{I}}}=-2J_0\dot{\omega}_x^{\text{пер}}-2H\cos\beta\dot{\beta}+2H\sin\alpha\cos\beta\omega_y^{\text{пер}}+$$

$$+2M_{y_1^{\mathrm{I}}}^{\text{в.с}}; \tag{7.15}$$

$$\sum M_z^R=-2M'_{x_0^{\mathrm{I}}}=-2A_0\dot{\omega}_z^{\text{пер}}-2A_0\operatorname{tg}\alpha\omega_z^{\text{пер}}\dot{\alpha}-2H\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\times$$

$$\times\dot{\alpha}+2M_{x_0^{\mathrm{I}}}^{\text{в.с}};$$

При $M_{x_0^{\mathrm{I}}}^{\text{в.с}}=M_{x_0^{\mathrm{II}}}^{\text{в.с}};\ M_{y_0^{\mathrm{I}}}^{\text{в.с}}=M_{y_1^{\mathrm{II}}}^{\text{в.с}},$

к этим моментам также следует из уравнений (7.11) добавить моменты, развиваемые гироскопом *1* и действующие на КЛА, и такие же моменты, развиваемые гироскопом *2*. Тогда получаем

$$\sum M_x^{\mathrm{I,II}} = -M^{\text{в.с}}_{y_1^{\mathrm{I}}} - M^{\text{в.с}}_{y_1^{\mathrm{II}}} - M^{\text{упр}}_{y_1^{\mathrm{I}}};$$

$$\sum M_y^{\mathrm{I,II}} = -2H\sin\beta\cos\alpha\omega_{x^{\mathrm{I}}}^{\text{абс}} + M^{\text{в.с}}_{x_0^{\mathrm{I}}}\sin\alpha\cos\alpha - \tag{7.16}$$

$$-M^{\text{в.с}}_{x_0^{\mathrm{II}}}\sin\alpha\cos\alpha + M^{\text{упр}}_{x_0^{\mathrm{I}}}\sin\alpha\cos\alpha = -2H\sin\beta\cos^2\alpha\omega_z^{\text{пер}} +$$

$$+2H\sin\beta\sin\alpha\cos\alpha\omega_y^{\text{пер}} + M^{\text{в.с}}_{x_0^{\mathrm{I}}}\sin\alpha\cos\alpha - M^{\text{в.с}}_{x_0^{\mathrm{II}}}\sin\alpha\cos\alpha +$$

$$+M^{\text{упр}}_{x_0^{\mathrm{I}}}\sin\alpha\cos\alpha;$$

$$\sum M_z^{\mathrm{I,II}} = -M^{\text{в.с}}_{x_0^{\mathrm{I}}}\cos^2\alpha - M^{\text{в.с}}_{x_0^{\mathrm{II}}}\cos^2\alpha - M^{\text{упр}}_{x_0^{\mathrm{I}}}\cos^2\alpha$$

или окончательно выражения для моментов, развиваемых гироприводом и действующих на КЛА.

Если $M^{\text{в.с}}_{y_1^{\mathrm{I}}} = M^{\text{в.с}}_{y_1^{\mathrm{II}}}$, и при $M^{\text{в.с}}_{x_0^{\mathrm{I}}} = M^{\text{в.с}}_{x_0^{\mathrm{II}}}$, то

$$\sum M_x^{\mathrm{I,II}} = -2H\cos\beta\dot\beta + 2H\sin\alpha\cos\beta\omega_y^{\text{пер}} - 2J_0\dot\omega_x^{\text{пер}} - M^{\text{упр}}_{y_1^{\mathrm{I}}};$$

$$\sum M_y^{\mathrm{I,II}} = -2H\sin\beta\cos^2\alpha\omega_z^{\text{пер}} + 2H\sin\beta\sin\alpha\cos\alpha\omega_y^{\text{пер}} +$$

$$+M^{\text{упр}}_{x_0^{\mathrm{I}}}\sin\alpha\cos\alpha; \tag{7.17}$$

$$\sum M_z^{\mathrm{I,II}} = -2H\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\dot\alpha - 2A_0\dot\omega_z^{\text{пер}} - 2A_0\,\mathrm{tg}\,\alpha\omega_z^{\text{пер}}\dot\alpha - M^{\text{упр}}_{x_0^{\mathrm{I}}}\cos^2\alpha.$$

7.2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ «КЛА — ГИРОПРИВОД»

Приближенные дифференциальные уравнения (7.13), (7.17) гиропривода позволяют сформировать каналы управления КЛА вокруг осей *OX* и *OZ* и исследовать особенности автоматического управления и стабилизации КЛА. Из (7.17) видно, что управляющие гироскопические моменты $M_x^{\text{г.упр}} = -2H\cos\beta\dot\beta$ и $M_z^{\text{г.упр}} = -2H\times\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\dot\alpha$ действуют вокруг осей *OX* и *OZ* КЛА соответственно. При составлении дифференциальных уравнений движения системы КЛА — гиропривод в первом приближении полагаем

$$M^{\text{в.с}}_{y_1^{\mathrm{I}}} = -D_\alpha\dot\alpha_1,\quad M^{\text{в.с}}_{x_0^{\mathrm{I}}}\quad D_\beta\dot\beta_1.$$

Коэффициенты D_α и D_β должны быть определены с учетом влияния цепи обратной связи гиропривода, реализуемой с помощью тахоге-

нераторов [см. (2.129)]. При малых углах $\Delta\gamma$, $\Delta\vartheta$ и $\Delta\psi$ поворота КЛА считаем, что $\omega_x^{\text{пер}} \simeq \Delta\dot{\gamma}$, $\omega_y^{\text{пер}} \simeq \Delta\dot{\psi}$, $\omega_z^{\text{пер}} \simeq \Delta\dot{\vartheta}$.

Добавляя к моментам (7.17) инерционные моменты, развиваемые КЛА $J_x'\Delta\ddot{\gamma}$, $-J_z'\Delta\ddot{\vartheta}$ и моменты внешних сил $M_x^{\text{в.с}}$, $M_z^{\text{в.с}}$, действующие на КЛА, и пренебрегая относительно малыми инерционными моментами:

$$2H \sin\alpha \cos\beta\omega_y^{\text{пер}},\ 2A_0 \operatorname{tg}\alpha\dot{\omega}_y^{\text{пер}},\ 2A_0 \operatorname{tg}\alpha\omega_z^{\text{пер}}\dot{\alpha},$$

$$2A_0\omega_y^{\text{пер}}\dot{\alpha},\ 2H \operatorname{tg}\alpha \sin\beta\omega_z^{\text{пер}},$$

в дифференциальных уравнениях (7.13) и (7.18) (углы α и β считаем ограниченными по величине) и в первом приближении для системы «КЛА — гиропривод» получаем

$$\sum M_x = 0;\ -(J_x' + 2J_0)\Delta\ddot{\gamma} - 2H\cos\beta\dot{\beta} + M_x^{\text{в.с}} - M_{y_1^{\text{I}}}^{\text{упр}} = 0;$$

$$\sum M_z = 0;\ -(J_z' + 2A_0)\Delta\ddot{\vartheta} - 2H\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\dot{\alpha} + M_z^{\text{в.с}} - M_{x_0^{\text{I}}}^{\text{упр}} = 0; \quad (7.18)$$

$$\sum M_{y_1^{\text{I}}} = 0;\ -2J_0\ddot{\alpha} + 2H\cos\alpha\cos\beta\Delta\dot{\vartheta} + M_{y_1^{\text{I}}}^{\text{упр}} - 2D_\alpha\dot{\alpha} \mp M_{\dot{\alpha}} = 0;$$

$$\sum M_{x_0^{\text{I}}} = 0;\ 2\frac{A_0}{\cos\alpha}\ddot{\beta} - 2H\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\Delta\dot{\gamma} + M_{x_0^{\text{I}}}^{\text{упр}} + 2D_\beta\dot{\beta} \pm M_{\dot{\beta}} = 0,$$

где J_x', J_y', J_z' — моменты инерции КЛА относительно главных осей $OXYZ$ его инерции; $\mp M_{\dot{\alpha}}$ и $\pm M_{\dot{\beta}}$ — моменты сил сухого трения.

Исключая из первого и третьего уравнений (7.18) координату β и пренебрегая в первом и втором уравнениях (7.18) управляющими моментами $M_{x_0^{\text{I}}}^{\text{упр}}$ и $M_{y_1^{\text{I}}}^{\text{упр}}$, малыми по сравнению с управляющими гироскопическими моментами $M_x^{\text{г.упр}} = -2H\cos\beta\dot{\beta}$ и $M_z^{\text{г.упр}} = -2H \times \times \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\dot{\alpha}$, а также полагая $\beta = \beta_0 + \Delta\beta$, $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$ и $M_{\dot{\beta}} = M_{\dot{\alpha}} = 0$, получаем приближенные уравнения движения системы «КЛА — гиропривод» для малых изменений ($\Delta\alpha$, $\Delta\beta$) углов α и β:

$$J_x\Delta\ddot{\gamma} + 2H\cos\beta_0\Delta\dot{\beta} = M_x^{\text{в.с}};$$

$$2\frac{A_0}{\cos\alpha_0}\Delta\ddot{\beta} - 2H\frac{\cos\beta_0}{\cos\alpha_0}\Delta\dot{\gamma} + 2D_\beta\Delta\dot{\beta} = -M_{x_0^{\text{I}}}^{\text{упр}} - M_{x_0^{\text{I}}}^{\text{в.с}};$$

$$J_z\Delta\ddot{\vartheta} + 2H\frac{\cos\beta_0}{\cos\alpha_0}\Delta\dot{\alpha} = M_z^{\text{в.с}}; \quad (7.19)$$

$$2J_0\Delta\ddot{\alpha} - 2H\cos\alpha_0\cos\beta_0\Delta\dot{\vartheta} + 2D_\alpha\Delta\dot{\alpha} = M_{y_1^{\text{I}}}^{\text{упр}} + M_{y_1^{\text{I}}}^{\text{в.с}},$$

где $J_x = J_x' + 2J_0$, $J_z = J_z' + 2J_0$.

Физическое объяснение причин отсутствия в дифференциальных уравнениях (7.19) гироскопических моментов, порождаемых пере-

носными поворотами КЛА вокруг осей OX и OZ, аналогично объяснениям, данным в гл. 2 при рассмотрении движения гирорамы.

Первые и последние два дифференциальных уравнения (7.19) по своей структуре совпадают с приближенными дифференциальными уравнениями движения гирорамы (2.94) и, следовательно, гиропривод обладает теми же свойствами (см. гл. 2), что и гирорама. Вместе с тем структура дифференциальных уравнений движения КЛА, управляемого гироприводом со спаренными гироскопами с тремя степенями свободы, для каждого из каналов стабилизации практически не отличается от структуры дифференциальных уравнений движения пассивного гиростабилизатора, например, с интегрирующими гироскопами, рассмотренной в гл. 2.

В режиме «пассивной» стабилизации КЛА в дифференциальных уравнениях (7.19), полагая управляющие моменты $M^{\text{упр}}_{\text{I}\,x_1}=M^{\text{упр}}_{\text{I}\,y_1}=0$ и исключая из первых двух уравнений координату $\Delta\beta$, а из вторых $\Delta\alpha$, получаем

$$\dddot{\Delta\gamma}+\frac{D_\beta}{A_0}\cos\beta_0\ddot{\Delta\gamma}+\frac{2H^2}{A_0J_x}\cos^3\beta_0\dot{\Delta\gamma}=\frac{M_x^{\text{в.с}}D_\beta}{A_0J_x}\cos\alpha_0\cos\beta_0+$$

$$+\frac{\dot{M}_x^{\text{в.с}}}{J_x}\cos\alpha_0; \tag{7.20}$$

$$\dddot{\Delta\vartheta}+\frac{D_\alpha}{J_0}\ddot{\Delta\vartheta}+\frac{2H^2\cos\beta_0}{J_0J_z}\dot{\Delta\vartheta}=\frac{M_z^{\text{в.с}}D_\alpha}{J_0J_z}+\frac{\dot{M}_z^{\text{в.с}}}{J_z}.$$

Статические погрешности системы при $M_x^{\text{в.с}}=M_x^0=\text{const}$ и $M_z^{\text{в.с}}=M_z^0=\text{const}$ будут

$$\dot{\Delta\gamma}_{\text{ст}}=\frac{M_x^0D_\beta}{2H^2\cos^2\beta_0}\cos\alpha_0; \tag{7.21}$$

$$\dot{\Delta\vartheta}_{\text{ст}}=\frac{M_z^0D_\alpha}{2H^2\cos\beta_0}.$$

В режиме «активной» гироскопической стабилизации по аналогии с (6.31) и рис. 6.1 полагаем

$$M^{\text{упр}}_{x_0}=-E_x'\Delta\gamma-E_x''\dot{\Delta\gamma};$$

$$M^{\text{упр}}_{\text{I}\,y_1}=-E_z'\Delta\vartheta-E_z''\dot{\Delta\vartheta} \tag{7.22}$$

и получаем

$$J_x\ddot{\Delta\gamma}+2H\cos\beta_0\dot{\Delta\beta}=M_x^{\text{в.с}};$$

$$\frac{A_0}{D_\beta\cos\alpha_0}\ddot{\Delta\beta}+\dot{\Delta\beta}=\frac{E_x'}{2D_\beta}\Delta\gamma+\frac{E_x''+2H\dfrac{\cos\beta_0}{\cos\alpha_0}}{2D_\beta}\dot{\Delta\gamma}-\frac{M^{\text{в.с}}_{\text{I}\,x_1}}{2D_\beta}; \tag{7.23}$$

$$J_z \Delta\ddot{\vartheta} + 2H \frac{\cos\beta_0}{\cos\alpha_0} \Delta\dot{\alpha} = M_z^{\text{в.с}};$$

$$\frac{J_0}{D_\alpha} \Delta\ddot{\alpha} + \Delta\dot{\alpha} = \frac{E_z'}{2D_\alpha} \Delta\vartheta + \frac{E_z'' + 2H\cos\beta_0\cos\alpha_0}{2D_\alpha} \Delta\dot{\vartheta} + \frac{M_{y_1}^{\text{в.с}}}{2D_\alpha}.$$

Структура дифференциальных уравнений (7.23) полностью соответствует структуре дифференциальных уравнений (2.127)—(2.129) и, следовательно, дальнейшее аналитическое исследование движения КЛА, управляемого гироприводом, может быть выполнено по аналогии с одноосным одногироскопным стабилизатором (см. разд. 2.9). Укажем на преимущества и недостатки гиропривода, представленного на рис. 7.2, по сравнению с активной стабилизацией КЛА с помощью гироскопов с двумя степенями свободы. Гироскопический стабилизатор, представляющий собой два спаренных гироскопа с тремя степенями свободы так же, как и два одноосных одногироскопных стабилизатора, обеспечивает стабилизацию и управление КЛА вокруг двух осей стабилизации и обладает рассмотренным прежде свойством «усиления» управляющих моментов.

Рассматриваемый здесь гиропривод (рис. 7.1) обладает тем же преимуществом, что и два одноосных гиростабилизатора с двумя спаренными гироскопами (гирорамы), заключающемся практически в отсутствии связей между движениями КЛА вокруг главных его осей ($OXYZ$), порождаемых гироскопическими моментами (см. гл. 2). Вместе с тем конструкция подвеса гиропривода с двумя спаренными трехстепенными гироскопами представляется достаточно сложной.

Общий метод формирования каналов «активной» системы гироскопической стабилизации и управления КЛА с помощью двухгироскопного гиропривода с двумя спаренными гироскопами с тремя степенями свободы (рис. 7.1) тот же, что при формировании, например, «активной» системы одноосной гироскопической стабилизации и управления КЛА (рис. 2.5, *в*) с использованием тахогенератора в канале обратной связи гиропривода, а также астатического гироскопа и датчиков угловой скорости в качестве чувствительных элементов системы стабилизации и управления (см. разд. 2.9).

Часть II
ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ОРИЕНТАЦИИ ЛА

Гироскопические системы, служащие для измерения параметров, определяющих кинематику движения ЛА, делят на системы ориентации и навигации *. К системам ориентации относят устройства, определяющие кинематику движения ЛА вокруг центра его масс. Гироскопические системы ориентации в соответствии с наиболее распространенной их структурной реализацией делят на устройства, предназначенные для определения курса ЛА — курсовые системы и на устройства для определения углов крена и тангажа — гировертикали. Курсовые гироскопические системы включают в себя: гироскопические указатели направления ортодромии, гиромагнитные компасы, гироорбитанты, гирокомпасы, курсовые системы с астрокоррекцией и др. **

Гироскопические вертикали (ГВ) представляют собой гироскопические устройства с маятниковой коррекцией. На космических летательных аппаратах применяют гировертикали с коррекцией от оптикомеханической инфракрасной вертикали (ИКВ).

Глава 8
ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ ОРИЕНТАЦИИ

В качестве измеряемых параметров в системе ориентации выбирают углы ψ — курса, γ — крена и ϑ — тангажа, определяющие угловое положение трехгранника $OXYZ$, связанного с ЛА, обычно относительно географического или ортодромического подвижного опорного трехгранника $O\xi\eta\zeta$ (см. рис. 9.1 и 9.3), начало O которого помещается в центре масс ЛА.

Углы курса (ψ), крена (γ) и тангажа (ϑ) ЛА определяются различными системами ориентации, которые в соответствии с принципом их построения (рис. В.3) делятся на три основные группы. В первую группу входят системы, основанные на совместном при-

* Гироскопические системы навигации в настоящей монографии не рассматриваются.

** Гирокомпасы при больших скоростях полета обладают огромными скоростными девиациями и на ЛА практически не применяются.

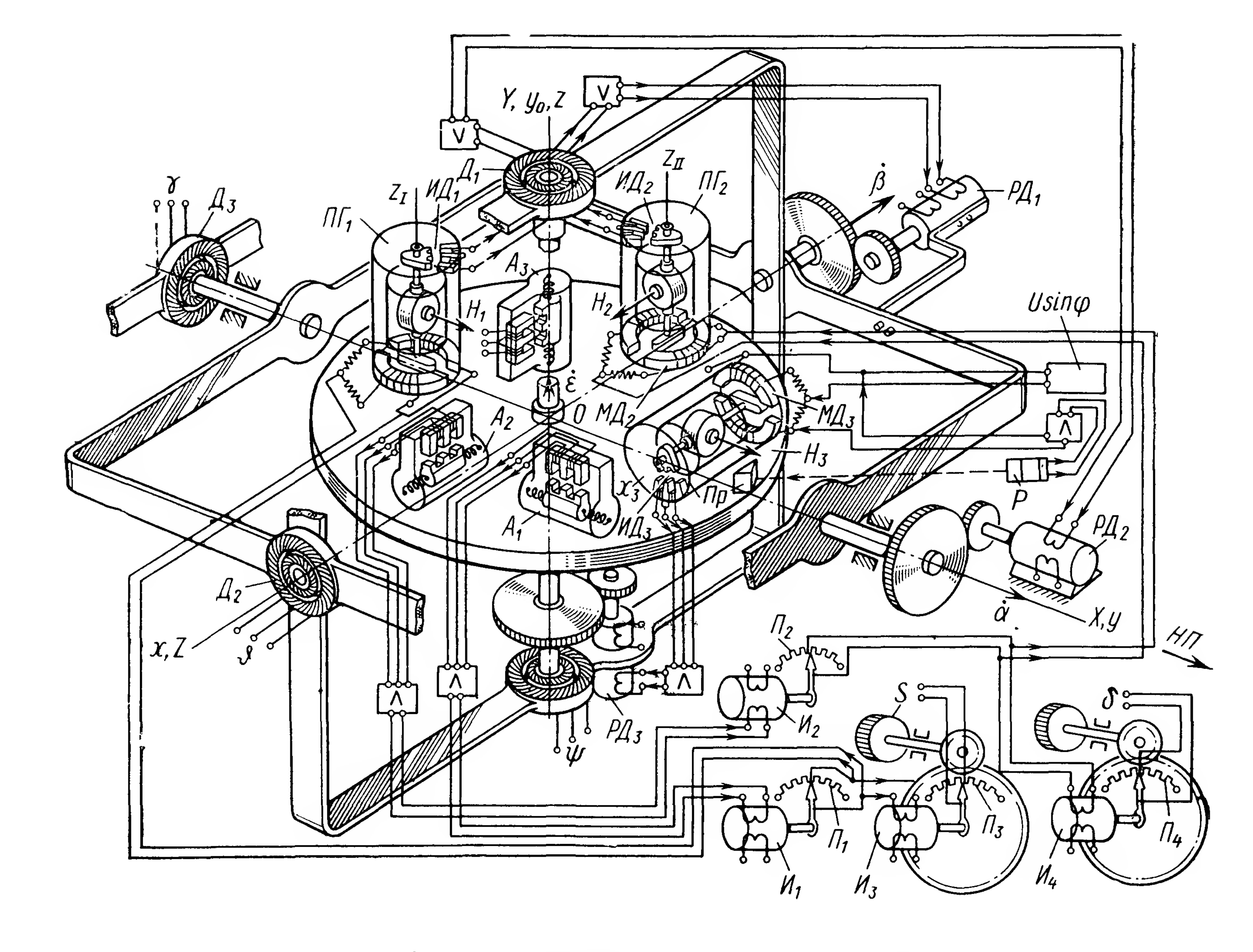


Рис. 8.1. Схема прецизионной системы ориентации:

$ПГ_1$, $ПГ_2$, $ПГ_3$ — поплавковые гироскопы; $Д_1$, $Д_2$ и $Д_3$ сельсины—датчики углов поворота рам карданова подвеса; $ИД_1$, $ИД_2$ и $ИД_3$ — индуктивные датчики разгрузочных устройств; $РД_1$, $РД_2$ и $РД_3$ — разгрузочные двигатели; A_1, A_2 и A_3 — акселерометры; $МД_1$, $МД_2$, $МД_3$ — моментные датчики; $И_1$, $И_2$, $И_3$ — интегрирующие двигатели; $П_1$, $П_2$, $П_3$, $П_4$ — потенциометрические датчики углов

менении различных самостоятельных курсовых систем и гировертикалей и рассматриваются в гл. 9 и 10. Здесь же рассмотрим две другие группы систем ориентации, основою которых представляются: пространственный гироскопический стабилизатор с интегральной маятниковой коррекцией и бесплатформенная бескарданная система ориентации с датчиками угловых скоростей.

Принципы построения и анализ погрешностей пространственного гиростабилизатора излагаются в гл. 5 и 10, а датчиков угловых скоростей — в ранее изданной монографии [10].

Наиболее высокая точность определения углов ψ, ϑ, γ и стабилизации платформы гиростабилизатора на направлении истинной вертикали и заданной ортодромии достигается в системе ориентации, представляющей собой пространственный гироскопический стабилизатор с интегральной коррекцией (рис. 8.1). Здесь на платформе пространственного индикаторно-силового гиростабилизатора установлено три прецизионных поплавковых гироскопа $ПГ_1$, $ПГ_2$, $ПГ_3$ и три прецизионных акселерометра A_1, A_2 и A_3. Сигналы, снимаемые с акселерометров, поступают на первые интегрирующие двигатели $И_1$, $И_2$, а затем на вторые интегрирующие двигатели $И_3$

и $И_4$. После первого интегрирования сигналы, снимаемые с потенциометров $П_1$ и $П_2$, поступают на моментные датчики $МД_1$ и $МД_2$, установленные на осях прецессии поплавковых гироскопов $ПГ_1$ и $ПГ_2$. Сигналы, снимаемые с потенциометрических датчиков $П_3$ и $П_4$, после второго интегрирования используют для определения координат местоположения ЛА, например, географической широты и долготы в системе инерциальной навигации. Сигналы, пропорциональные углам курса, тангажа и крена, снимают с датчиков углов $Д_1$, $Д_2$ и $Д_3$.

Таким образом, схема, представленная на рис. 8.1, является комплексной, так как включает в себя элементы прецизионной системы ориентации и инерциальной системы навигации.

В случае комплексного использования системы для ориентации и навигации для вращения платформы гиростабилизатора в соответствии с изменением направления заданной ортодромии по отношению к абсолютному пространству на моментный датчик гироскопа $МД_3$ поступает сигнал, пропорциональный $U \sin \varphi$ вертикальной составляющей угловой скорости суточного вращения Земли. При этом в показания акселерометров A_1 и A_2, корректирующих отклонение оси Oz платформы от направления истинной вертикали, следует вводить поправку на величину $VU \sin \varphi/g_0$ половины отношения кориолисова ускорения к ускорению силы земного тяготения. Если платформу гиростабилизатора используют только для ориентации, то более целесообразна стабилизация платформы гиростабилизатора по азимутально-свободному гироскопу и ввод поправки на вращение Земли, например путем вращения статора сельсина $Д_1$, а не платформы с угловой скоростью $U \sin \varphi$. В этом случае нет необходимости вводить поправку в показания акселерометров на величину $VU \sin \varphi/g_0$ половины кориолисова ускорения.

В последнее время получают широкое развитие бескарданные или бесплатформенные системы ориентации и навигации ЛА, которые не имеют карданова подвеса и гиростабилизированной платформы. Чувствительные элементы такой системы: акселерометры, гироскопические датчики угловых скоростей или одноосные гиростабилизаторы в этом случае располагают непосредственно на борту ЛА. Тогда не представляется возможным непосредственно отсчитывать углы курса крена и тангажа. Принцип действия бескарданной системы ориентации и навигации заключается в том, что данные, получаемые с акселерометров и гироскопов, определяющих ускорения W_x, W_y и W_z, углы ψ, ϑ, γ и угловые скорости ω_x, ω_y и ω_z поворота ЛА вокруг связанных осей, поступают в вычислительное устройство, которое на основании этих данных вычисляет значения углов курса, крена и тангажа и координаты центра масс (ЦМ) ЛА относительно опорной системы координат (например, дальность полета, боковое отклонение и высоту). Бескарданные системы ориентации и навигации строят с использованием трех одноосных силовых гиростабилизаторов и трех акселерометров на базе шести акселерометров, на базе двух электростатических гироскопов, имеющих три степени свободы, и трех акселерометров, с тре-

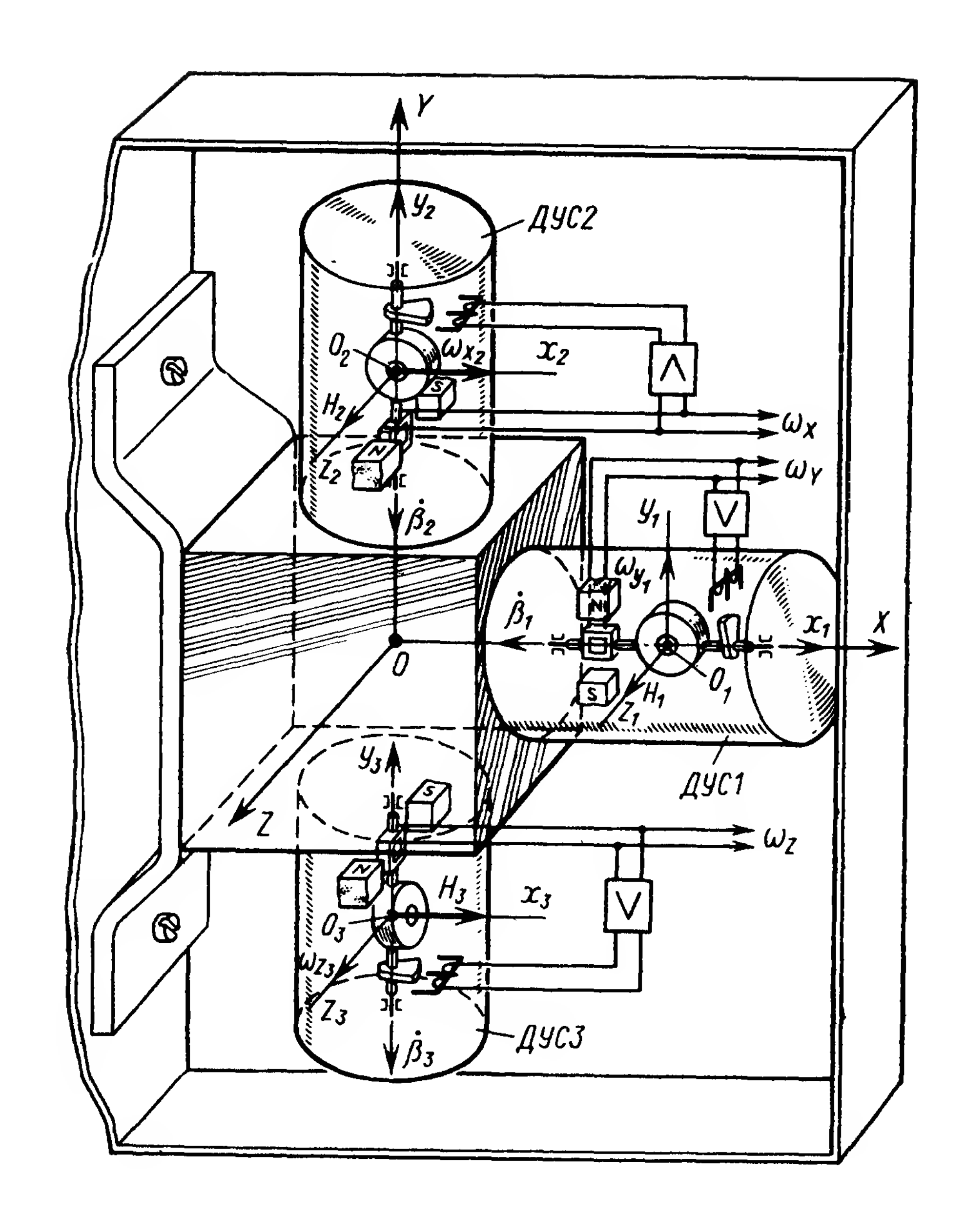


Рис. 8.2. Схема бескарданной (бесплатформенной) гироскопической системы ориентации

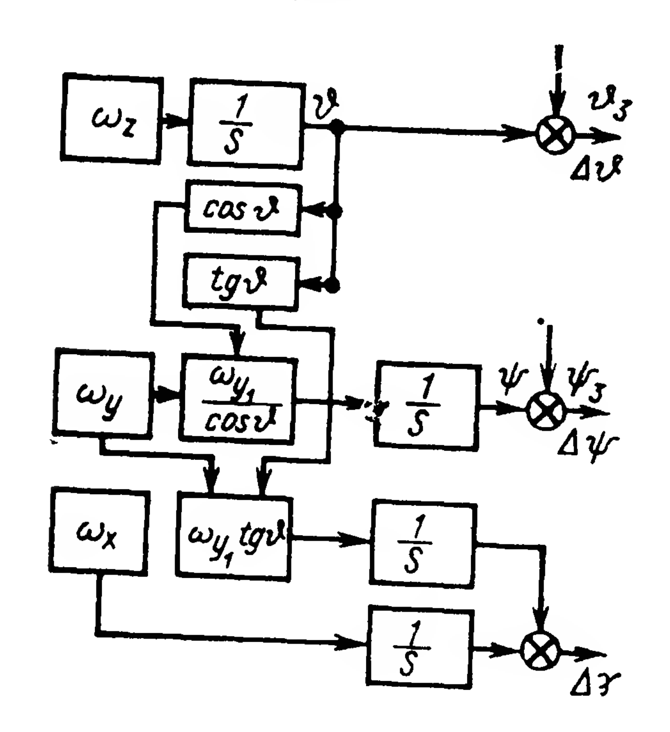


Рис. 8.3. Структурная схема счетно-решающего устройства бескарданной гироскопической системы ориентации

мя поплавковыми датчиками угловых скоростей и тремя акселерометрами.

На рис. 8.2 показан вариант бескарданной гироскопической системы ориентации с тремя датчиками угловых скоростей, установленными непосредственно на борту ЛА. Датчики угловых скоростей ДУС1, ДУС2 и ДУС3 измеряют составляющие ω_{y_1}, ω_{x_2} и ω_z угловой скорости вращения ЛА на измерительные оси O_1y_1, O_2x_2, O_3z_3 гироскопов. Если углы β_1, β_2, β_3 поворота гироскопов вокруг осей их прецессии невелики, то датчики угловых скоростей в первом приближении определяют составляющие ω_x, ω_y, ω_z угловой скорости вращения ЛА на оси OX, OY и OZ.

Сигналы, снимаемые с датчиков угловых скоростей, поступают на вход вычислительного устройства, которое, например, вычисляет углы ψ, ϑ и γ поворота ЛА относительно опорной, неподвижной в абсолютном пространстве системы координат. Связь между угловыми скоростями поворота ЛА вокруг связанных осей OX, OY и OZ с угловыми скоростями $\dot\psi$, $\dot\vartheta$ и $\dot\gamma$, определяемыми относительно неподвижной в абсолютном пространстве системы координат, устанавливается известными формулами

$$\begin{aligned} \dot\psi &= (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma)/\cos\gamma; \\ \dot\vartheta &= \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma; \\ \dot\gamma &= \omega_x - (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma)\,\mathrm{tg}\,\vartheta. \end{aligned} \qquad (8.1)$$

Если в процессе полета угол γ удерживается автопилотом в пределах малой величины $\Delta\gamma$, то формулы (8.1) приобретают вид

$$\dot\psi = \omega_y/\cos\vartheta; \quad \dot\vartheta = \omega_z; \quad \Delta\dot\gamma = \omega_x - \omega_y\,\mathrm{tg}\,\vartheta. \qquad (8.2)$$

На рис. 8.3 показана структурная схема счетно-решающего устройства, составленная по формулам (8.2), с помощью которого находят координаты ψ, ϑ и $\Delta\gamma$, необходимые для ориентации ЛА.

Глава 9

КУРСОВЫЕ СИСТЕМЫ

Курсовая система представляет собой часть системы ориентации ЛА. На ЛА наибольшее распространение получили гироскопические указатели направления ортодромии и гиромагнитные компасы, представляющие собой основные элементы курсовых систем самолетов, а также гироорбитанты, применяемые на спутниках.

9.1. УКАЗАТЕЛИ НАПРАВЛЕНИЯ ОРТОДРОМИИ

Выбор схемы и элементов указателя направления ортодромии в основном зависит от заданной точности определения направления ортодромии в полете. При оценке точности указателя направления ортодромии необходимо определить отдельные методические и инструментальные погрешности гироскопа, возникающие в полете. Ортодромия представляет собой кратчайшую линию между двумя выбранными точками на поверхности Земли — дугу большого круга, проведенную через эти точки.

Для выполнения полета по заданному маршруту необходимо произвести прокладку линии ортодромии или точнее — ортодромического экватора на специальной географической карте. Представим, что ортодромический экватор сферической координатной сетки проходит через пункт A вылета и пункт B назначения полета (рис. 9.1).

Ось, проведенная перпендикулярно плоскости экваториального ортодромического круга через его центр O_1, пересекает земную сферу в точках P_1 и P_2, являющихся полюсами ортодромии. Пусть во время полета самолет находится в точке M, с которой совместим начало O географического $O\xi\eta\zeta$ и ортодромического $O\xi_0\eta_0\zeta_0$ трехгранников. Ортодромический трехгранник $O\xi_0\eta_0\zeta_0$ расположим следующим образом: ось $O\zeta_0$ направим по истинной вертикали от центра Земли, оси $O\eta_0$, $O\xi_0$ расположим в плоскости горизонта; ось $O\eta_0$ направим к полюсу ортодромии, а ось $O\xi_0$ — перпендикулярно к осям $O\zeta_0\eta_0$ так, чтобы трехгранник $O\xi_0\eta_0\zeta_0$ был правым. Через точку O и полюсы N и S Мира проведем плоскость географического меридиана, а оси $O\eta O\xi$ географического трехгранника располо-

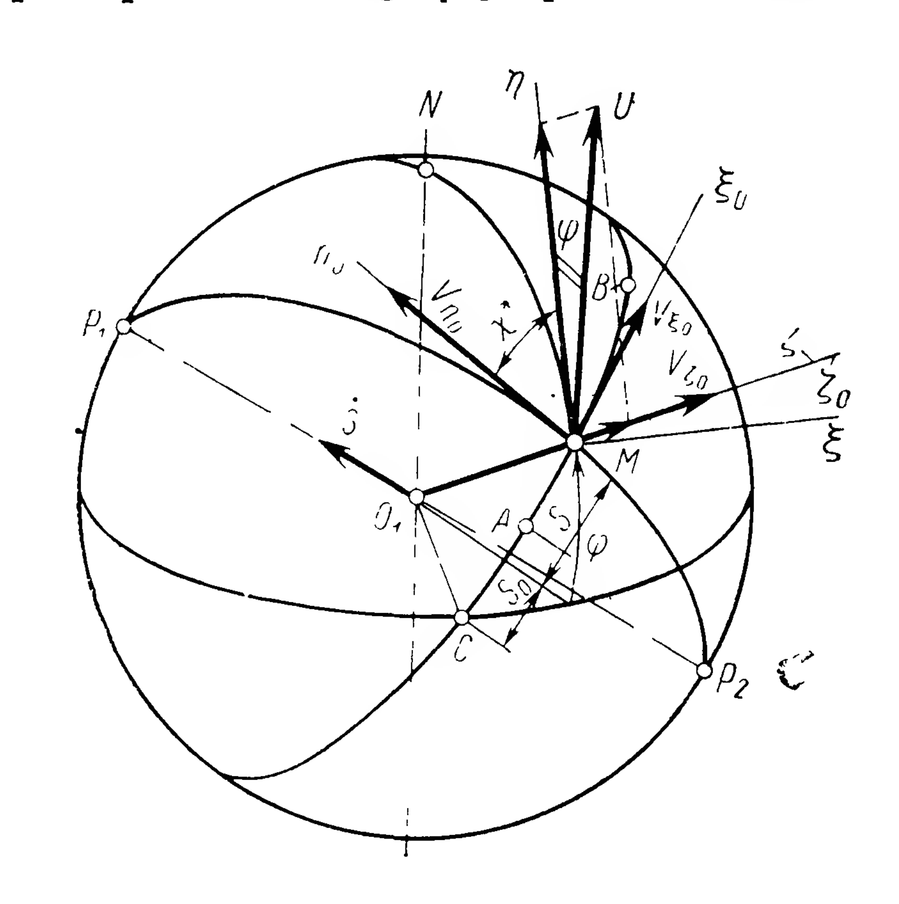


Рис. 9.1. Ортодромический координатный трехгранник

жим в плоскости горизонта, к северу и востоку соответственно. Угол между осями $O\eta$ и $O\eta_0$ обозначим через χ^*, проекции скорости V самолета относительно Земли на ребра трехгранника $O\xi_0\eta_0\zeta_0$ — через V_{ξ_0}, V_{η_0}, V_{ζ_0} соответственно. Ортодромический трехгранник $O\xi_0\eta_0\zeta_0$ участвует в сложном движении: вращение относительно Земли с угловыми скоростями $\dot\delta = V_{\eta_0}/R$ и $\dot S = V_{\xi_0}/R\cos\delta$, где R — радиус Земли; δ — ортодромическая широта; S — ортодромическая долгота местоположения самолета.

Трехгранник $O\xi_0\eta_0\zeta_0$ также вращается вместе с Землей с угловой скоростью U суточного вращения Земли. При этом проекции угловой скорости трехгранника $O\xi_0\eta_0\zeta_0$ на его ребра будут

$$\omega_{\xi_0} = U\cos\varphi\sin\chi^* - V_{\eta_0}/R;$$
$$\omega_{\eta_0} = U\cos\varphi\cos\chi^* + V_{\xi_0}/R; \tag{9.1}$$
$$\omega_{\zeta_0} = U\sin\varphi + (V_{\xi_0}/R)\operatorname{tg}\varphi,$$

где φ — географическая широта местоположения самолета.

Пусть $Oxyz$ (рис. 9.2) — правый трехгранник, связанный с внутренней рамкой карданова подвеса гироскопа, а $OXYZ$ (рис. 9.3) — трехгранник, связанный с самолетом. Положение гироскопа относительно трехгранника $OXYZ$ определяем углами α и β (рис. 9.2 и 9.4), а положение самолета относительно ортодромического трехгранника $O\xi_0\eta_c\zeta_0$ — углами рыскания ψ, тангажа ϑ и крена γ самолета.

Уравнения прецессии гироскопа согласно (2.9), отнесенные к осям Ox и Oy_1 карданова подвеса, будут

$$H\dot\alpha\cos\beta = M_x - H\omega_{y_1};\quad H\dot\beta\cos\beta = M_{y_1} + H\omega_x\cos\beta, \tag{9.2}$$

где H — собственный кинетический момент гироскопа; $\omega_{x_1}, \omega_{y_1}$ — проекции угловой скорости вращения трехгранника $Oxyz$ Резаля на оси Ox и Oy_1; M_x, M_{y_1} — моменты внешних сил, действующих вокруг осей Ox и Oy_1 карданова подвеса гироскопа; α, β — углы Резаля.

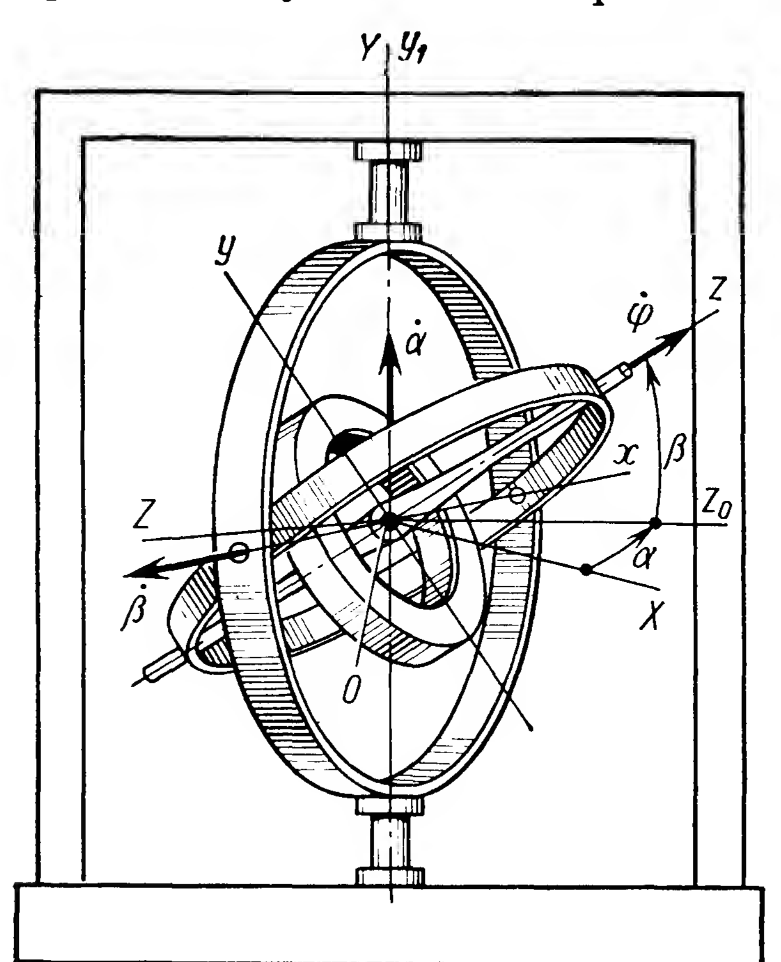


Рис. 9.2. Оси Резаля

Составляющие угловой скорости вращения трехгранника $Oxyz$, выраженные через составляющие угловой скорости трехгранника $OXYZ$, связанного с самолетом, будут

$$\omega_x = -\omega_{X_1}\sin\alpha - \omega_Z\cos\alpha; \tag{9.3}$$
$$\omega_y = \omega_Y\cos\beta - \omega_X\cos\alpha\sin\beta + \omega_Z\sin\alpha\sin\beta.$$

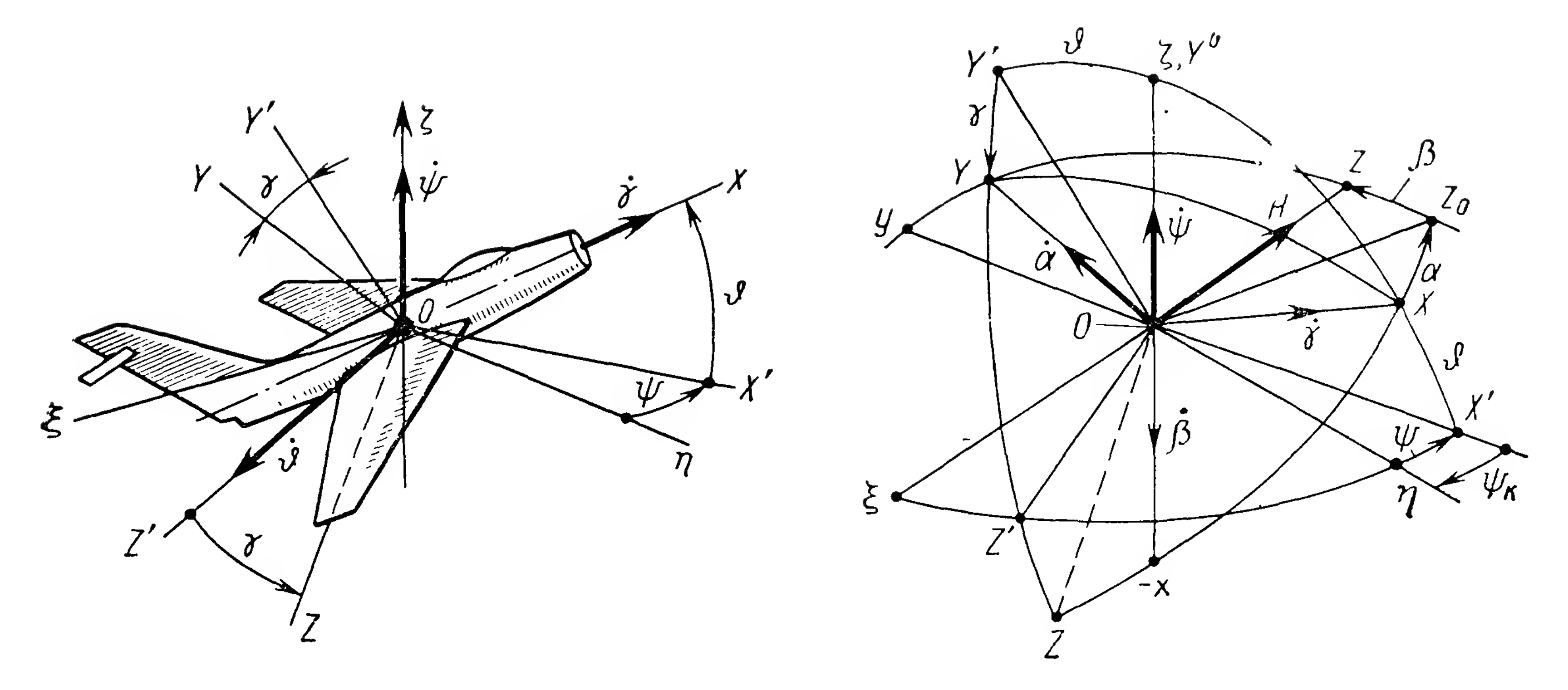


Рис. 9.3. Углы крена, курса и тангажа

Рис. 9.4. Углы Резаля в подвижной опорной системе координат

При этом, если принять, что $\dot{\psi}=\dot{\vartheta}=\dot{\gamma}=0$, то

$$\omega_X=\omega_{\zeta_0}\sin\vartheta+\omega_{\eta_0}\cos\psi\cos\vartheta-\omega_{\xi_0}\sin\psi\cos\vartheta;$$

$$\omega_Y=\omega_{\zeta_0}\cos\vartheta\cos\gamma-\omega_{\eta_0}\cos\psi\sin\vartheta\cos\gamma+\omega_{\xi_0}\sin\psi\sin\vartheta\cos\gamma+$$
$$+\omega_{\xi_0}\cos\psi\sin\gamma+\omega_{\eta_0}\sin\psi\sin\gamma; \qquad (9.4)$$

$$\omega_Z=\omega_{\xi_0}\cos\psi\cos\gamma+\omega_{\eta_0}\sin\psi\cos\gamma-\omega_{\zeta_0}\cos\vartheta\sin\gamma+\omega_{\eta_0}\cos\psi\times$$
$$\times\sin\vartheta\sin\gamma-\omega_{\xi_0}\sin\psi\sin\vartheta\sin\gamma.$$

Погрешности указателей направления ортодромии

Определим погрешности указателя направления заданной ортодромии, собственная скорость прецессии гироскопа которого вокруг оси Oy равна $\omega_y^{\text{соб}}=0$. Простейшая кинематическая схема указателя направления ортодромии показана на рис. 9.5, *а*. Здесь ось Oz ротора гироскопа *3* удерживается в плоскости горизонта с помощью маятникового переключателя *2* и разгрузочного двигателя *1*, а для введения поправки на вращение Земли установлена шкала *5*, вращаемая двигателем *4*.

При составлении уравнения моментов, действующих вокруг оси Oy_1 наружной рамки карданова подвеса указателя направления ортодромии, полагаем, что углы крена γ и тангажа ϑ самолета равны нулю. Согласно рис. 9.5, *а* для разгрузочного двигателя получаем

$$M^{\text{р}}_{y_1}=-E_1(\beta-\chi)=-E_1(\beta+\operatorname{arctg}W_{z_0}/g_0). \qquad (9.5)$$

В соответствии с рис. 9.5, *б* имеем

$$W_{z_0}=W_x\cos\alpha-W_z\sin\alpha. \qquad (9.6)$$

Здесь E_1 — крутизна характеристики разгрузочного двигателя; W — абсолютное ускорение; $\psi_{\text{к}}$ — курс самолета.

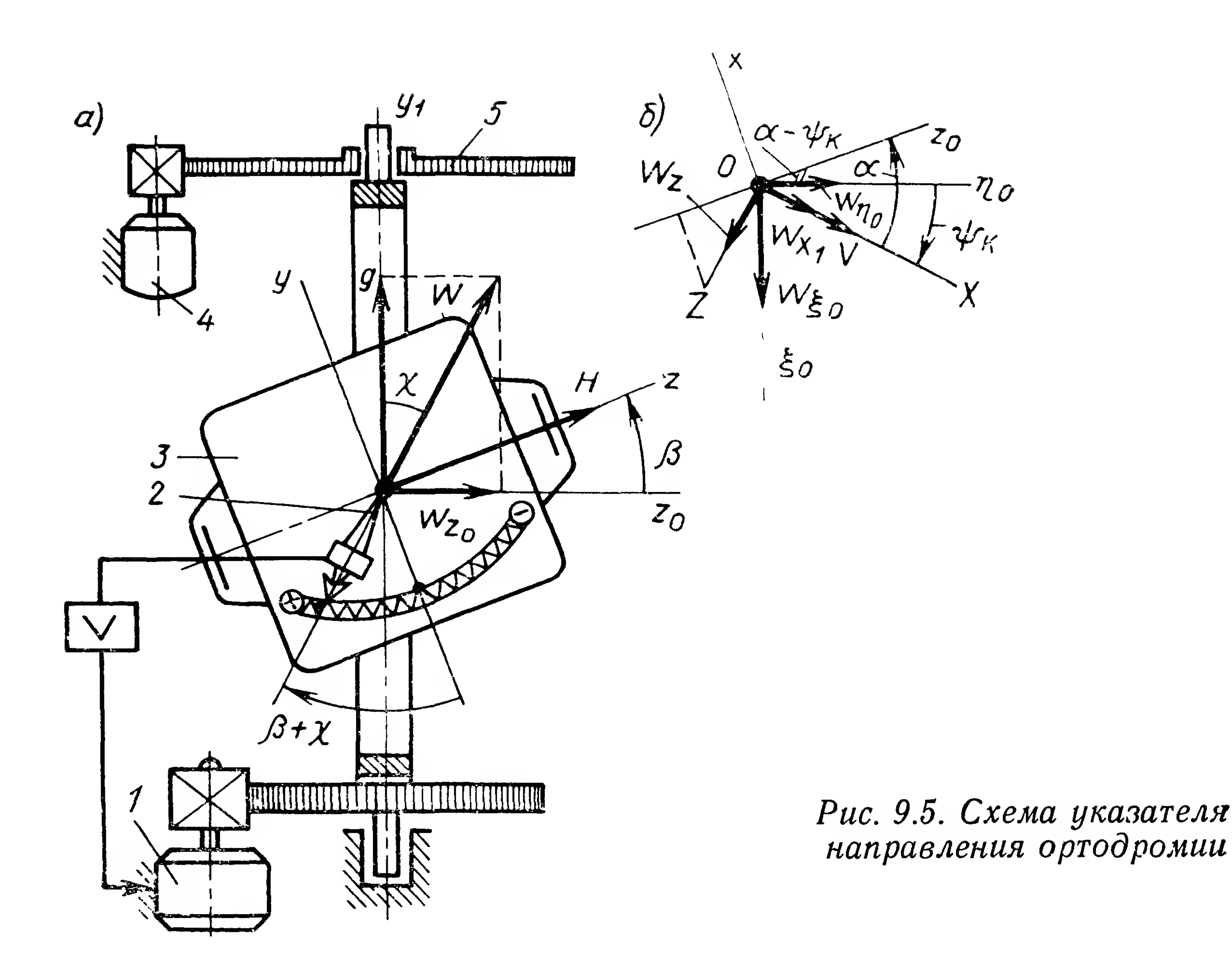


Рис. 9.5. Схема указателя направления ортодромии

Если в первом приближении принять, что $W_x = \dot{V}$, а $W_z = V\dot{\psi}_к$, угол χ мал, то уравнения движения указателя направления ортодромии с идеальным гироскопом ($\dot{\alpha}_{абс}\cos\beta = 0$) согласно (9.1)—(9.6) принимают вид

$$\dot{\alpha} = -U\sin\varphi - \frac{V_{\xi_0}}{R}\operatorname{tg}\delta + \left(U\cos\varphi\cos\chi^* + \frac{V_{\xi_0}}{R}\right)\cos(\alpha - \psi_к)\operatorname{tg}\beta - \left(U\cos\varphi\sin\chi^* - \frac{V_{\eta_0}}{R}\right)\sin(\alpha - \psi_к)\operatorname{tg}\beta;$$

$$H\dot{\beta}\cos\beta + E_1\beta = -E_1\frac{\dot{V}}{g_0}\cos\alpha + E_1\frac{V\dot{\psi}_к}{g_0}\sin\alpha - H\left(U\cos\varphi\cos\chi^* + \frac{V_{\xi_0}}{R}\right)\sin(\alpha - \psi_к)\cos\beta - H\left(U\cos\varphi\sin\chi^* - \frac{V_{\eta_0}}{R}\right)\cos(\alpha - \psi_к)\cos\beta; \quad (9.7)$$

$$\psi_к = -\psi.$$

При определении кинематической погрешности указателя направления ортодромии принимаем $\beta = 0$, тогда для идеального гироскопа, ось Oz ротора которого удерживается в плоскости горизонта, также $\dot{\alpha}_{абс} = 0$. Согласно (9.7) получаем

$$\dot{\alpha}_0 = -U\sin\varphi - \frac{V_{\xi_0}}{R}\operatorname{tg}\delta, \quad (9.8)$$

где α_0 — угловая скорость поворота оси Oz ротора гироскопа вокруг оси $Oy_1(\zeta_0)$ наружной рамки карданова подвеса относительно ортодромического трехгранника $O\xi_0\eta_0\zeta_0$. Погрешность $\dot{\alpha}_0$ указателя направления ортодромии может быть уменьшена введением компенсации вертикальной составляющей угловой скорости U суточного вращения Земли и угловой скорости $\frac{V_{\xi_0}}{R}\operatorname{tg}\delta$ облета путем вращения шкалы 5 прибора, изображенного на рис. 9.5, с угловой скоростью

$$\omega_{шк} = U\sin\varphi + \frac{V_{\xi_0}}{R}\operatorname{tg}\delta, \tag{9.9}$$

где $\omega_{шк}$ — угловая скорость вращения шкалы относительно наружной рамки карданова подвеса гироскопа.

Дифференциальные уравнения прецессии (9.7) идеального гироскопа позволяют определить погрешности указателя направления ортодромии в заданных условиях полета $(V_{\xi_0}(t)$, $(V_{\eta_0}(t)$, $\dot{V}(t)$, $\psi_к(t)$ и т. д. При нахождении полной погрешности указателя направления ортодромии необходимо также определить собственную скорость $\dot{\alpha}_{абс}^{соб}$ прецессии гироскопа, зависящую от режима полета (V, $\dot{V}$, $\psi_к$ и т. д.) и возникающую при угловых колебаниях ЛА вокруг центра его масс (порождаемую моментами сил трения в опорах осей карданова подвеса, инерцией рам карданова подвеса и др.).

Важным и сложным вопросом эксплуатации указателя направления ортодромии является обеспечение начальной выставки курсового гироскопа по направлению заданной ортодромии. Указатель направления ортодромии, представленный на рис. 9.5, *а*, не обладает направляющим моментом, который позволил бы автономно выставить ось Oz ротора гироскопа в плоскость заданной ортодромии.

Для начальной выставки оси Oz ротора гироскопа по направлению заданной ортодромии перед вылетом или в полете применяют магнитный или гиромагнитный компас, гирокомпас, астрокомпас, визирное оптическое устройство, радиокомпас и др. Если время полета относительно невелико и собственная скорость прецессии гироскопа мала, то можно ограничиться только предполетной выставкой гироскопа от наземных средств ориентации.

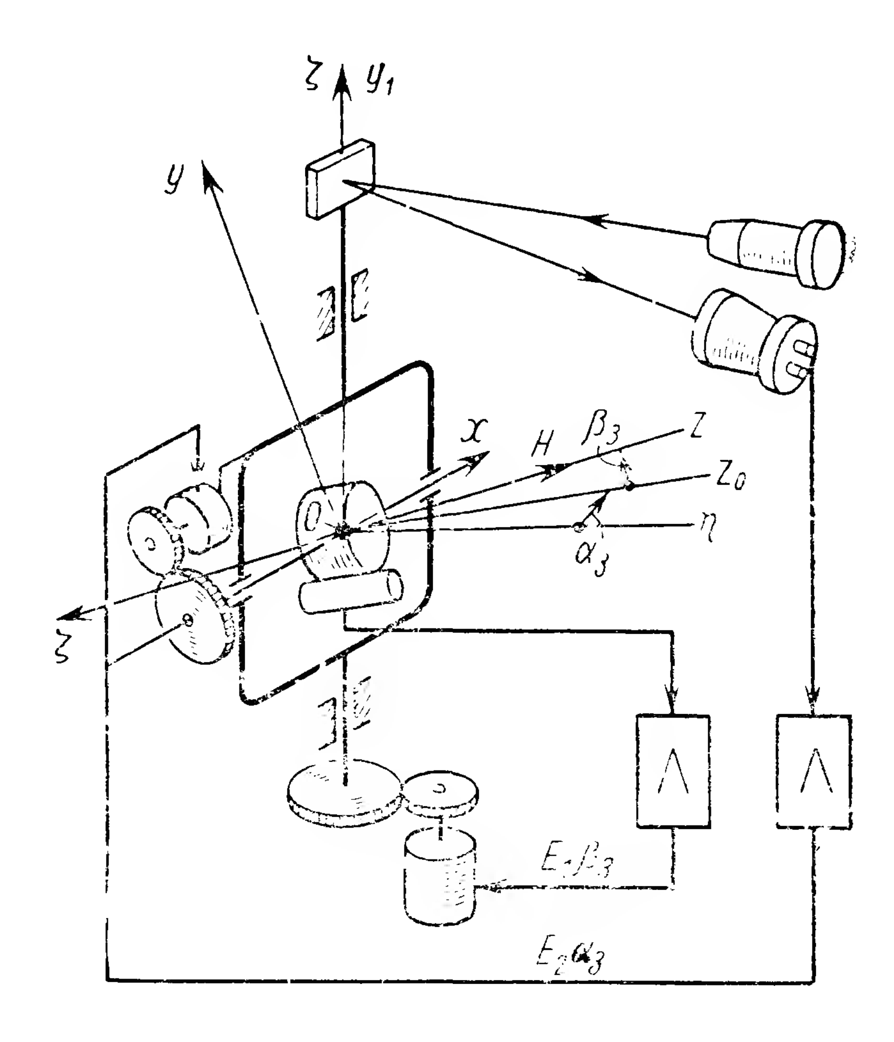


Рис. 9.6. Схема начальной «выставки» УНО с помощью оптического устройства и жидкостного маятникового переключателя

Для начальной выставки гироскопа на земле в качестве чувствительных элементов, определяющих направление истинной вертикали и направление заданной ортодромии, используют прецизионный жидкостной маятниковый переключатель или акселерометр, установленный на внутренней рамке карданова подвеса гироскопа, и оптическое визирное устройство с зеркалом или оптической призмой, также установленной на внутренней рамке карданова подвеса гироскопа или на платформе гиростабилизатора.

Схема автоматического управления движением гироскопа указателя направления ортодромии (УНО) при его начальной выставке с помощью жидкостного переключателя и оптического устройства представлена на рис. 9.6. Уравнения прецессии гироскопов (9.2) в режиме выставки принимают вид

$$H(\dot{\alpha}_з \cos\beta_з + \omega_y^{соб}) = M_x,$$
$$H(\dot{\beta}_з - \omega_x)\cos\beta_з = M_{y_1}. \qquad (9.9а)$$

В случае пропорциональной характеристики каналов управления моментным датчиком и разгрузочным устройством без учета погрешности выставки оптического устройства в направлении меридиана и погрешности жидкостного переключателя имеем

$$M_x = -E_2\alpha_з, \quad M_{y1} = -E_1\beta_з;$$
$$\omega_x = -U\cos\varphi_0 \sin\alpha_з + \omega_x^{соб}; \qquad (9.9б)$$
$$\omega_y = -U\cos\varphi_0 \sin\beta_з + U\sin\varphi_0\cos\beta + \omega_y^{соб}.$$

Ограничиваясь рассмотрением движения гироскопа в пределах малых углов $\alpha_з$ и $\beta_з$ отклонения гироскопа от заданного направления ортодромии в соответствии с (9.9а) и (9.9б), получаем

$$H\dot{\alpha}_з + E_2\alpha_з - HU\cos\varphi_0\beta_з = -HU\sin\varphi_0 - H\omega_y^{соб};$$
$$H\dot{\beta}_з + E_1\beta_з + HU\cos\varphi_0\alpha_з = H\omega_x^{соб}. \qquad (9.9в)$$

Согласно (9.9в) собственное движение гироскопа по координате $\alpha_з$ описывается дифференциальным уравнением

$$\ddot{\alpha}_з + \frac{E_1 + E_2}{H}\dot{\alpha}_з + \frac{E_1E_2 + (HU\cos\varphi_0)^2}{H^2}\alpha_з = 0.$$

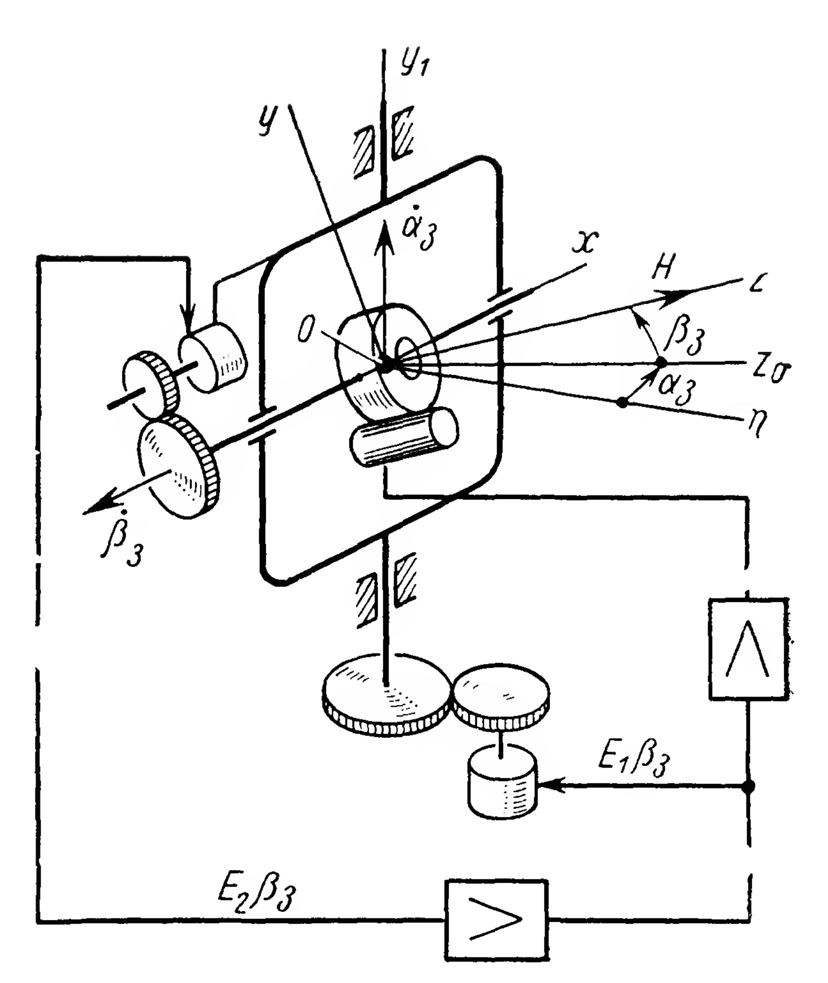
В связи с тем, что гироскопический момент $HU\cos\varphi_0$ относительно мал, частота $n_н$ собственных незатухающих колебаний гироскопа и логарифмический декремент затухания колебаний D определяются по приближенным формулам

$$n_н = \frac{\sqrt{E_1E_2}}{H}; \quad D = \frac{\pi}{2}\frac{E_1 + E_2}{\sqrt{E_1E_2}},$$

а точность начальной выставки гироскопа согласно (9.9в) по формулам

$$\alpha_з^* = -(HU\sin\varphi_0 + H\omega_y^{соб})/E_2; \quad \beta_з^* = H\omega_x^{соб}/E_1.$$

Рис. 9.7. Схема начальной «выставки» УНО в режиме гирокомпаса



Для увеличения точности ($\alpha_з$*, $\beta_з$*) начальной выставки гироскопа необходимо увеличивать крутизну E_2 и E_1 характеристик моментного и разгрузочного двигателей. Однако при этом следует иметь в виду, что при рассмотрении полных дифференциальных уравнений движения системы увеличение коэффициентов усиления E_1 и E_2 ограничено условиями устойчивости (см. гл. 2).

Для начальной выставки указателя направления ортодромии на неподвижном основании перед полетом можно воспользоваться методом гирокомпасирования. Представим, что в этом случае управление движением оси Oz ротора гироскопа (рис. 9.7) производится с помощью моментных датчиков, установленных на осях его карданова подвеса, и маятникового переключателя.

В случае пропорциональной характеристики каналов управления моментным датчиком и разгрузочным двигателем имеем

$$M_{y_1} = -E_1\beta_з;\quad M_x = E_2\beta_з \tag{9.10}$$

и, следовательно, согласно (9.9а) получаем

$$\begin{aligned} &H\dot{\alpha}_з \cos\beta_з + H\omega_y = E_2\beta_з;\\ &H\dot{\beta}_з \cos\beta_з - H\omega_x \cos\beta_з = -E_1\beta_з. \end{aligned} \tag{9.11}$$

Полагаем, что ось Oz ротора гироскопа предварительно выставляется примерно в направлении на север и в плоскости горизонта так, что углы $\alpha_з$ и $\beta_з$ можно считать малыми. Подставляя значения ω_x и ω_y из (9.3) и (9.4) в (9.11) для малых углов $\alpha_з$ и $\beta_з$, получаем

$$\begin{aligned} &H\dot{\alpha}_з - (E_2 + HU\cos\varphi_0)\beta_з = -H\omega_y^{соб} - HU\sin\varphi_0;\\ &H\dot{\beta}_з + E_1\beta_з + HU\cos\varphi_0\alpha_з = H\omega_x^{соб}. \end{aligned} \tag{9.12}$$

Если $\omega_x^{соб} = \mathrm{const}$ и $\omega_y^{соб} = \mathrm{const}$, то положение равновесия $\alpha_з$* и $\beta_з$* гироскопа определяется частным решением дифференциальных уравнений (9.12):

$$\begin{aligned} &\alpha_з^* = \frac{\omega_x^{соб}}{U\cos\varphi_0} - \frac{E_1}{E_2 + HU\cos\varphi_0}\,\frac{U\sin\varphi_0 + \omega_y^{соб}}{U\cos\varphi_0},\\ &\beta_з^* = \frac{H}{E_2 + HU\cos\varphi_0}(U\sin\varphi + \omega_y^{соб}). \end{aligned} \tag{9.13}$$

Свободное движение гироскопа определяется дифференциальными уравнениями (9.12), в которых следует положить правые части равными нулю и исключить координату $\beta_з$; тогда получим

$$\ddot{\alpha}_з+\frac{E_1}{H}\dot{\alpha}_з+\frac{HU\cos\varphi_0(HU\cos\varphi_0+E_2)}{H_2}\alpha_з=0. \qquad (9.14)$$

Увеличивая крутизну E_2 характеристики моментного датчика, можно несколько уменьшить статические погрешности $\alpha_з{}^*$ и $\beta_з{}^*$ гироскопа, по существу превращенного в гирокомпас. При этом уменьшается период свободных незатухающих колебаний гироскопа, так как

$$T_{н.к}=\frac{1}{2\pi}\frac{H}{\sqrt{HU\cos\varphi_0(HU\cos\varphi_0+E_2)}}. \qquad (9.15)$$

Однако увеличение E_2 также ограничено условиями устойчивости движения гироскопа (см. гл. 2). Если E_2 велико, то в первом приближении точность выставки (9.13) гироскопа в плоскость меридиана

$$\alpha_з^*=\frac{\omega_x^{соб}}{U\cos\varphi_0}. \qquad (9.16)$$

При этом точность начальной выставки гироскопа указателя направления ортодромии определяется собственной скоростью прецессии $\omega_x^{соб}$ гироскопа вокруг оси Ox внутренней рамки карданова подвеса и, следовательно, требует создания точного гироскопа и прецизионных опор наружной рамки его карданова подвеса.

Из (9.16) также непосредственно видно, что погрешность $\alpha_з{}^*$ гирокомпасирования в полярных широтах $\varphi_0\to 90°$ достигает огромной величины.

Допустимая собственная скорость прецессии гироскопа

$$\omega_x^{соб.доп}=U\cos\varphi_0\alpha_з^*.$$

Если, например, $\varphi_0=60°$, а $\alpha_з^*=\frac{1}{10\cdot 57,3}=0,1°$, то $\omega_x^{соб.доп}=15\times\times 0,5/10\cdot 57,3\simeq 0,014$ град/ч.

Погрешность указателя направления ортодромии складывается из ряда отдельных его погрешностей (погрешность начальной выставки, погрешность введения поправки на вращение Земли, от собственной скорости прецессии гироскопа и др.) и зависит от времени полета; так, например, накапливаемая за час полета погрешность современного указателя направления ортодромии составляет десятые и даже сотые доли градуса.

9.2. ГИРООРБИТАНТ

На спутниках для определения его отклонения от направления вектора орбитальной $\Omega_{орб}$ угловой скорости вращения служит гироорбитант, представляющий собой гироскоп с тремя степенями

свободы, корректируемый с помощью моментных датчиков. Гироорбитант устанавливается на борту ЛА. Схема одного из гироорбитантов, определяющего угол рыскания спутника в орбитальной системе координат, соответствует схеме, представленной на рис. 9.7. Ось наружной рамки карданова подвеса такого гироорбитанта (например, с помощью инфракрасной вертикали, также установленной на борту КЛА системы стабилизации) должна удерживаться на направлении истинной вертикали (ось ζ). Для описания движения гироорбитанта воспользуемся дифференциальными уравнениями (9.11) и (9.12) движения гироскопа. Полагая, что угловая скорость $\Omega_{орб}$ вращения спутника на орбите направлена по оси $O\eta$ орбитальной системы координат, и принимая во внимание угловую скорость $\Omega_р$ регрессии орбиты (см. разд. 1.4), имеем

$$\omega_\eta=\Omega_{орб}+\Omega_р\cos\chi;$$
$$\omega_\xi=\Omega_р\sin\chi\cos S; \qquad (9.17)$$
$$\omega_\zeta=\Omega_р\sin\chi\sin S.$$

Подставляя значения угловых скоростей ω_η; ω_ξ; ω_ζ из (9.17) в (9.3), (9.4) и (9.11), получаем приближенные уравнения движения гироорбитанта:

$$H\dot{\alpha}_з-[E_2+H(\Omega_{орб}+\Omega_р\cos\chi)]\beta_з=-H\omega_y^{соб}-H\Omega_р\sin\chi\sin S;$$
$$H\dot{\beta}_з+E_1\beta_з+H(\Omega_{орб}+\Omega_р\cos\chi)\alpha_з=H\omega_x^{соб}-H\Omega_р\sin\chi\cos S. \qquad (9.18)$$

Дифференциальные уравнения (9.18) позволяют определить погрешности гироорбитанта, порождаемые регрессией орбиты. Оценка таких погрешностей сделана в гл. 1. Если в дифференциальных уравнениях (9.18) пренебречь малой угловой скоростью $\Omega_р$ регрессии орбиты, то имеем

$$H\dot{\alpha}_з-(E_2+H\Omega_{орб})\beta_з=-H\omega_y^{соб};$$
$$H\dot{\beta}_з+E_1\beta_з+H\Omega_{орб}\alpha_з=H\omega_x^{соб}. \qquad (9.19)$$

По аналогии с (9.13) получаем частные решения дифференциальных уравнений (9.19) движения гироорбитанта, определяющие погрешности $\alpha_з$*, $\beta_з$*, вносимые собственной скоростью $\omega_x^{соб}=\mathrm{const}$, $\omega_y^{соб}=\mathrm{const}$ прецессии гироскопа:

$$\alpha_з^*=\frac{\omega_x^{соб}}{\Omega_{орб}}-\frac{E_1}{E_2+H\Omega_{орб}}\,\frac{\omega_y^{соб}}{\Omega_{орб}}; \qquad (9.20)$$
$$\beta_з^*=\frac{H}{E_2+H\Omega_{орб}}\,\omega_y^{соб}.$$

Формулы (9.20) определяют требования, предъявляемые к точности ($\omega_x^{соб}$, $\omega_y^{соб}$) гироскопа гироорбитанта. Из (9.20) видно, что основная погрешность $\alpha_з$* гироорбитанта определяется собствен-

ной скоростью $\omega_x^{соб}$ его прецессии вокруг оси Ox, а следовательно, для уменьшения его погрешностей необходимо уменьшать моменты внешних сил, действующие вокруг оси Oy_1, так как

$$\omega_x^{соб} = \frac{M_{y_1}^{в.с}}{H \cos\beta}. \qquad (9.21)$$

Кроме погрешностей (9.20), определяемых собственной скоростью $(\omega_x^{соб}, \omega_y^{соб})$ прецессии гироскопа, необходимо найти методические его погрешности, возникающие при отклонениях оси Oy_1 наружной рамки карданова подвеса гироскопа от направления истинной вертикали (ось $O\zeta$). Эти погрешности гироорбитанта можно определить, пользуясь уравнениями (9.11), (9.3) и (9.4). В установившемся режиме полета при крене КЛА $\gamma = \gamma_0 = \text{const}$ погрешность $\alpha_з^*$ гироорбитанта равна

$$\alpha_з^* = \frac{E_1}{H\Omega_{орб} + E_2}\gamma_0. \qquad (9.22)$$

При гармонических колебаниях ЛА по крену и тангажу

$$\gamma = \gamma_0 \sin \nu t; \quad \vartheta = \vartheta_0 \sin(\nu t + \varepsilon) \qquad (9.23)$$

постоянная составляющая погрешности гироорбитанта

$$\alpha_1^{***} = \frac{E_1^2 + E_2^2}{2H\Omega_{орб}E_2}\vartheta_0\gamma_0 \cos\varepsilon, \qquad (9.24)$$

где ε — соответствующий фаз сдвиг колебаний КЛА.

Помимо погрешностей, определяемых формулами (9.20), (9.22) и (9 24), у гироорбитанта возникают погрешности вследствие нестабильности характеристик каналов управления моментными датчиками и др. Обращаясь к формуле (9.15), также определяем период $T_{н.к}$ незатухающих колебаний гироорбитанта:

$$T_{н.к} = \frac{1}{2\pi}\frac{H}{\sqrt{H\Omega_{орб}(H\Omega_{орб} + E_2)}}. \qquad (9.25)$$

При уменьшении крутизны E_2 характеристики «электрической» пружины ($E_2 \to 0$)

$$T_{н.к} \to \frac{1}{2\pi\Omega_{орб}}, \qquad (9.26)$$

а при увеличении E_2 ($E_2 \gg H\Omega_{орб}$)

$$T_{н.к} \to \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{H}{E_2\Omega_{обр}}}, \qquad (9.27)$$

и, следовательно, увеличивая E_2, можно период $T_{н.к}$ собственных незатухающих колебаний гироорбитанта сделать относительно малым ($T_{н.к} \simeq 15 \ldots 50$ с). Гироорбитанты широко используются на КЛА в качестве чувствительных элементов, определяющих углы рыскания и крена спутников, отсчитываемые от направления век-

тора $\bar{\Omega}$ орбитальной угловой скорости его вращения. Гироорбитант входит в состав «активных» систем стабилизации и управления спутником вокруг осей $O\zeta(OY)$ и $O\eta(OX)$. Другие варианты схем гироорбитантов в виду ограниченности объема книги здесь не рассматриваются.

Погрешность гироорбитанта в установившемся режиме полета находится в пределах десятых и даже сотых долей углового градуса.

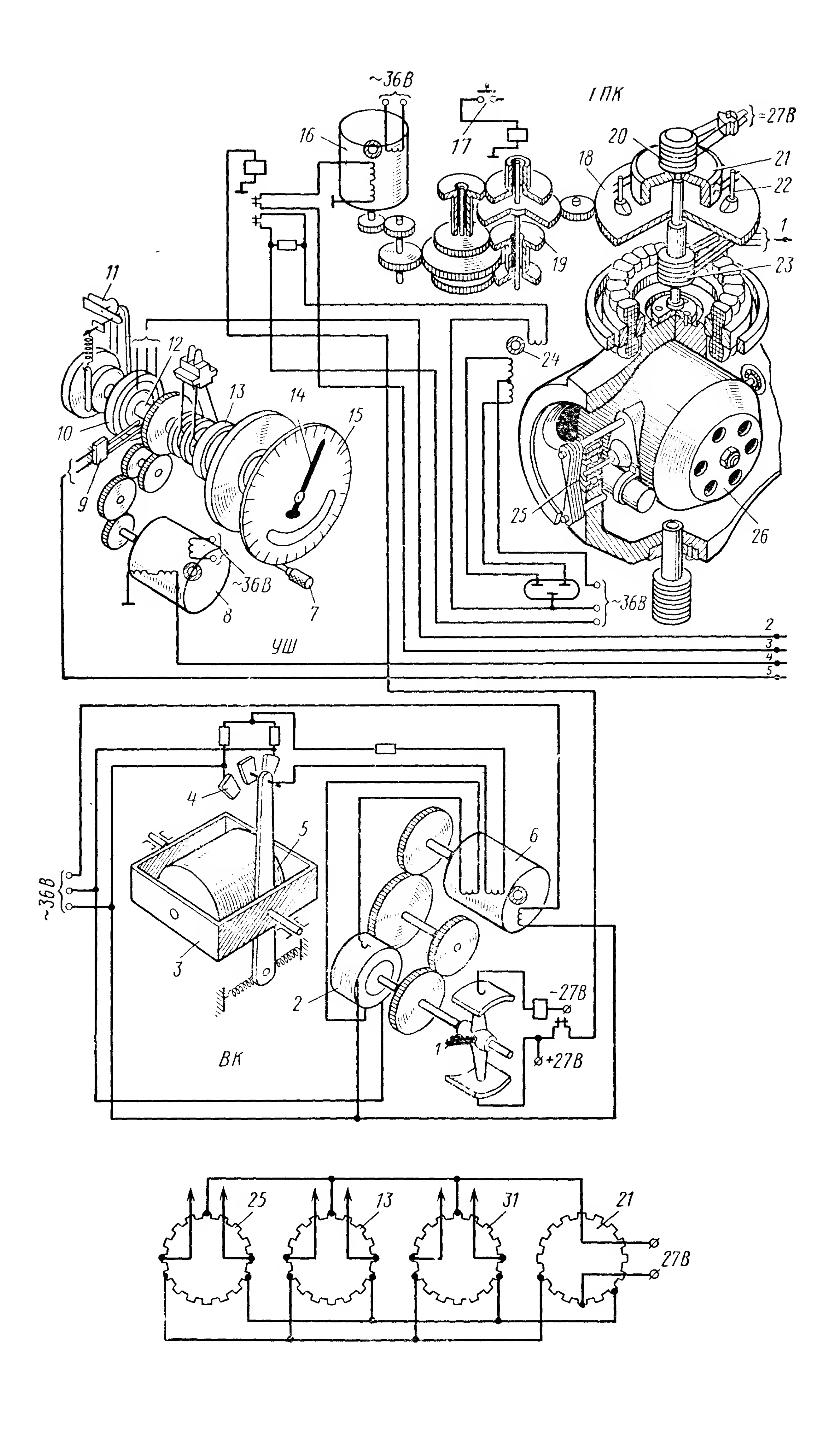
9.3. ГИРОМАГНИТНЫЕ КОМПАСЫ

Курсовые системы, разрабатываемые на базе гиромагнитного компаса, служат для определения географического курса в полете по заданной локсодромии и выполнения разворотов самолета. Курсовая система должна обеспечивать заданную точность определения географического курса на всех широтах, кроме полярных, где магнитные и гиромагнитные компасы практически не работают.

Курсовые системы предназначены для выдачи соответствующих сигналов, пропорциональных углу отклонения самолета от заданного географического курса, используемых в автопилоте и навигационной системе. В гиромагнитных и гироиндукционных компасах магнитный или индукционный чувствительный элемент обычно устанавливается в кардановом подвесе. Центр масс чувствительного элемента располагают ниже точки пересечения осей карданова подвеса, и, следовательно, магнитный чувствительный элемент также представляет собой физический маятник. Дистанционные гироиндукционные компасы, включающие в себя индукционный чувствительный элемент, стабилизированный с помощью гироскопической вертикали, не получили широкого практического применения.

Гироиндукционный компас (рис. 9.8) включает в себя гирополукомпас (ГПК); индукционный магнитный датчик (ИМД); коррекционный механизм (КМ) с лекальным устройством, устраняющим погрешности дистанционных передач и погрешности, возникающие вследствие магнитных девиаций индукционного датчика; выключатель коррекции (ВК), разрывающий цепи горизонтальной и азимутальной коррекций гирополукомпаса на вираже; усилитель *44* указателя штурмана (УШ).

Допустим, что кольцевой потенциометр *31* и ротор *36* сельсина коррекционного механизма укреплены неподвижно на самолете. При рассогласовании направления результирующего магнитного потока в индукционном чувствительном элементе — магнитном датчике — с потоком в соединенном с ним вращающемся трансформаторе (ВТ) корректирующего механизма двигатель *29* отрабатывает ротор *36* ВТ в согласованное положение, поворачивая при этом и щетки *30* потенциометра *31*. При рассогласовании щеток *30* потенциометра *31* коррекционного механизма со щетками *22* потенциометра *21* гироскопа потенциал, снимаемый с диаметральных отводов потенциометра *31* коррекционного механизма, не равен нулю. Сигнал, снимаемый с отводов потенциометра *31*, усиливается уси-


~36В
ГПК
=27В
УШ
~36В
~36В
~36В
ВК
-27В
+27В
27В

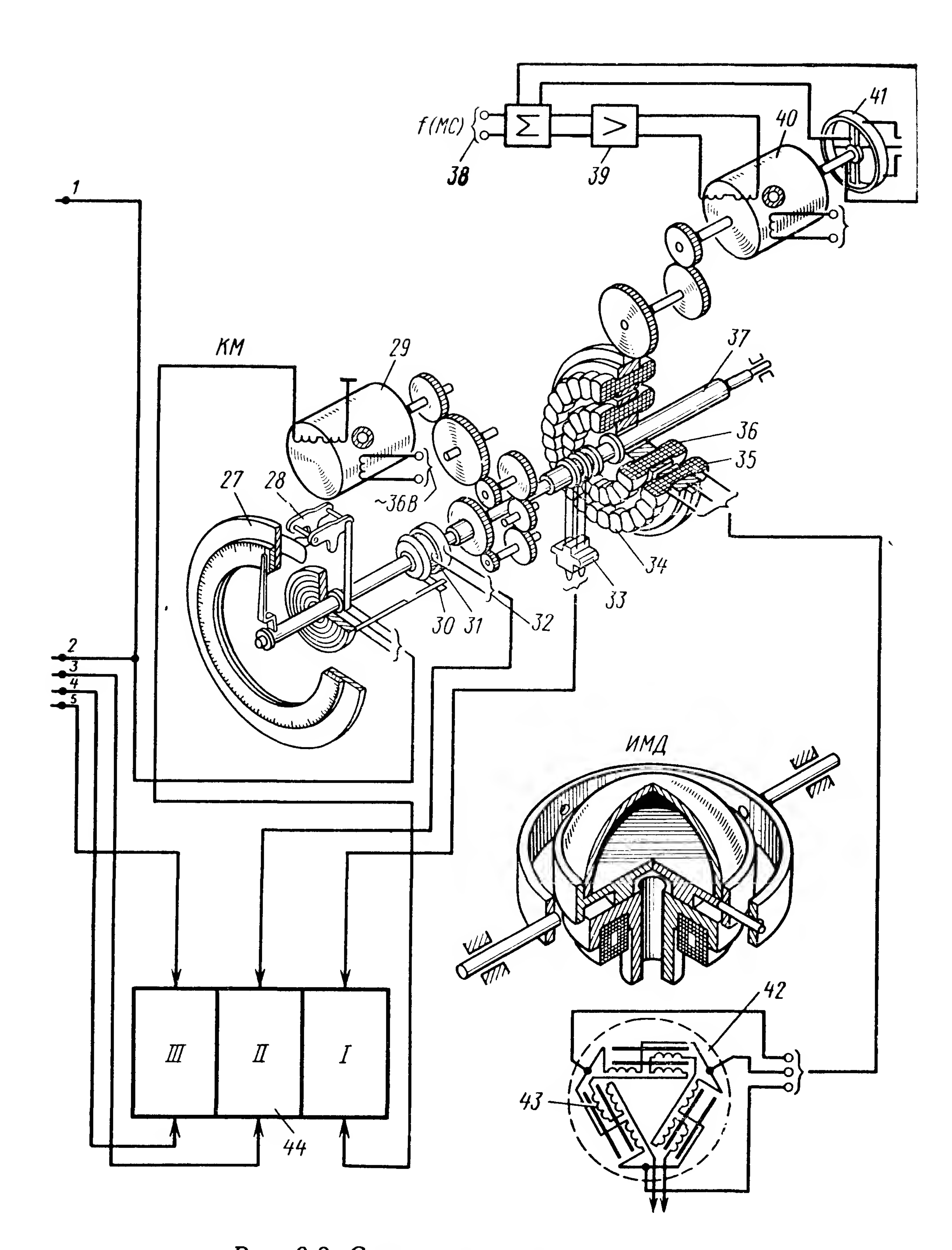


Рис. 9.8. Схема гиромагнитного компаса

1 — потенциометр ВК; *2* — потенциометр обратной связи; *3* — выключатель коррекции ГМК при вираже; *4* — ламели включения двигателя; *5* — датчик угловой скорости; *6* — двигатель выключения коррекции; *7* — ручка ввода магнитного склонения; *8* — двигатель; *9* — щетки; *10* — потенциометр; *11* — лекальное устройство; *12* — вал; *13* — потенциометр; *14* — стрелка; *15* — шкала; *16* — корректирующий двигатель; *17* — кнопка быстрого согласования; *18* — шестерня; *19* — редуктор системы коррекции; *20* — контактные кольца; *21* — потенциометр гирополукомпаса; *22* — щетки; *23, 25* — токоподводы; *24* — реле; *26* — гиромотор; *27* — регулировочные винты лекального устройства; *28* — лекальное устройство; *29* — двигатель КМ; *30* — щеткодержатель со щетками; *31* — потенциометр коррекционного механизма (КМ); *32* — токоподводы потенциометра КМ; *33* — щетки; *34* — контактные кольца; *35* — статор ВТ; *36* — ротор ВТ; *37* — вал; *38* — устройство ввода магнитного склонения; *39* — усилитель; *40* — двигатель системы ввода поправок на магнитное склонение; *41* — потенциометр обратной связи; *42* — чувствительный элемент; *43* — сигнальные обмотки; *44* — усилительно-преобразующее устройство

лителем *44* и поступает на корректирующий двигатель *16* гироскопа. Корректирующий двигатель *16* с помощью редуктора *19* поворачивает щетки *22* потенциометра *21* в сторону поворота гироскопа. При согласовании щеток *22* потенциометра *21* со щетками потенциометра *31* корректирующего механизма сигнал, поступающий на усилитель *44,* становится равным нулю и вращение корректирующего двигателя *16* прекращается. Питание потенциометра *21* гироскопа также поступает на щетки потенциометра *31* корректирующего механизма и на три щетки кольцевого потенциометра *13* указателя. Сигнал, снимаемый с отводов потенциометра *13,* усиливается усилителем *44* и поступает на двигатель *8* следящей системы, который с помощью редуктора поворачивает щетки потенциометра *13* до тех пор, пока сигнал, снимаемый с отводов потенциометра *13*, не становится равным нулю. При этом в установившемся режиме угол поворота щеток потенциометра *13* примерно равен углу поворота самолета относительно меридиана и, следовательно, по шкале со стрелкой *14* отсчитывается магнитный курс самолета. Для уменьшения передаточного числа редуктора, связывающего двигатель *16* и шестерню *18* с установленными на ней щетками, и сокращения времени согласования щеток потенциометра *21* со щетками потенциометра *31* коррекционного механизма служит кнопка *17*, управляющая муфтой редуктора *19*. Лекальное устройство *28* коррекционного механизма вместе с девиационным прибором дает возможность более точно скомпенсировать магнитную девиацию компаса и погрешность дистанционной передачи. Выключатель коррекции *3* снижает динамические погрешности прибора на вираже.

Погрешности гиромагнитного компаса в основном определяются точностью магнитного компаса, корректирующего гироскопа, и в меньшей мере зависят от качества гироскопа, как это имело место в случае указателя направления ортодромии. В идеальном магнитном компасе ось вращения катушки направлена по истинной вертикали и катушка точно устанавливается по направлению магнитного меридиана, которое, однако, не совпадает с географическим (истинным), а составляет с ним угол $\Delta_м$, называемый магнитным склонением.

Склонения для разных пунктов земного шара различны по величине и знаку. Величина склонения определяется по специальным картам магнитных склонений, на которые нанесены линии — изогоны, соединяющие места равных магнитных склонений. Магнитное склонение меняется со временем; величина изменения обычно не превышает 10 угл. мин. за год. В некоторых районах Земли величины магнитных склонений (рис. 9.9) достигают десятков градусов, особенно в полярных широтах, где и величины магнитных склонений, и изменения величин магнитных склонений при перемещениях на относительно небольшие расстояния оказываются весьма значительными.

При большой скорости полета быстрое изменение магнитных склонений при прохождении различных пунктов земного шара, неточное знание величин магнитных склонений для различных пунк-

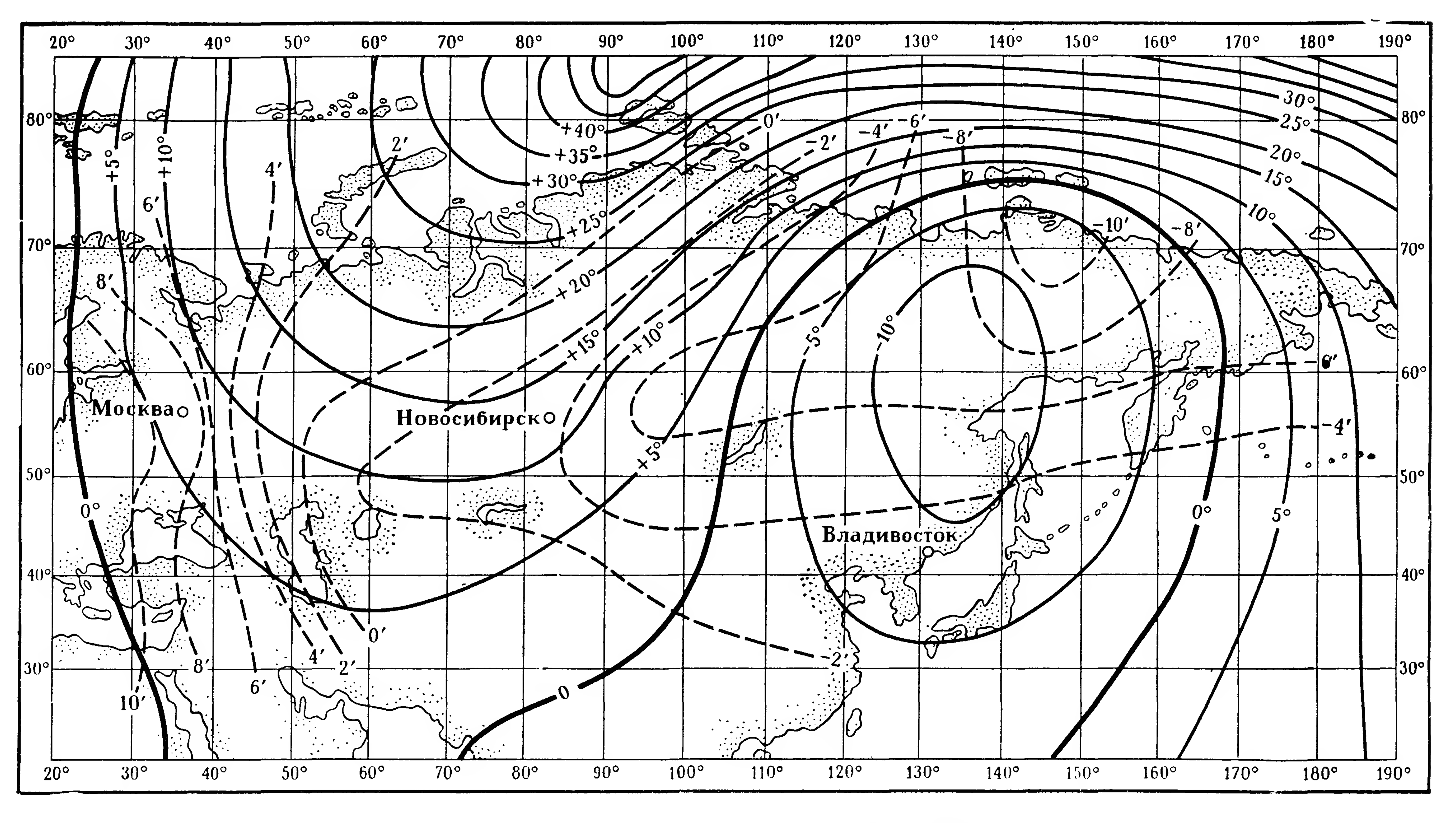


Рис. 9.9. Карта равных магнитных склонений и равных годичных изменений магнитных склонений

——— линии магнитных склонений, – – – линии годичных изменений

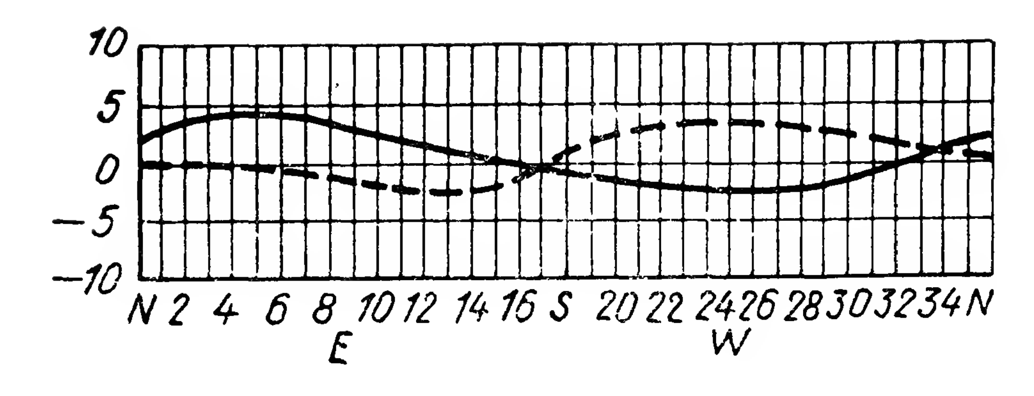


Рис. 9.10. График компасных девиаций

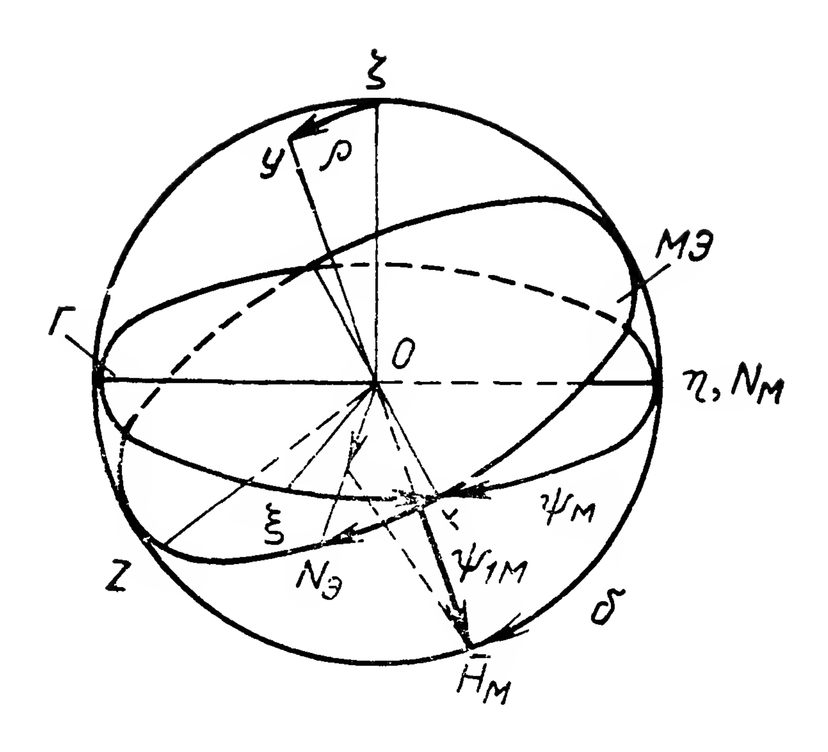


Рис. 9.11. Схема определения погрешности от наклона магнитного элемента компаса

тов земного шара и на различных высотах полета приводит к возникновению значительных погрешностей в определении направления географического меридиана. Кроме того, значительные погрешности в определении направления магнитного меридиана вносит магнитная девиация компаса.

Магнитной девиацией компаса называется угол $\Delta_к$, образованный направлениями магнитного и компасного меридианов; несовпадение между курсом, отсчитываемым по компасу, и магнитным курсом связано с наличием на самолете железных и стальных масс. Магнитная девиация $\Delta_к$ компаса в основном обусловлена влиянием магнитотвердого железа, существенно зависит от конструкции самолета и места расположения компаса на самолете. В случае неудачного расположения компаса магнитная девиация достигает десятков градусов. Применяя различные методы устранения магнитной девиации компаса, удается уменьшить ее до нескольких градусов.

Графическое изображение остаточной магнитной девиации компаса, оставшейся после ее устранения, показано на рис. 9.10. Для устранения остаточной магнитной девиации в гиромагнитных компасах применяют специальное коррекционное лекальное устройство *28* (см. рис. 9.8), позволяющее автоматически ввести поправку в показания компаса. Остаточную магнитную девиацию компаса практически можно устранить только при горизонтальном расположении самолета и определенном расположении отдельных механизмов и устройств, установленных вблизи магнитного компаса. При кренах самолета, перемещении механизмов и таких устройств, как органы управления и шасси и т. д., остаточная магнитная девиация изменяется и возникают погрешности в определении курса самолета. Погрешности в определении магнитного склонения $\delta\Delta_м$ и магнитной девиации $\delta\Delta_к$ компаса непосредственно входят в погрешность $\Delta_{м.к}$ определения истинного курса самолета:

$$\Delta_{м.к} = \delta\Delta_м + \delta\Delta_к. \qquad (9.28)$$

В полете возникают ускорения, и чувствительный элемент индукционного магнитного компаса датчика (ИМД), представляю-

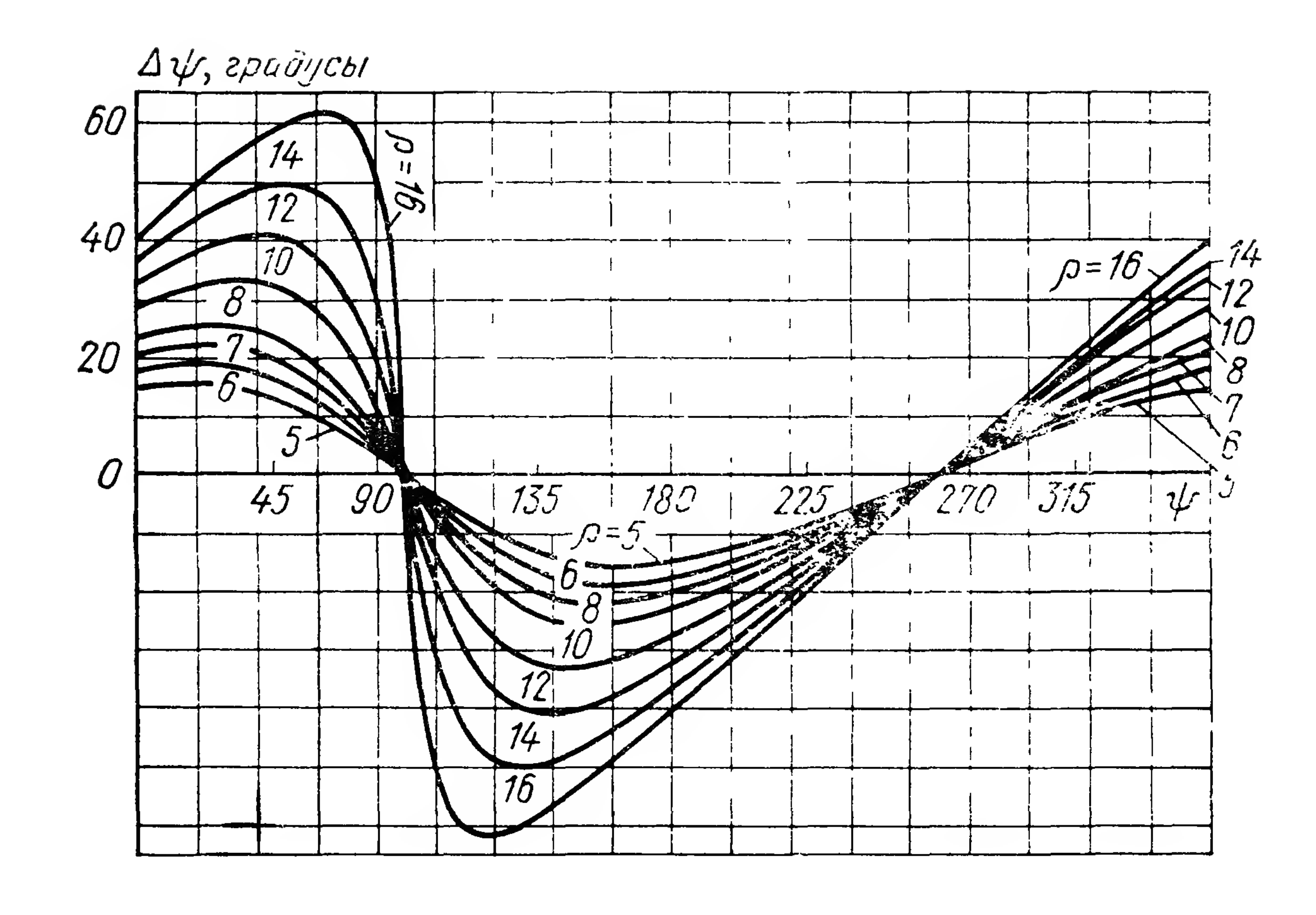


Рис 9.12. Графики погрешностей от наклона магнитного элемента

щий собой физический маятник, отклоняется от направления истинной вертикали, а следовательно, и плоскость индукционного магнитного элемента компаса отклоняется от плоскости горизонта.

При отклонении плоскости магнитной системы от плоскости горизонта также возникает погрешность в определении магнитного курса самолета, называемая погрешностью от наклона магнитного элемента. Если через $\psi_м$ обозначить угол, составленный линией пересечения плоскости магнитного элемента и плоскости горизонта с направлением на север, а через $\psi_{1м}$ — угол между той же линией и проекцией вектора напряженности магнитного поля Земли на плоскость магнитного элемента (рис. 9.11), то погрешность от наклона магнитного элемента

$$\Delta\psi_м = \psi_м + \psi_{1м}. \qquad (9.29)$$

Обозначая через ρ угол наклона плоскости магнитного элемента по отношению к плоскости горизонта, а через δ — угол наклонения вектора $\overline{H}_м$ земного магнитного поля по отношению к плоскости горизонта, имеем

$$\Delta\psi_м = \psi_м + \operatorname{arctg}[(\operatorname{tg}\delta \sin\rho - \sin\psi_м \cos\rho)/\cos\psi_м]. \qquad (9.30)$$

Эта формула (9.30) позволяет найти погрешность $\Delta\psi_м$ в определении курса самолета, зависящую от направления (угол $\psi_м$) и угла ρ наклона плоскости магнитного чувствительного элемента. В связи с тем, что угол δ наклонения магнитного поля Земли обычно велик (на широте Москвы $\delta = 72$, а в северных широтах достигает еще больших величин), погрешности от наклона плоскости магнитного чувствительного элемента весьма значительны (рис. 9.12).

В рассмотренном случае магнитный чувствительный элемент, установленный в кардановом подвесе, представляет собой физический маятник. При этом плоскость магнитного чувствительного элемента даже в горизонтальном установившемся режиме полета

по магнитному компасу (полет по локсодромии) вследствие навигационной погрешности, возникающей у физического маятника (см. гл. 10), отклоняется от плоскости горизонта относительно оси, перпендикулярной вектору $\overline{V}$ скорости полета, на величину навигационной погрешности:

$$\alpha^*_{\text{м.н}} = \frac{-V^2 \sin\psi \operatorname{tg}\psi}{Rg_0} - \frac{2UV \sin\varphi}{g_0}. \qquad (9.31)$$

Зависимость $\alpha^*_{\text{м.н}}$ от скорости V полета при $\psi=90°$ представлена на рис. 9.13.

Если в первом приближении положить $\psi=\psi_{\text{м}}$, то $\alpha^*_{\text{м.н}}=\rho$ и с помощью уравнения (9.30) и (9.31) можно определить погрешности индукционного магнитного компаса, а в длительном установившемся режиме полета и погрешность гиромагнитного компаса, возникающую вследствие наклона плоскости индукционного магнитного чувствительного элемента.

Из сопоставления графиков, представленных на рис. 9.12 и 9.13, видно, что даже в установившемся горизонтальном полете с большой скоростью погрешность гиромагнитного компаса в определении курса самолета достигает нескольких градусов (максимальная погрешность возникает на межкардинальных курсах 45, 135, 225, 315°). Погрешность, возникающая в результате наклона плоскости магнитного чувствительного элемента, достигает особенно больших величин при полетах с ускорением. В этом случае плоскость магнитного чувствительного элемента наклоняется на угол, примерно равный углу отклонения кажущейся вертикали от истинной, определяемой по формуле

$$\operatorname{tg}\beta_{\text{м}} = \dot{V}/g_0. \qquad (9.32)$$

На рис. 9.12 представлены графики погрешностей чувствительного элемента от наклона магнитной плоскости чувствительного элемента при углах ρ, достигающих при определенном направлении полета значительных величин. Время полета самолета с ускорением $\dot{V}$ и угловая скорость поворота шестерни *18* и щеток *22* потенциометра *21*, вращаемых корректирующим азимутальным двигателем *16* (см. рис. 9.8), относительно невелики. Следовательно, в случае релейной характеристики канала управления азимутальным двигателем *16* погрешность гироскопа нарастает со скоростью $\dot{\alpha}_{\text{к}}=\varepsilon_\alpha$. Если угол отклонения кажущейся вертикали от истинной относительно невелик, то согласно (9.30) максимальная погрешность гиромагнитного компаса

$$\Delta\psi_{\text{м}\,\max} \simeq \frac{\dot{V}}{g_0} \operatorname{tg}\delta, \qquad (9.33)$$

а время нарастания максимальной погрешности

$$t^* = \frac{\dot{V}}{\varepsilon_\alpha g_0} \operatorname{tg}\delta. \qquad (9.34)$$

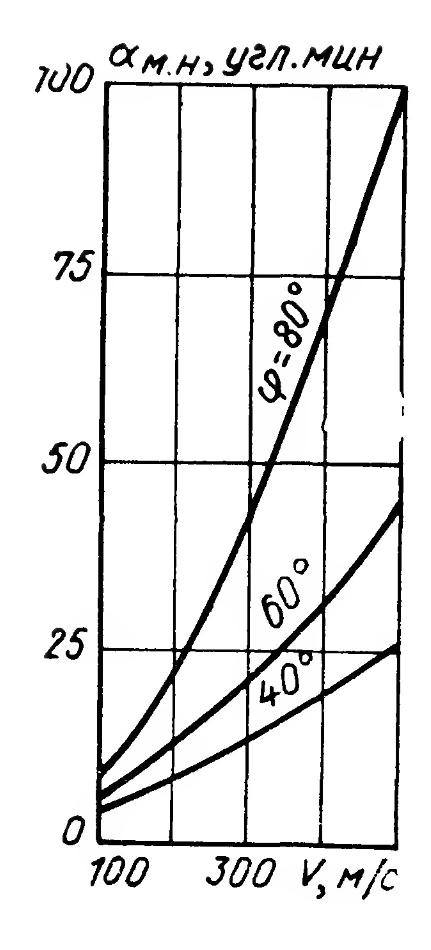


Рис. 9.13. Зависимость навигационной погрешности физического маятника от скорости полета

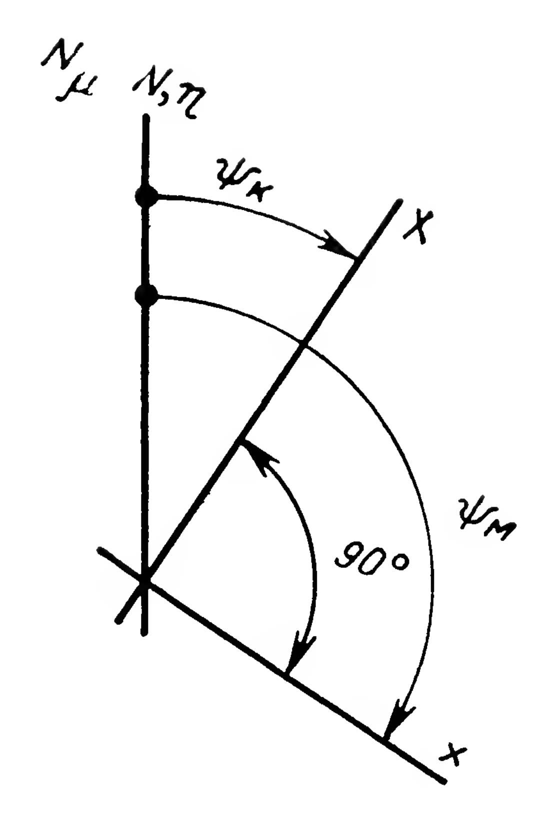


Рис. 9.14. Взаимное расположение курса и наклона магнитного компаса

При использовании (9.30) следует иметь в виду, что курс $\psi_к$ самолета отличается от направления, относительно которого происходит наклон магнитного чувствительного элемента в полете с ускорением $\dot{V}$, на 90° (рис. 9.14), т. е.

$$\psi_к = \psi_м - 90°. \quad (9.35)$$

При начальных курсах виража $\psi_{к0} = +90°$ и $\psi_{к0} = -90°$ достигаются максимальные погрешности гиромагнитного компаса:

$$\Delta\psi_{г\,max} = \varepsilon_\alpha \frac{\pi}{\omega_в}, \quad (9.36)$$

так как максимальное время, в течение которого знак скорости прецессии гироскопа при его азимутальной коррекции $\Delta\varepsilon_\alpha$ не меняется, равно половине периода T виража ($T/2 = \pi/\omega_в$), где $\omega_в$ — угловая скорость виража. Для уменьшения погрешностей гиромагнитного компаса при полетах с ускорением (и на виражах) азимутальную скорость ε_α прецессии гироскопа следует уменьшать. Однако [см. (10.25)] угловая скорость азимутальной скорости прецессии гироскопа не может быть выбрана меньше, чем

$$\varepsilon_{\alpha\,min} = U \sin\varphi + \frac{V_E}{R} \operatorname{tg}\varphi + \omega_{соб}, \quad (9.37)$$

где $\omega_{соб}$ — собственная скорость прецессии гироскопа вокруг оси Oy_1 наружной рамки его карданова подвеса, возникающая в условиях эксплуатации.

Для скоростных самолетов, летающих в высоких широтах, нижний предел угловой скорости $\varepsilon_{\alpha\,min}$ азимутальной коррекции гироскопа оказывается значительным. Для уменьшения погрешностей

гиромагнитного компаса при ускорениях и на вираже корректирующее устройство от магнитного компаса, а в ряде случаев от магнитного компаса и от маятника, выключается. В первом случае в соответствии с выбранной схемой гиромагнитный компас превращается в указатель направления ортодромии, а во втором случае — в астатический гироскоп. Погрешность гироиндукционных компасов, складывающаяся из ряда отдельных его погрешностей (погрешностей, вносимых не точным определением магнитного склонения, компасной девиацией от наклона плоскости магнитного чувствительного элемента, собственной скоростью прецессии гироскопа и др.), может быть уменьшена до долей углового градуса.

Глава 10

ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ ВЕРТИКАЛИ

В простейшем случае гироскопическая вертикаль представляет собой (рис. 10.1) астатический гироскоп, ось ротора которого удерживается на направление истинной вертикали с помощью корректирующего устройства, чувствительным элементом которого является маятниковый жидкостный переключатель *1*. Прецизионная гировертикаль и гировертикаль повышенной точности обычно представляют собой двух- или трехосный (см. рис. 3.2, 4.3, 8.1) гироскопический стабилизатор, положение платформы которого корректируется физическими маятниками или акселерометрами. Погрешности гироскопической вертикали, подобно погрешностям гиромагнитного компаса, в значительной мере зависят от точности корректирующих устройств: физических маятников или акселеро-

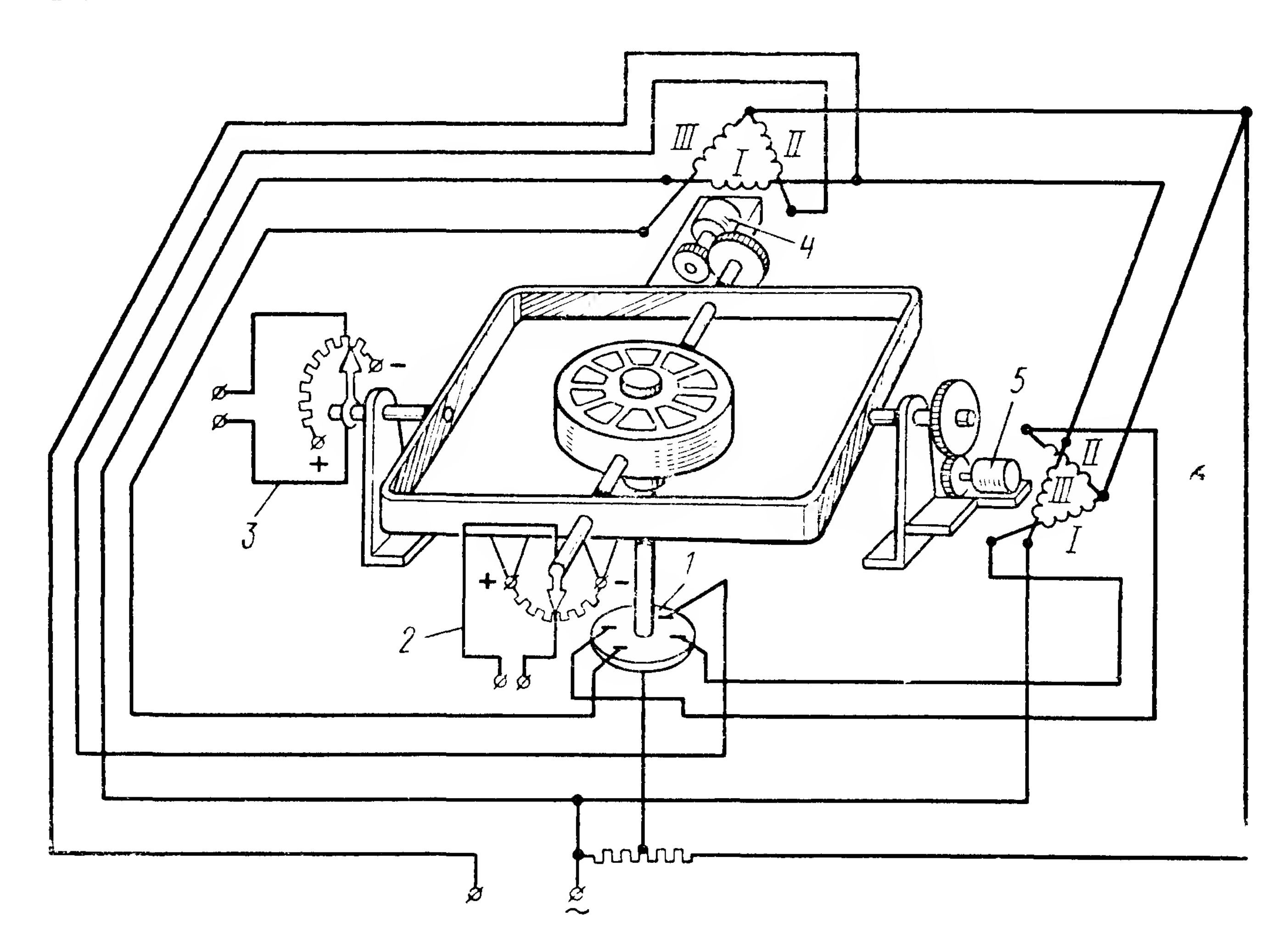


Рис. 10.1. Схема гироскопической вертикали:

1 — жидкостной переключатель; *2, 3* — потенциометрические датчики углов крена и тангажа; *4, 5* — асинхронные двигатели-корректоры

метров. Погрешности гировертикалей определяются собственной скоростью прецессии гироскопов или платформы гиростабилизатора, возникающей в полете. Схему и конструкцию гироскопической вертикали выбирают в зависимости от требуемой точности измерения и условий эксплуатации гировертикали.

10.1. ГИРОВЕРТИКАЛИ С КВАЗИУПРУГОЙ РАДИАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИЕЙ

Рассмотрим погрешности физического маятника, представляющего собой корректирующее устройство гировертикали. Известно, что конфигурация Земли представляет собой геоид. С погрешностью до угловых секунд в определении направления истинной вертикали конфигурация Земли может быть принята, например, в виде эллипсоида, представленного на рис. 10.2. Соотношение полуосей a и b эллипсоида определяет сжатие Земли $\Delta = \frac{a}{a} = \frac{1}{298{,}3}$. Направление истинной вертикали (ось $O\zeta$) совпадает с направлением силы тяжести G, представляющей собой равнодействующую силы A — ньютонова притяжения к Земле и центробежной силы C, возникающей при суточном вращении Земли. Маятник, помещенный в неподвижной точке O на поверхности Земли, устанавливается именно по направлению истинной вертикали. Отклонение ε направления силы A от направления к центру Земли (ось $O\zeta'$)

$$\varepsilon = 4{,}6' \sin 2\varphi \tag{10.1}$$

и, следовательно, достигает величины 4,6′ при $\varphi = 45°$.

Значения географической φ и геоцентрической φ_1 широт отличаются на величину угла

$$\varphi - \varphi_1 = 13{,}6' \sin 2\varphi \tag{10.2}$$

и, следовательно, достигают 13,6′ при $\varphi = 45°$.

При составлении географических карт в качестве начальной базы отсчета выбирают именно направление истинной вертикали; при этом для целей ориентации и навигации также необходимо знать направление истинной вертикали. Однако даже в установившемся режиме полета маятник отклоняется от направления истинной вертикали и устанавливается по направлению кажущейся вертикали.

В проекциях на плоскости трехгранника $O\xi\eta\zeta$ (рис. 10.3), ориентированного по сферической нормали к траектории ЛА относительно Земли и по касательной к траектории, отклонение кажущейся вертикали от истинной

$$\alpha_к = -\frac{V\omega_\xi + 2VU \sin\varphi}{g_0}; \quad \beta_к = \frac{\dot V}{g_0}, \tag{10.3}$$

где $\alpha_к$, $\beta_к$ — отклонения проекций кажущейся вертикали на плоскости $O\zeta\xi$ и $O\zeta\eta$ от направления оси $O\zeta$ истинной вертикали; V—скорость полета относительно Земли; ω_ς — угловая скорость поворота трехгранника вокруг оси $O\zeta$ относительно Земли; U — угловая ско-

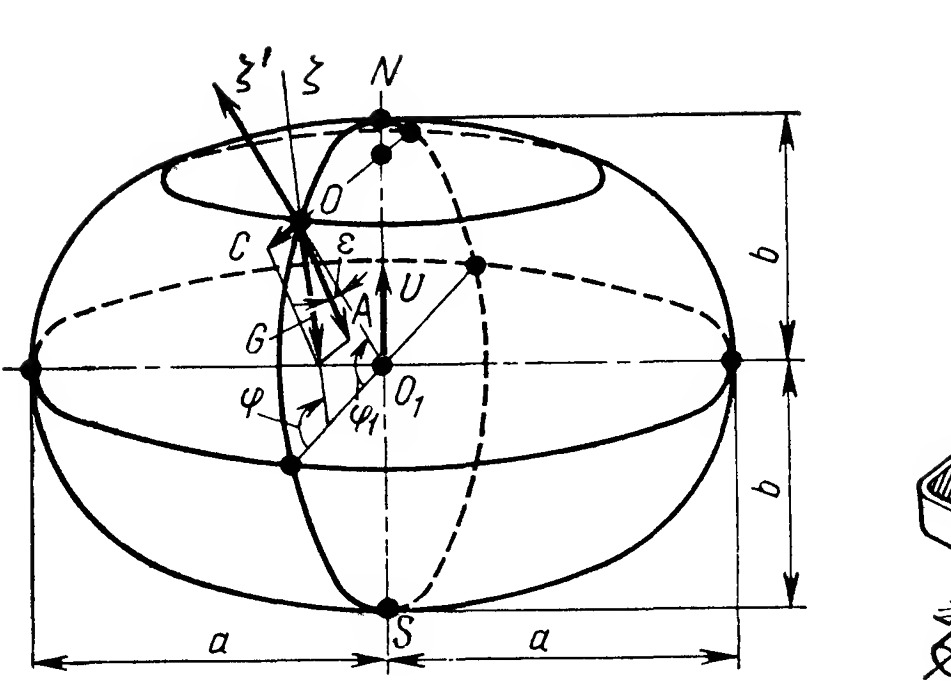


Рис. 10.2. Эллипсоид Красовского

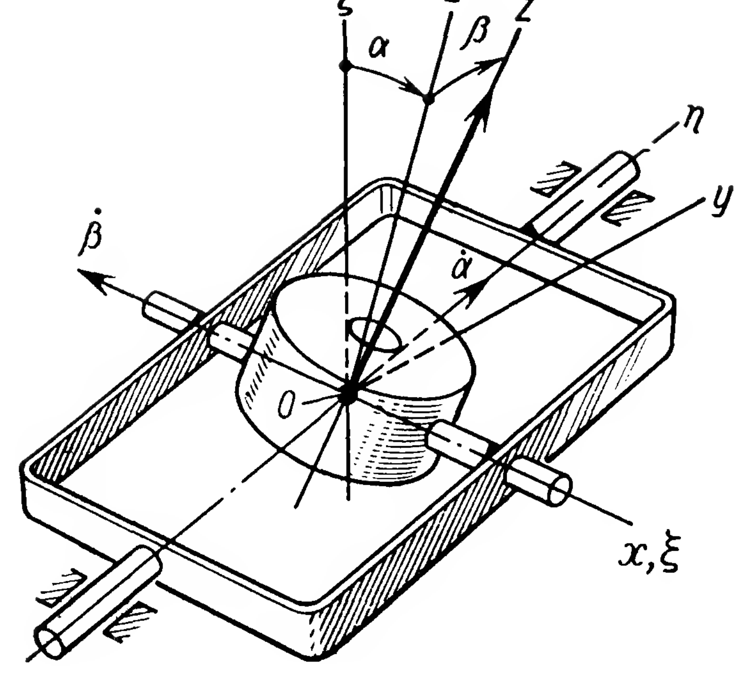


Рис. 10.3. Схема определения углов отклонения осей ротора гироскопа от направления истинной вертикали

рость суточного вращения Земли; φ — широта места; g_0 — ускорение силы тяжести.

В установившемся полете по локсодромии ($\dot{V}=0$)

$$\omega_\zeta = \frac{V}{R} \operatorname{tg} \varphi \sin \psi, \tag{10.4}$$

где ψ — путевой угол, составленный направлением проекции скорости V на плоскость горизонта и направлением меридиана.

В полете по локсодромии отклонение кажущейся вертикали от истинной

$$\alpha_{\text{к.л}} = -\frac{\frac{V^2}{R} \operatorname{tg} \varphi \sin \psi + 2VU \sin \varphi}{g_0}; \tag{10.5}$$

$\beta_{\text{л}} = 0$.

В установившемся полете по ортодромии $\dot{V}=0$, $\omega_\zeta = 0$ и, следовательно,

$$\alpha_{\text{к.о}} = -\frac{2VU \sin \varphi}{g_0}; \ \beta_{\text{к.о}} = 0. \tag{10.6}$$

Например, в полете по локсодромии при $V=600$ м/с, $\varphi=80^\circ$ отклонение $\alpha_{\text{к.л}}=2^\circ 22'$, а в полете по ортодромии $\alpha_{\text{к.о}}=30'$.

Направление кажущейся вертикали в стационарном режиме полета по локсодромии или ортодромии не совпадает с направлением истинной вертикали, а отклоняется от этого направления на значительный угол, величину которого необходимо учитывать или автоматически компенсировать в системе коррекции гировертикали в полете. В последнем случае схема гировертикали существенно усложняется. В качестве корректирующих устройств в гироскопических вертикалях обычно применяют жидкостные маятниковые переключатели, имеющие относительно малый период собственных ко-

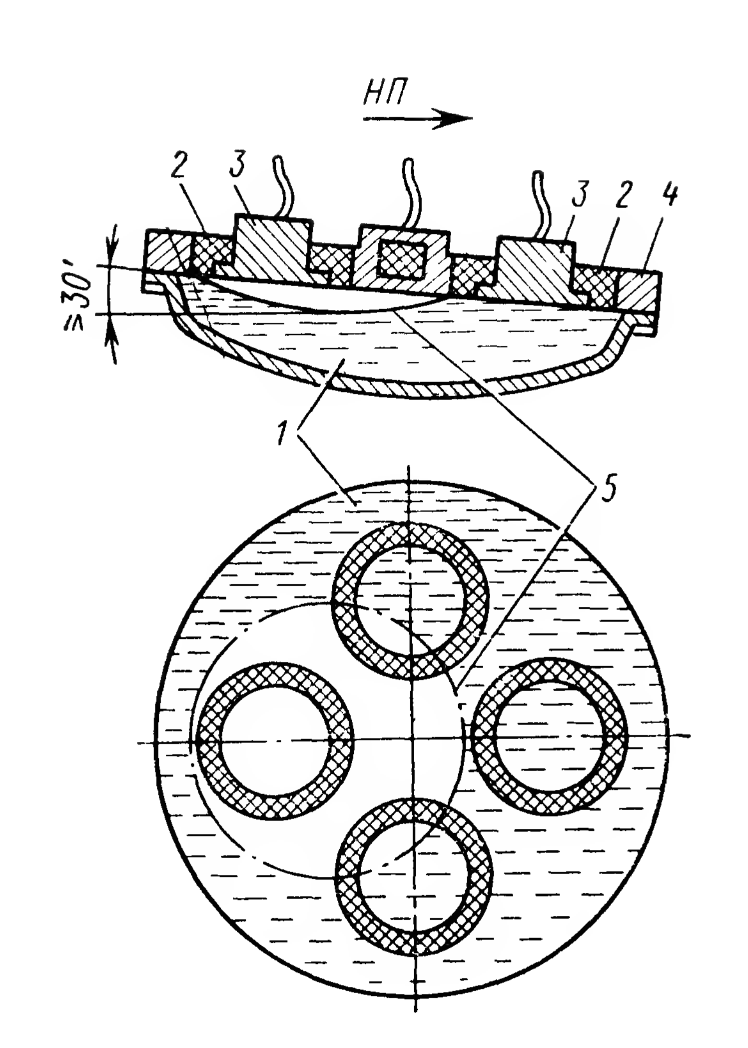


Рис. 10.4. Схема жидкостного маятникового переключателя

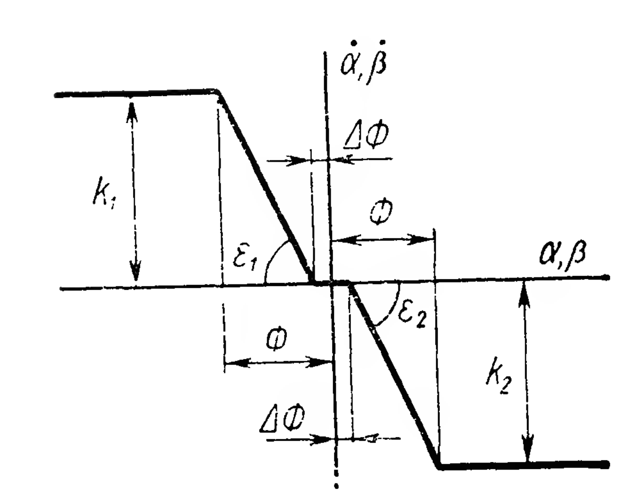


Рис. 10.5. Характеристика жидкостного маятникового переключателя

лебаний, эффективное демпфирование, малый угол застоя и зону пропорциональности в пределах от 0,4° до 0,5°. Характеристика жидкостного маятникового переключателя, изображенного на рис. 10.4, представлена на рис. 10.5. Зона нечувствительности ΔΦ жидкостного маятникового переключателя обычно не превышает 1 угл. мин., а прецизионного маятникового переключателя — 1 угл. сек. В переходном режиме движения собственные колебания жидкостного маятникового переключателя быстро затухают.

Простейшей схемой коррекции гировертикали, получившей наибольшее распространение, является схема, представленная на рис. 10.1, с квазиупругой радиальной коррекцией с насыщением (рис. 10.5). В случае квазиупругой радиальной коррекции в установившемся режиме полета погрешности гировертикали возрастают по сравнению с погрешностями физического маятника (10.5), (10.6) на величину скоростной погрешности. Скоростные погрешности гировертикали $\alpha^*\beta^*$ в установившемся режиме полета

$$\alpha^* = -\frac{U\cos\varphi\cos\psi + \omega_y^{\text{соб}}}{\varepsilon};$$

$$\beta^* = -\frac{U\cos\varphi\sin\psi + V/R + \omega_x^{\text{соб}}}{\varepsilon}, \qquad (10.7)$$

где $\omega_x^{\text{соб}}$, $\omega_y^{\text{соб}}$ — собственные скорости прецессии гироскопа вокруг осей Ox и Oy, порождаемые в полете моментами внешних сил $M_y^{\text{в.н}}$ и $M_x^{\text{в.н}}$; ε — крутизна характеристики корректирующего устройства гироскопа.

Для уменьшения скоростных погрешностей α^* и β^* гировертикали крутизну ε характеристики корректирующего устройства следует увеличивать.

Скоростные погрешности α^* и β^* гировертикали могут быть уменьшены путем автоматической компенсации влияния на гироскоп угловых скоростей облета и суточного вращения Земли, и, конечно, снижением собственной скорости $\omega_x^{соб}$, $\omega_y^{соб}$ прецессии гироскопа гировертикали.

В этом случае моментные датчики ($МД_1$ и $МД_2$), установленные на осях прецессии гироскопов (см. рис. 8.1), развивают моменты

$$M_{xк}=k_1U\cos\varphi\cos\psi;$$
$$M_{yк}=k_2(U\cos\varphi\sin\psi+V/R), \tag{10.8}$$

(k_1 и k_2 — коэффициенты пропорциональности), а платформа гиростабилизатора прецессирует с угловыми скоростями

$$\omega_{yк}=\frac{k_1U\cos\varphi\cos\psi}{H};$$
$$\omega_{xк}=\frac{k_2(U\cos\varphi\sin\psi+V/R)}{H}. \tag{10.9}$$

Большие погрешности возникают у гировертикали в полете с ускорением. Уравнение движения гировертикали с пропорциональной характеристикой корректирующего устройства при прямолинейном полете с ускорением (см. рис. 103) имеет вид

$$\dot\beta+\varepsilon\beta=\varepsilon\frac{W_\eta}{g_0}-U\cos\varphi\sin\psi-V/R-\omega_x^{соб}. \tag{10.10}$$

В общем случае в полете с ускорением погрешность гировертикали определяет решение дифференциального уравнения

$$\dot\beta+\varepsilon\beta=\varepsilon\dot V/g_0, \tag{10.11}$$

а именно,

$$\beta=\frac{\varepsilon}{g}e^{-\varepsilon t}\int e^{\varepsilon t}\dot V dt+S_1e^{-\varepsilon t} \tag{10.12}$$

и, в частности, при $\dot V=\dot V_0=\text{const}$ и начальных условиях $\beta=0$ при $t=0$ получаем

$$\beta=\frac{\dot V_0}{g_0}(1-e^{-\varepsilon t}). \tag{10.13}$$

Из (10.13) видно, что погрешность гировертикали при постоянном ускорении $\dot V_0$ не превышает значения $\dot V_0/g_0$; при этом ось Oz ротора гироскопа приближается к направлению кажущейся вертикали.

Если время действия ускорения невелико и угол β отклонения оси Oz ротора гироскопа гировертикали от направления истинной вертикали (ось $O\zeta$) мал по сравнению с углом ($\dot V_0/g_0$) отклонения

кажущейся вертикали, то максимальная погрешность β_{max} гировертикали в полете с постоянным ускорением $\dot{V}_0$:

$$\beta_{max} \simeq \varepsilon \Delta V / g_0. \qquad (10.14)$$

Здесь ΔV — изменение скорости V во время полета с ускорением $\dot{V}_0$.

При большом ускорении $\dot{V}$, когда отклонение кажущейся вертикали превышает зону Ф пропорциональности маятникового переключателя, погрешность в полете с ускорением $\dot{V}$ с течением времени нарастает:

$$\beta = kt,$$

где k — постоянная скорость процессии оси Oz ротора гироскопа гировертикали, порождаемая корректирующим устройством.

Если ускорение $\dot{V}$ постоянно и равно $\dot{V}_0$, то время полета с ускорением $t = \Delta V / \dot{V}_0$. Тогда $\beta = k \Delta V / \dot{V}_0$. При самом неблагоприятном значении ускорения $\dot{V}_0$ наибольшая погрешность гировертикали

$$\beta_{max} = \sqrt{k \Delta V / g_0}. \qquad (10.15)$$

Значительные погрешности также возникают у гировертикали при выполнении самолетом виража и фигур сложного пилотажа. Для уменьшения погрешностей гировертикали при ограниченном времени t полета с ускорением $\dot{V}$ корректирующее устройство выключают [2, 5, 12, 16, 19].

10.2. ГИРОВЕРТИКАЛЬ С ИНТЕГРАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИЕЙ

Наиболее точной, инвариантной по отношению к ускорениям, возникающим в полете, является гировертикаль с интегральной коррекцией, обладающая периодом T собственных колебаний, равным 84,3 мин. Схема такой прецизионной гировертикали представляет собой трехосный трехгироскопный стабилизатор (см. рис. 8.1), положение платформы которого обычно корректируется в плоскости горизонта с помощью точных акселерометров (см. разд. 8.2). Для составления уравнений прецессии платформы гиростабилизатора, представляющего собой прецизионную пространственную систему ориентации, воспользуемся рис. 8.1 и 10.6. Обращаясь к дифференциальным уравнениям (4.4), в которых полагаем углы ρ, σ и τ малыми, получаем приближенные уравнения моментов, действующих вокруг осей $Oz_{\rm I}$, $Oz_{\rm II}$ и $Ox_{\rm III}$ прецессии гироскопов:

$$\begin{aligned} &\sum M_{z_{\rm I}} = -H_1 \omega_{x_0} + M_\rho = 0; \\ &\sum M_{z_{\rm II}} = H_2 \omega_{y_0} + M_\sigma = 0; \qquad (10.16) \\ &\sum M_{x_{\rm III}} = -H_3 \omega_{z'_0} + M_\tau = 0, \end{aligned}$$

а также уравнения моментов, действующих вокруг осей Ox_0, Oy_0, и Oz_0':

$$\sum M_{x_0}=H_1\dot{\rho}_{абс}+K^{p}W(s)\rho+M_{x_0}^{в.с}=0;$$

$$\sum M_{y_0}=-H_2\dot{\sigma}_{абс}-K^{p}W(s)\sigma+M_{y_0}^{в.с}=0; \qquad (10.17)$$

$$\sum M_{z_0}=H_3\dot{\tau}_{абс}+K^{p}W(s)\tau+M_{z_0'}^{в.с}=0.$$

Дифференциальные уравнения (10.17) прецессии гироскопов определяют их движения вокруг осей прецессии, порождаемые моментами внешних сил, действующими вокруг осей Ox_0, Oy_0 и Oz_0' (см. гл. 4).

В соответствии со схемой, представленной на рис. 8.1, моменты, развиваемые моментными датчиками $МД_1$ и $МД_2$, удерживающими платформу в плоскости горизонта, определяются сигналами η_1 и δ_1, посылаемыми акселерометрами A_1 и A_2 и потенциометрическими датчиками $П_1$, $П_2$ интегрирующих двигателей $И_1$ и $И_2$:

$$M_{\rho}'=E_{z_{I}}\left(\beta-\frac{W_{\eta}}{g_0+W_{\zeta}}\right)-E_{z_{I}}'\eta_1;$$

$$(10.18)$$

$$M_{\sigma}'=E_{z_{II}}\left(\alpha-\frac{W_{\xi}}{g_0+W_{\zeta}}\right)-E_{z_{II}}'\delta_1;$$

$$\dot{\eta}_1=-\left(\beta-\frac{W_{\eta}}{g_0+W_{\zeta}}\right), \quad \dot{\delta}_1=-\left(\alpha-\frac{W_{\xi}}{g_0+W_{\zeta}}\right). \qquad (10.19)$$

При $\omega_{x_0}=-\dot{\beta}_{абс}$; $\omega_{y_0}\simeq\dot{\alpha}_{абс}$, а также согласно рис. 10.6

$$\dot{\alpha}_{абс}\simeq\dot{\alpha}+\omega_{\eta}-\omega_{\zeta}\beta;$$

$$(10.20)$$

$$\dot{\beta}_{абс}\simeq\dot{\beta}-\omega_{\xi}+\omega_{\zeta}\alpha.$$

Уравнения (10.16), (10.18) и (10.19) преобразуем к виду

$$\dot{\alpha}+\varepsilon\alpha-c\delta_1-\omega_{\zeta}\beta=-\omega_{\eta}+\varepsilon\frac{W_{\xi}}{g_0}+m_{y_0};$$

$$(10.17')$$

$$\dot{\beta}+\varepsilon\beta-c\eta_1+\omega_{\zeta}\alpha=\omega_{\xi}+\varepsilon\frac{W_{\eta}}{g_0}+m_{x_0},$$

где m_{x_0}, m_{y_0} — собственная скорость прецессии платформы вокруг осей x_0 и y_0 соответственно.

Если $H_1=H_2=H$, то

$$\frac{E_{z_{I}}'}{H}=\frac{E_{z_{II}}''}{H}=c; \quad \frac{E_{z_{I}}}{H}=\frac{E_{z_{II}}}{H}=\varepsilon, \quad \omega_{\zeta}=0.$$

Исключая из (10.17′) δ_1 и η_1, получаем

$$\ddot{\alpha}+\varepsilon\dot{\alpha}+c\alpha-\dot{\omega}_\zeta\beta-\omega_\zeta\dot{\beta}=-\dot{\omega}_\eta+c\frac{W_\xi}{g_0}+\varepsilon\frac{W_\xi}{g_0}+\dot{m}_{y_0};$$

$$\ddot{\beta}+\varepsilon\dot{\beta}+c\beta+\dot{\omega}_\zeta\alpha+\omega_\zeta\dot{\alpha}=\dot{\omega}_\xi+c\frac{W_\eta}{g_0}+\varepsilon\frac{\dot{W}_\eta}{g_0}+\dot{m}_{x_0}. \tag{10.18′}$$

Для гировертикали с интегральной коррекцией без затухания, ($\varepsilon=0$) учитывая, что

$$W_\eta=\dot{V}_\eta^{a}+V_\xi^{a}\omega_\zeta,\quad W_\xi=\dot{V}_\xi^{a}-V_\eta^{a}\omega_\zeta, \tag{10.19′}$$

имеем

$$\ddot{\alpha}+c\alpha-\dot{\omega}_\zeta\beta-\omega_\zeta\dot{\beta}=-\left(\frac{1}{R}-\frac{c}{g_0}\right)\dot{V}_\xi^{a}-c\frac{V_\eta^{a}}{g_0}\omega_\zeta+\dot{m}_{y_0};$$

$$\ddot{\beta}+c\beta+\dot{\omega}_\zeta\alpha+\omega_\zeta\dot{\alpha}=-\left(\frac{1}{R}-\frac{c}{g_0}\right)\dot{V}_\eta^{a}+c\frac{V_\xi^{a}}{g_0}\omega_\zeta+\dot{m}_{x_0}. \tag{10.20′}$$

Допустим, что $c=g_0/R$, $\omega_\zeta=0$, а для астатического гироскопа с идеальными опорами карданова подвеса $\dot{m}_{x_0}=\dot{m}_{y_0}=0$. Тогда получаем

$$\ddot{\alpha}+\frac{g_0}{R}\alpha=0;\quad \ddot{\beta}+\frac{g_0}{R}\beta=0. \tag{10.21}$$

Решениями дифференциальных уравнений (10.21) при начальных условиях $t=0$, $\alpha=\alpha_0$, $\beta=\beta_0$, $\dot{\alpha}=\dot{\alpha}_0$, $\dot{\beta}=\dot{\beta}_0$ будут

$$\alpha=\sqrt{\alpha_0^2+\frac{R}{g_0}\dot{\alpha}_0^2}\cos\left(\sqrt{\frac{g_0}{R}}t+\chi_1\right);$$

$$\beta=\sqrt{\beta_0^2+\frac{R}{g_0}\dot{\beta}_0^2}\cos\left(\sqrt{\frac{g_0}{R}}t+\chi_2\right); \tag{10.22}$$

$$\operatorname{tg}\chi_1=\frac{\dot{\alpha}_0}{\alpha_0}\sqrt{\frac{R}{g_0}};\quad \operatorname{tg}\chi_2=\frac{\dot{\beta}_0}{\beta_0}\sqrt{\frac{R}{g_0}}, \tag{10.23}$$

а также $T_{ск}=2\pi\sqrt{\frac{R}{g_0}}=84{,}3'$.

Из (10.22) и (10.23) следует, что идеальная гироскопическая вертикаль с интегральной коррекцией и периодом собственных коле-

* Дифференциальные уравнения (10.20) движения прецизионной гировертикали составлены применительно к сферической модели Земли и направлению силы ньютонова притяжения по радиусу Земли.

баний $T_{ск}=84{,}3'$, угловая скорость вращения платформы которой вокруг направления истинной вертикали равна нулю ($\omega_\zeta=0$), установленная в начале полета так, что ось Oz платформы совпадает с направлением к центру Земли, сохраняет это направление независимо от режима горизонтального полета, т. е. не обладает ни скоростными, ни баллистическими погрешностями. Однако вследствие несовершенства гиростабилизатора ось Oz платформы отклоняется от направления к центру Земли и совершает около этого направления незатухающие колебания с периодом $T_{ск}=$ $=84{,}3'$.

В длительном полете погрешности гировертикали с интегральной коррекцией без затухания с течением времени нарастают. При этом в случае ориентации платформы с акселерометрами (или маятниками) по азимутально свободному гироскопу ($\omega_\zeta=0$) для горизонтального полета дифференциальные уравнения (10.18′) гировертикали с затуханием принимают вид

$$\ddot{\alpha}+\varepsilon\dot{\alpha}+c\alpha=\varepsilon\frac{\dot{V}^{а}_{\xi}}{g_0};$$

$$\ddot{\beta}+\varepsilon\dot{\beta}+c\beta=\varepsilon\frac{\dot{V}^{а}_{\eta}}{g_0}. \qquad (10.23')$$

Исследование решений дифференциальных уравнений (10.23) показывает, что погрешности такой гировертикали с затуханием $\varepsilon=1{,}41\sqrt{c}$ на вираже и в полете с ускорением достигают величин порядка 1—2° и, следовательно, при ускорениях коррекцию затухания следует выключать. При определении погрешностей гировертикали в установившемся режиме полета с включенной радиальной коррекцией $\varepsilon=1{,}41\sqrt{c}$ воспользуемся очевидными зависимостями

$$V^{а}_{\eta}=V_{\eta}+RU\cos\varphi\sin\psi;$$

$$V^{а}_{\xi}=V_{\xi}+RU\cos\varphi\cos\psi, \qquad (10.24)$$

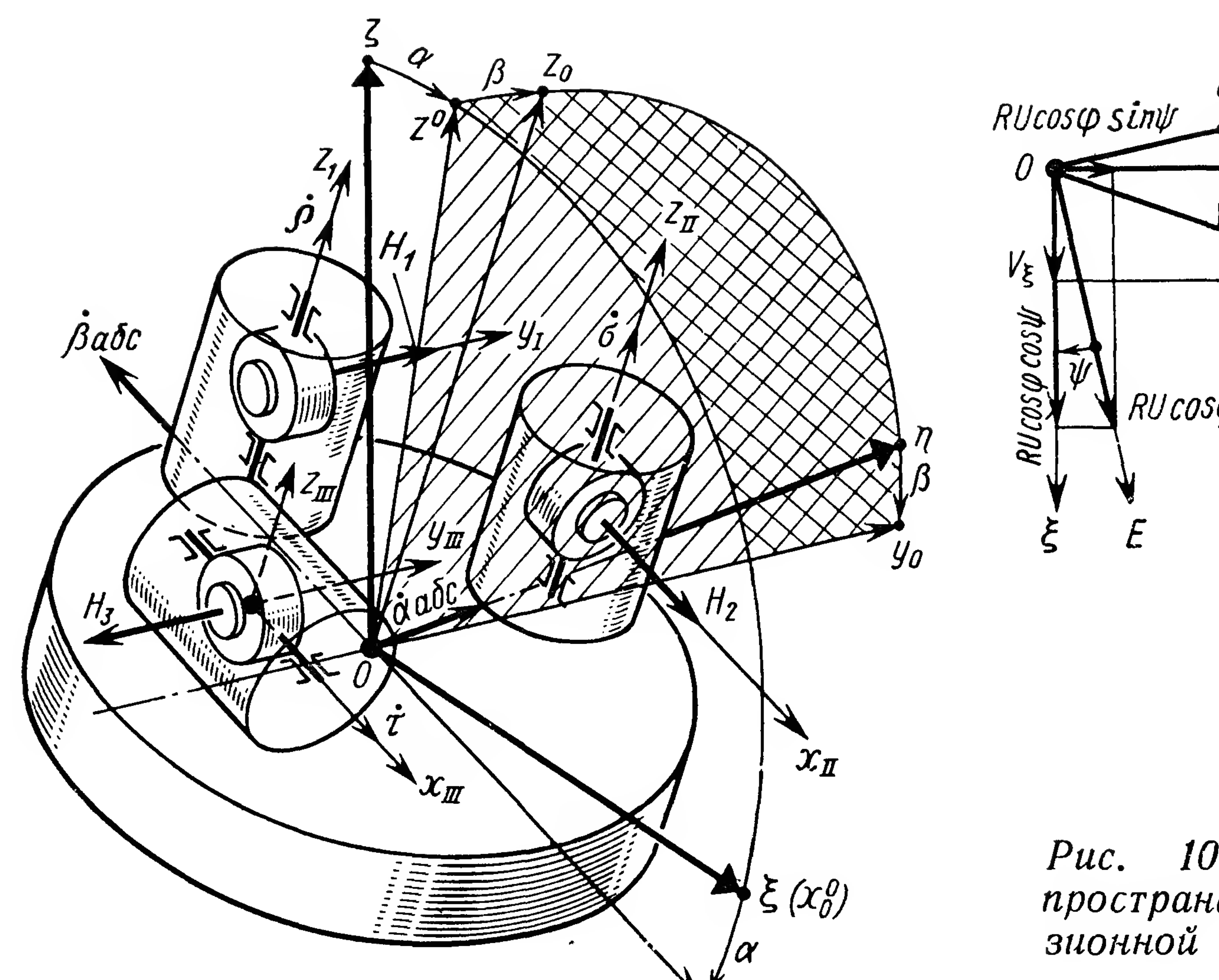
где ψ — угол составленный направлением оси $O\eta$ с направлением на север (вектор $\overline{U\cos\varphi}$) (рис. 10.6, *б*).

Географический трехгранник $O\xi_г\eta_г\zeta_г$ вращается в пространстве с абсолютной угловой скоростью ω, проекции которой на оси $\xi_г\eta_г$, $\zeta_г$ соответственно будут

$$\omega_{\xi_г}=-V_N/R=-\dot{\varphi};$$

$$\omega_{\eta_г}=U\cos\varphi+V_E/R; \qquad (10.25)$$

$$\omega_{\zeta_г}=U\sin\varphi+\frac{U_E}{R}\operatorname{tg}\varphi=\dot{\psi}.$$



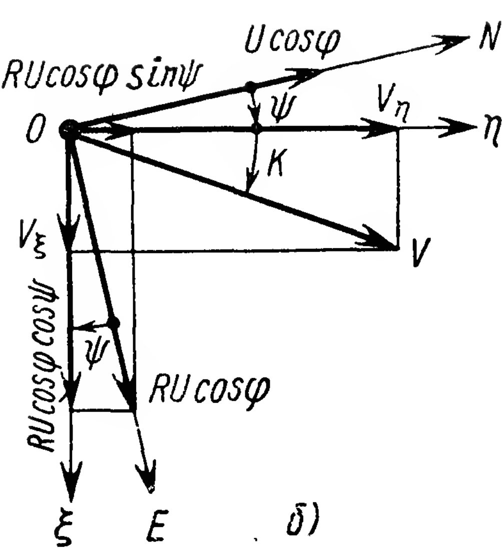


Рис. 10.6. Платформа пространственной прецизионной курсовертикали

Дифференцируя (10.24) по времени и используя очевидные соотношения $V_\xi = -V_N \sin\psi + V_E \cos\psi$; $V_\eta = V_N \cos\psi + V_E \sin\psi$, получаем

$$\dot V_\eta^{а} = \dot V_\eta + V_\xi U \sin\varphi + RU^2 \sin\varphi \cos\varphi \cos\psi; \qquad (10.26)$$

$$\dot V_\xi^{а} = \dot V_\xi - U V_\eta \sin\varphi + RU^2 \sin\varphi \cos\varphi \sin\psi. \qquad (10.27$$

Дифференцируя (10.27) по времени, имеем

$$\ddot V_\eta^{а} = \ddot V_\eta + \dot V_\xi U \sin\varphi + V_\xi \frac{V_N U \cos\varphi}{R} + V_N U^2 \cos 2\varphi \cos\psi +$$
$$+ V_E U^2 \sin^2\varphi \sin\psi + RU^3 \sin^2\varphi \cos\varphi \sin\psi;$$
$$(10.28)$$
$$\ddot V_\xi^{а} = \ddot V_\xi - \dot V_\eta U \sin\varphi - V_\eta \frac{V_N U \cos\varphi}{R} + V_N U^2 \cos 2\varphi \sin\psi -$$
$$- V_E U^2 \sin^2\varphi \cos\psi - RU^3 \sin^2\varphi \cos\psi.$$

Подставляя значения $\ddot V_\eta^{а}$ и $\ddot V_\xi^{а}$ из (10.28) в (10.23) для полета по азимутально-свободному гироскопу (при $\varepsilon = 1{,}41\sqrt{c}$ — предельно-апериодическое собственное движение гировертикали), получаем

$$\ddot\alpha + 1{,}41\sqrt{c}\,\dot\alpha + c\alpha = \frac{1{,}41\sqrt{c}}{g_0}\Big(\ddot V_\xi - \dot V_\eta U \sin\varphi - V_\eta \times$$
$$\times \frac{V_N U \cos\varphi}{R} V_N U^2 \cos 2\varphi \sin\psi - V_E U^2 \sin^2\varphi \cos\psi -$$

$$-RU^3 \sin^2\varphi \cos\varphi \cos\psi);$$

$$\ddot{\beta}+1{,}41\sqrt{c}\dot{\beta}+c\beta=\frac{1{,}41\sqrt{c}}{g_0}\Big(\ddot{V}_\eta+\dot{V}_\xi U\sin\varphi+V_\xi\times \tag{10.29}$$

$$\times\frac{V_N U\cos\varphi}{R}+V_N U^2\cos 2\varphi\cos\psi+V_E U^2\sin^2\varphi\sin\psi+$$

$$+RU^3\sin^2\varphi\cos\varphi\sin\psi\Big).$$

В стационарном режиме полета по азимутально-свободному гироскопу в частном случае при $V_\xi=0$, $V_\eta=V$ и когда $\dot{V}_\eta=\dot{V}_\xi=$ $=\ddot{V}_\eta=\ddot{V}_\xi=0$ правые части (10.28) в соответствии с (10.25) являются функциями времени, поскольку координаты ψ и φ в процессе полета изменяются, а также вследствие вращения географических осей $O\xi_г\eta_г\zeta_г$ относительно абсолютных $O\eta_a\xi_a\zeta_a$ с угловой скоростью $-\dot{\psi}$ имеем

$$-\dot{\psi}=\frac{V_E}{R}\operatorname{tg}\varphi+U\sin\varphi,\quad \dot{\varphi}=\frac{V_N}{R}. \tag{10.30}$$

В частном случае, если скорость V направлена по оси $O\eta$ (рис. 10.6, *б*), то $V_N=V\cos\psi$, $V_E=+V\sin\psi$, а $\dot{\varphi}=\frac{V\cos\psi}{R}$. Умножая левую часть первого равенства (10.30) на $\frac{V}{R}\cos\dot{\psi}$, а правую часть на $\dot{\varphi}$ [согласно второму равенству (10.25)] и деля обе части на $\cos\varphi$, получаем

$$\frac{V}{R}\left(\frac{\cos\psi}{\cos\varphi}\dot{\psi}+\frac{\sin\varphi\sin\psi}{\cos^2\varphi}\right)\approx -U\operatorname{tg}\varphi\dot{\varphi}$$

или

$$\frac{V}{R}\left(\frac{\cos\varphi\cos\psi\dot{\psi}+\sin\varphi\sin\psi\dot{\varphi}}{\cos^2\varphi}\right)=-U\operatorname{tg}\varphi\dot{\varphi}. \tag{10.31}$$

Дифференциал функции $\left(\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\right)$ равен $d\left(\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\right)=$ $=\frac{\cos\varphi\cos\psi d\psi+\sin\psi\cos\varphi d\varphi}{\cos^2\varphi}$, следовательно, интеграл дифференциального уравнения (10.31) получаем в виде

$$\frac{V}{R}\,\frac{\sin\psi}{\cos\varphi}=-U\int\operatorname{tg}\varphi d\varphi+S,$$

где S — постоянная интегрирования, зависящая от начальных условий.

После интегрирования имеем

$$\psi=\arcsin\frac{R}{V}\left[U\cos\varphi\ln(\cos\varphi)+S\cos\varphi\right]. \tag{10.32}$$

Так как при $\varphi \to 0 \quad \cos\varphi \ln(\cos\varphi) \to e$,

при $\varphi \to \frac{\pi}{2} \quad \cos\varphi \ln(\cos\varphi) \to 0$,

при $\varphi \to \pi \quad \cos\varphi \ln(\cos\varphi) \to -e$,

то ψ является периодической функцией φ с периодом 2π. Практически, например, при скорости полета 1000 м/с ψ меняется весьма медленно по сравнению с периодом собственных колебаний гировертикали с интегральной коррекцией ($T_{ск}=84{,}3$ мин). При этом в данном случае динамические отклонения гировертикали не превосходят удвоенных статических отклонений. Численная оценка статических погрешностей гировертикали при $V=500$ м/с и $\varphi \simeq \psi \simeq 30°$ показывает, что практически с точностью до одной угловой минуты в неустановившемся режиме полета можно пользоваться дифференциальными уравнениями

$$\ddot{\alpha} + 1{,}41\sqrt{c}\,\dot{\alpha} + c\alpha = \frac{1{,}41\sqrt{c}}{g_0}(\ddot{V}_\xi - \dot{V}_\eta U \sin\varphi);$$
$$\ddot{\beta} + 1{,}41\sqrt{c}\,\dot{\beta} + c\beta = \frac{1{,}41\sqrt{c}}{g_0}(\ddot{V}_\eta + \dot{V}_\xi U \sin\varphi). \tag{10.33}$$

В общем случае вектор скорости $\bar{V}$ не совпадает с направлением оси $O\eta$, а составляет с ней угол K, который в первом приближении принимаем за курс самолета. При этом согласно рис. 10.6, *б* получаем

$$V_\eta = V\cos K;\quad V_\xi = V\sin K;$$
$$\ddot{V}_\eta = \ddot{V}\cos K - 2\dot{V}\sin K\dot{K} - V\cos K\dot{K}^2 - V\sin K\ddot{K}; \tag{10.34}$$
$$\ddot{V}_\xi = \ddot{V}\sin K + 2\dot{V}\cos K\dot{K} - V\sin K\dot{K}^2 + V\cos K\ddot{K}.$$

После подстановки $\dot{V}_\eta$, $\dot{V}_\xi$, $\ddot{V}_\eta$ и $\ddot{V}_\xi$ в (10.33) получаем

$$\ddot{\alpha} + 1{,}41\sqrt{c}\,\dot{\alpha} + c\alpha = \frac{1{,}41\sqrt{c}}{g_0}(\ddot{V}\sin K + 2\dot{V}\cos K\dot{K} -$$
$$- V\sin K\dot{K}^2 + V\cos K\ddot{K} - \dot{V}\cos KU\sin\varphi + V\sin K\dot{K}U\sin\varphi);$$
$$\ddot{\beta} + 1{,}41\sqrt{c}\,\dot{\beta} + c\beta = \frac{1{,}41\sqrt{c}}{g_0}(\ddot{V}\cos K - 2\dot{V}\sin K\dot{K} -$$
$$- V\cos K\dot{K}^2 - V\sin K\ddot{K} + \dot{V}\sin KU\sin\varphi + V\cos K\dot{K}U\sin\varphi). \tag{10.35}$$

Если платформа гировертикали, а вместе с ней акселерометры и вектор скорости $\bar{V}$ разворачиваются в азимуте с угловой скоростью $U\sin\varphi$ (указатель направления ортодромии), то $\dot{K} = -U\sin\varphi$, $\ddot{K} = -U\cos\varphi\dot{\varphi} = -U\cos\varphi\,\frac{V_N}{R}$.

Если в полете по ортодромии астатический трехгранник ($\omega_\zeta = 0$) $O\xi\eta\zeta$ в какой-то момент времени совпадает с географическим трехгранником $O\xi_г\eta_г\zeta_г$, то $V_N = V\cos K$. Подставляя значения $\dot K$ и $\ddot K$ в (10.35) в стационарном режиме полета ($\dot V = \ddot V = 0$), получаем

$$\ddot\alpha + 1{,}41\sqrt{c}\,\dot\alpha + c\alpha = -\frac{1{,}41\sqrt{c}}{g_0}\left(2V_0U^2\sin^2\varphi\sin K + \frac{V_0^2}{R}U\cos^2 K\cos\varphi\right);$$

$$\ddot\beta + 1{,}41\sqrt{c}\,\dot\beta + c\beta = +\frac{1{,}41\sqrt{c}}{g_0}\left(2V_0U^2\sin^2\varphi\cos K - \frac{V_0^2}{R}U\cos\varphi\sin K\cos K\right). \quad (10.36)$$

Согласно (10.36) статические погрешности гировертикали в установившемся режиме полета по ортодромии

$$\alpha_{ст} = -\frac{1{,}41\sqrt{c}}{g_0}\left(2V_0U^2\sin^2\varphi\sin K + \frac{V_0^2}{R}\cos^2 KU\cos\varphi\right);$$

$$\beta_{ст} = \frac{1{,}41\sqrt{c}}{g_0}\left(2V_0U^2\sin^2\varphi\cos K - \frac{V_0^2}{R}U\cos\varphi\sin K\cos K\right). \quad (10.37)$$

Например, для $\varphi = K = 30°$, $V_0 = 300$ м/с согласно (10.37) получаем $\alpha_{ст} = 0{,}116'$, $\beta_{ст} = -0{,}3'$.

Имея в виду, что динамические отклонения при выбранных параметрах системы не превышают удвоенных статических, можно принять погрешности гировертикали с интегральной коррекцией в установившемся режиме полета по ортодромии меньшими 1 угл. мин.

Обращаясь к дифференциальным уравнениям движения гировертикали (10.35), определяем допустимую нечувствительность выключателя коррекции затухания по угловой скорости $\dot K_д$ разворота самолета и ускорению $\dot V_д$. Вначале полагаем, что полет происходит с постоянной скоростью $V = V_0 = \text{const}$, и определяем связь допустимого значения $\dot K_д = \text{const}$ и статического отклонения $\beta_{ст.д}$ для установившегося режима движения платформы. Согласно первому уравнению (10.35) получаем

$$\beta_{ст.д} = -\frac{1{,}41}{\sqrt{c}\,g_0}V_0\cos K\dot K_д(\dot K_д + U\sin\varphi). \quad (10.38)$$

Например, для $\dot K_д = 10^{-5}\,с^1$, $K \simeq 0$, $V_0 = 300$ м/с, $U = 7{,}3\cdot10^{-5}$ 1/с, $g_0 = 9{,}81$ м/с^2, $\sqrt{c} = \sqrt{g_0/R} \simeq 2\cdot10^{-4}$ 1/с, получаем

$$\beta_{ст.д} = -\frac{1{,}41}{2\cdot10^{-4}\cdot9{,}81}\cdot300\cdot10^{-5}\cdot8{,}3\cdot10^{-5} \simeq 0{,}5'.$$

Согласно второму дифференциальному уравнению (10.35)

$$\dot{V}_д = g_0 \sqrt{c}\, \beta_{ст.д}/1{,}41U \sin\varphi \sin K. \qquad (10.39)$$

Полагая $K=0$, $\varphi=90°$, а также $\beta_{ст.д}=0{,}5'$, получаем

$$\dot{V}_д = \frac{9{,}81\sqrt{9{,}81/6370000}\cdot 0{,}5}{1{,}41\cdot 7{,}3\cdot 10^{-5}\, 3340} \simeq 5\ см/с^2.$$

При разработке схем и конструкций выключателей коррекции необходимо иметь в виду, что выключение коррекции затухания должно происходить лишь при длительном вращении самолета с угловой скоростью $\dot{K}$ одного знака. При периодических изменениях скорости V полета и угловой скорости $\dot{K}$ вращения самолета коррекция затухания не должна выключаться. Значения $\dot{K}_д$ и $\dot{V}_д$ определяют необходимый порог чувствительности датчика угловой скорости и акселерометра. Однако при больших значениях $\dot{K}$ и $\dot{V}$ алгоритм формирования каналов выключения коррекции затухания целесообразно определять с учетом переходного процесса движения гировертикали.

Решениями дифференциальных уравнений (10.35) для частных случаев, когда $\dot{K}=\dot{K}_д=\mathrm{const}$, а $\dot{V}=0$ и $\dot{V}=\dot{V}_0=\mathrm{const}$, а $\dot{K}=0$, при нулевых начальных условиях будут

$$\alpha = \frac{1{,}41U}{g_0\sqrt{c}}\dot{V}_0\left(1-e^{-0{,}7\sqrt{c}t}\cos\sqrt{c_1}t\right);$$

$$\beta = \frac{1{,}41VU}{g_0\sqrt{c}}\dot{K}_0\left(1-e^{-0{,}7\sqrt{c}t}\cos\sqrt{c_1}t\right), \qquad (10.40)$$

где $\sqrt{c_1}$ частота затухающих колебаний платформы. Если

$$t=t^* \ll \frac{T_{ск}}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{R}{g_0}}, \text{ а } c \simeq c_1,$$

то

$$\alpha_{t*} \simeq 1{,}41\frac{U\dot{V}_0 t^*}{g_0\sqrt{c}}; \quad \beta_{t*} \simeq 1{,}41\frac{VU\dot{K}_0 t^*}{g_0\sqrt{c}}, \qquad (10.41)$$

где t^* — время, отсчитываемое от того момента, при котором угловая скорость $\dot{K}$ достигает величины $\dot{K}_д$, или ускорения $\dot{V}$ величины $\dot{V}_д$. В этом случае коррекция выключается при выполнении равенств

$$(\dot{K}_0 t^*)_д = g_0\beta_{t*}\sqrt{c}/1{,}41VU \text{ и } (\dot{V}_0 t^*)_д = g_0\alpha_{t*}\sqrt{c}/1{,}41U. \qquad (10.42)$$

В систему выключения коррекции по-прежнему необходимо вводить элемент задержки времени срабатывания реле выключения на t^* с выполняющий роль фильтра низкочастотных колебаний самолета, возникающих в канале выключателя коррекции затухания.

Для определения допустимого времени выключения коррекции затухания и определения зависимости этого времени от собственной скорости прецессии платформы полагаем, что собственная скорость прецессии $\omega_{соб}$ порождается моментом $M_{z_I}^{в.с}$ внешних сил, равным гироскопическому моменту $M_{z_I}^{в.с}=H\omega_{соб}$. Тогда при $\varepsilon=0$ согласно (10.18) получаем

$$H\dot{\alpha}+Hc\int\alpha dt=H\omega_{соб}+S. \qquad (10.43)$$

Обозначая $\int\alpha dt=Z$ при условии, что $c=g_0/R$, с точностью до постоянной интегрирования S имеем

$$\ddot{Z}+\frac{g_0}{R}Z=\omega_{соб}.$$

Решением последнего дифференциального уравнения будет

$$Z=\frac{R}{g_0}\omega_{соб}+S_1\sin\sqrt{\frac{g_0}{R}}t+S_2\cos\sqrt{\frac{g_0}{R}}t. \qquad (10.44)$$

Если при $t=0$ величина $Z=Z=0$, то $S_1=0$, $S_2=-\frac{R}{g_0}\omega_{соб}$ и, следовательно,

$$Z=\frac{R}{g_0}\omega_{соб}-\frac{R}{g_0}\omega_{соб}\cos\sqrt{\frac{g_0}{R}}t. \qquad (10.45)$$

Дифференцируя (10.45) по времени, получим

$$\dot{Z}=\alpha=\omega_{соб}\sqrt{\frac{R}{g_0}}\sin\sqrt{\frac{g_0}{R}}t. \qquad (10.46)$$

Максимальная погрешность α_{max}, накопленная гировертикалью за время, равное четверти периода собственных ее колебаний, будет $\alpha_{max}=\omega_{соб}\sqrt{\frac{R}{g_0}}$; за время t^*, значительно меньшее четверти периода $T_{ск}/4\simeq21$ мин собственных колебаний гировертикали, погрешность

$$\alpha_{t^*}\simeq\omega_{соб}\sqrt{\frac{R}{g_0}}\sin2\pi\frac{t^*}{T_{ск}}. \qquad (10.47)$$

Если время выключения коррекции затухания принять равным $t^*=5$ мин, то зависимость точности измерения направления истинной вертикали α_{t^*max} от собственной скорости ее прецессии $\omega_{соб}$ можно определить согласно следующим данным:

$\omega_{соб}$, град/час	1	0,5	0,1
α_{t^*max}	5°	2°30′	30″

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бессекерский В. А., Фабрикант Е. А.** Динамический синтез систем гироскопической стабилизации. Л. Судостроение, 1968. 348 с.

2. **Булгаков Б. В.** Прикладная теория гироскопов. 2-е изд. М.: Гостехтеоретиздат. 1955. с. 9—199.

3. **Белецкий В. В.** Движение искусственного спутника Земли вокруг центра масс. М.: Наука, 1965. 320 с.

4. **Боевкин В. И. и др.** Ориентация искусственных спутников в гравитационных и магнитных полях. М.: Наука, 1976. 303 с.

5. **Гироскопические** системы ч. II/Под ред. Д. С. Пельпора. М.: Высшая школа, 1971. 487 с.

6. **Ишлинский А. Ю.** Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация М.: Наука, 1976. 670 с.

7. **Магнус К.** Гироскоп, теория и применение. М.: Мир, 1974, 526 с.

8. **Пельпор Д. С.** Теория гироскопических стабилизаторов. М.: Машиностроение, 1965. 348 с.

9. **Пельпор Д. С.** «Гироскопические системы» ч. I Высшая школа 1971. 567 с.

10. **Пельпор Д. С., Осокин Ю. А., Рахтеенко Е. Р.** Гироскопические приборы систем ориентации и стабилизации. М.: Машиностроение, 1977. 207 с.

11. **Пельпор Д. С., Колосов Ю. А., Рихтеенко Е. Р.** Расчет и проектирование гироскопических стабилизаторов. М.: Машиностроение, 1977. 216 с.

12. **Пельпор Д. С., Ягодкин В. В.** Гироскопические системы. ч. I Проектирование гироскопических систем. М.: Высшая школа, 1977. 216 с.

13. **Пельпор Д. С.** Прецизионная гировертикаль с интегральной коррекцией.— Изв. ВУЗов. Приборостроение. 1972, т. XX, № 6, с. 79—83.

14. **Пельпор Д. С.** Движение гироскопа при сближении оси его ротора с осью наружной рамки карданова подвеса. — Тр. МВТУ. Элементы расчета точных приборов. Оборонгиз, 1955, с. 6—22.

15. **Пельпор Д. С., Сумароков Н. П.** Движение трехосного гироскопического стабилизатора на качающемся основании.— Изв. ВУЗов. Приборостроение. 1962, т. V, № 2, с. 101—108.

16. **Пельпор Д. С.** Гироскопические вертикали. Развитие механики гироскопических и инерциальных систем. М.: Наука, 1973, с. 123—140.

17. **Попов В. И.** Системы ориентации и стабилизации космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1977, 211 с.

18. **Раушенбах Б. В., Токарь Е. Н.** Управление ориентацией космических аппаратов. М.: Наука, 1974. 600 с.

19. **Ривкин С. С.** Теория гироскопических устройств ч. I и II Л.: Судпромгиз, 1962. 502 с.; 1964. 480 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ИБ № 2637

Дмитрий Сергеевич Пельпор

ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ОРИЕНТАЦИИ И СТАБИЛИЗАЦИИ

Редактор **И. А. Суворова**

Художественный редактор **В. В. Лебедев**

Технический редактор **А. И. Захарова**

Корректор **Л. Я. Шабашова**

Обложка художника **Л. С. Вендрова**

Сдано в набор 24.05.82. Подписано в печать 03.09.82. Т-16335 Формат $60 \times 90^{1}/_{16}$. Бумага типографская № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 10,5. Уч.-изд. л. 10,24. Тираж 4500 экз. Заказ 394. Цена 50 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Машиностроение», 107076, Москва, Б-76, Стромынский пер., д. 4.

Московская типография № 8 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
Хохловский пер., д. 7.